

# **RIESGO DE LIQUIDEZ DE MERCADO**

**Mariano González Sánchez**

**FUNDACIÓN DE LAS CAJAS DE AHORROS CONFEDERADAS  
PARA LA INVESTIGACIÓN ECONÓMICA Y SOCIAL  
DOCUMENTO DE TRABAJO  
Nº 170/2002**

ISBN: 84-89116-07-5

La serie **DOCUMENTOS DE TRABAJO** incluye avances y resultados de investigaciones dentro de los programas de la Fundación de las Cajas de Ahorros Confederadas para la Investigación Económica y Social. Las opiniones son responsabilidad de los autores.

# RIESGO DE LIQUIDEZ DE MERCADO

Mariano González Sánchez

Profesor de la Universidad San Pablo-CEU y Secretario del Club de Gestión de Riesgos de España

Septiembre, 2001

## ABSTRACT

El riesgo de liquidez se divide en el de tesorería y el de mercado, mientras que el primero de éstos ha sido ampliamente tratado en la literatura de forma independiente, el segundo se ha analizado bajo la sombra del riesgo de mercado.

El riesgo de liquidez es fundamental en la gestión de carteras por cuánto representa una medida del riesgo de precio de una posición desde su contratación hasta un instante anterior a su liquidación o vencimiento.

Este trabajo presenta una revisión de diferentes propuestas para su medición, y a partir de las mismas extrae los elementos fundamentales que intervienen en su modelización, que son agrupados según la información a emplear, la consideración del tiempo y la introducción del riesgo de liquidez en el modelo de valoración.

Al mismo tiempo que se fijan estos elementos, se define y clasifica el riesgo de liquidez, y a continuación, se modeliza el riesgo interdía e intradía mediante procesos Brownianos. Finalmente, sobre los precios simulados, determinamos la prima de liquidez a partir de la valoración de la opción look-back americana equivalente, y también medimos el riesgo de liquidez frente al de mercado.

**KEYWORDS:** liquidity risk, spread risk, Monte Carlo simulation, look-back option.

<b>CONTENIDO</b>	<b>PÁGINA</b>
1. INTRODUCCIÓN	3
2. PROPUESTAS SOBRE EL RIESGO DE LIQUIDEZ	5
2.1. Estudio de algunas de las propuestas más importantes	5
2.2. Características principales de las propuestas estudiadas	21
3. METODOLOGÍA PARA LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE LIQUIDEZ	23
3.1. Factores y relaciones	23
3.2. Metodología propuesta	35
3.2.1. <i>Definición, catalogación y componentes del riesgo de liquidez</i>	35
3.2.2. <i>Propuesta de medición del riesgo de liquidez</i>	47
3.3. Aplicación práctica	53
4. CONCLUSIONES	61
5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	62

## 1. INTRODUCCIÓN

La valoración de contingencias y la medición de riesgos tiene uno de sus pilares básicos en el modelo de BLACK y SCHOLLES (1973). Este modelo parte de una serie de hipótesis, dentro de las cuáles, las que nos ocupan son las relativas al carácter del mercado y a la relación entre la operativa de los agentes y el comportamiento de los precios.

La primera de éstas asume que el mercado es libre de fricciones, lo que supone implícitamente que no existen costes de transacción, y por tanto, que no hay diferencial bid-ask. La segunda establece que los precios tienen un comportamiento continuo en el tiempo. Pero en la realidad, los precios no son realmente continuos en el tiempo ya que los agentes no operan de dicha manera, y por otro lado, para que éstos puedan liquidar sus posiciones deben asumir cierto coste de liquidez. En suma, si los agentes consideran que los precios son continuos y el mercado libre de riesgo de liquidez, una forma de aproximar el valor de una contingencia es trabajar con los precios de cierre; pero sino es así, la forma más óptima de aproximar dicho movimiento continuo de los precios sería tomar tick a tick las variaciones del precio, aunque esto tampoco sería factible para todos los mercados. Por todo ello, pretendemos encontrar una metodología que sin tener que operar con excesiva información, y en ocasiones sin valor añadido, emplee otra disponible en los mercados y que mejore la simple aproximación mediante los precios de cierre.

Así pues, en este trabajo pretendemos analizar el riesgo de liquidez, aunque exclusivamente el de mercado, pues como es bien sabido, el riesgo de liquidez es tanto el surgido al gestionar la liquidez o tesorería de una entidad mediante las oportunas decisiones de funding o trading, como el que surge al liquidar una posición en un mercado, esto es, riesgo de liquidez propiamente dicho.

Con este fin la estructuración de nuestro trabajo es la siguiente:

- ▶ Comenzaremos revisando diferentes trabajos y propuestas, que al igual que nosotros buscan estimar la prima de liquidez a partir del comportamiento de los precios de mercado y otra información que se deriva de éstos, como máximos, mínimos y volúmenes. Estos trabajos son los de PARKINSON (1980), KUNITOMO (1992), GARMAN y KLASS (1997), MURANAGA y OHSAWA (1997), MERCURIO y VORST (1997), BANGIA, DIEBOLD, SCHUERMANN y STROUGHAIR (1998), LELAND (1985), WHALLEY y WILMOTT (1998), HISATA y YAMAI (2000). Nuestra intención será la de catalogar sus propuestas y buscar los factores que influyen en el riesgo de liquidez, para así obtener cuales pueden ser los factores mínimos adicionales de mercado que podemos considerar para determinar el riesgo de liquidez.
- ▶ A continuación, y en función de los factores fundamentales considerados en los estudios previos al nuestro, testamos sobre dos títulos, uno significativamente más líquido que otro, cuales son realmente los que hemos de considerar. En este sentido comprobamos que la información a emplear dependerá del tipo de mercado (OTC u organizado), en tiempo discreto y con inclusión del volumen, puesto que la relación de éste con el máximo y el mínimo es diferente. Al mismo tiempo, al comprobar que el comportamiento del máximo y mínimo alrededor del cierre no es simétrico, optaremos por introducir la información directamente a través de los precios en lugar de emplear la volatilidad. Finalmente, llegamos a la conclusión de que en la medición del riesgo de mercado existen dos componentes, uno interdía (mercado) y otro intradía (liquidez); respecto del primero realizamos un estudio de la influencia del día de la semana, fruto del cual desechamos la idea de estacionalidad.
- ▶ Seguidamente presentamos la metodología propuesta, para ello comenzamos definiendo el riesgo de liquidez y su especial carácter temporal, continuamos catalogándolo atendiendo al mercado, producto y posición (larga o corta) y finalizamos determinando los componentes

particulares y generales del riesgo de liquidez. Dentro de los componentes generales hemos encuadrado los riesgos de cobertura, transacción y exposición. Por último, y con la intención de justificar esta diferenciación entre factores generales y particulares, realizamos un estudio, que a partir de los residuos obtenidos tras implementar el modelo Capital Asset Pricing Model (CAPM) y la autorregresividad de los mismos, permite fijar las bases para la propuesta metodológica de estimación del riesgo de liquidez.

- ▶ Para terminar aplicamos la propuesta sobre dos activos pertenecientes a mercados con diferente grado de liquidez de forma individual, ya que considerar carteras queda fuera de nuestro estudio por cuanto exigiría añadir el problema de la dependencia en situaciones extremas. Para intentar no perder generalidad, la selección de los activos se ha realizado buscando un activo en nuestro mercado pero que no fuese el más líquido (Unión Fenosa), y otro que perteneciendo a un mercado emergente (argentino) tampoco fuese escasamente líquido (Telefónica Argentina).

## **2. PROPUESTAS SOBRE EL RIESGO DE LIQUIDEZ**

### **2.1. Estudio de algunas de las propuestas más importantes**

A continuación revisamos algunas de los trabajos más importantes con relación al riesgo de liquidez, con la intención de extraer puntos comunes y divergentes que puedan ayudarnos en nuestro objetivo de modelizar y medir dicho riesgo.

✓ CLARK (1973).

Considera que la distribución del precio diario está subordinada a la del precio intradía, siendo el volumen el medio de incidencia. En este sentido la llegada de flujo de información es lo que afecta y crea la relación entre el volumen y el precio intradía. Pero la respuesta a este flujo por parte de los agentes es doble, por un lado está la de aquellos que buscan liquidez, y por otro, la de los que si se ven afectados por la nueva información.

Por tanto, el resultado, o efecto final sobre el precio, será el compendio del efecto global de todos los agentes. Dicho efecto se compondrá de dos parte, una común y otra específica.

Entonces, para detectar dichas relaciones será preciso previamente, seleccionar dentro de la base de datos, aquellos valores que muestren un flujo de información significativo, esto es, aquellas fechas en las que la volatilidad sea superior a un nivel considerado como habitual.

✓ PARKINSON (1980).

Su propuesta en la estimación del riesgo de liquidez consistió en modificar las variables empleadas para la estimación de la difusión del comportamiento del precio de los activos, aunque el método de cálculo seguía siendo el de una varianza. De esta forma, las variables empleadas para tal fin recogerían toda la amplitud del precio durante un período de tiempo, esto es, desde el máximo hasta el mínimo en dicho plazo.

Así si C es el precio de cierre, M el máximo y m el mínimo, para un intervalo temporal, por ejemplo, de 1 día, entonces si la difusión tradicionalmente se define como:

$$\sigma = \left[ \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{t=1}^n (x_t - \bar{x})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{t=1}^n x_t$$

$$x_t = \ln \left( \frac{c_c}{c_{t-1}} \right)$$

El ajuste de PARKINSON consiste en estimar la difusión como:

$$k = \left[ \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{t=1}^n (p_t - \bar{p})^2 \right]^{1/2}$$

$$\bar{p} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n p_t$$

$$p_t = \ln \left( \frac{M_t}{m_t} \right)$$

Nosotros podemos añadir incluso que:

$$\text{Difusión} = \alpha \cdot \sigma + (1 - \alpha) \cdot k$$

Con lo que se intenta recoger los clusters.

PARKINSON también realiza una propuesta cuando la media es cero:

$$k = \left[ \frac{1}{4 \cdot \ln(2) \cdot n} \cdot \sum_{t=1}^n p_t^2 \right]^{1/2}$$

✓ KUNITOMO (1992).

Siguiendo la propuesta anterior de PARKINSON, la de KUNITOMO consiste en emplear como difusión una de las dos siguientes:

$$k_1^* = \left[ \frac{2}{n - \pi} \cdot \sum_{t=1}^n q_t^2 \right]^{1/2} \quad k_2^* = \left[ \frac{6}{n - \pi^2} \cdot \sum_{t=1}^n q_t^2 \right]^{1/2}$$

Donde:

$$q_t = M_t^* - m_t^* \rightarrow \begin{cases} M_t^* = \ln(M_t) - \frac{t}{n} \cdot y_{t+1} \\ m_t^* = \ln(m_t) - \frac{t}{n} \cdot y_{t+1} \end{cases}$$

Siendo  $M^*$  el máximo valor del precio y  $m^*$  el mínimo, y habiendo definido  $y$  como:

$$y_i = \ln(C_i)$$

Donde  $C$  es el precio de cierre.

✓ LAWRENCE y ROBINSON (1995).

Esta propuesta pretende estimar el horizonte temporal (HT) de medición de riesgo, definido como aquel que minimice el coste de liquidación (L), cuyos componentes serán:

- Costes de transacción (CT), medidos por el diferencial bid-ask.
- Coste de exposición (CE), o coste de los recursos propios empleados en la cobertura, y que dependerá, entre otros, del volumen de la posición.

– Coste de cobertura (CC) hasta liquidar la posición.

Estos tres factores a su vez dependen de:

$$\begin{aligned}CT &= f(\text{HT}, S, \text{VNM}) \\CE &= f(\text{HT}, V_m, \Sigma, \alpha) \\CC &= f(V_m, \beta)\end{aligned}$$

Donde S es el spread bid-ask,  $V_m$  el valor de mercado,  $\alpha$  el nivel de confianza,  $\Sigma$  la matriz de covarianzas,  $\beta$  es la beta de posición respecto del mercado y VNM es el volumen normal del mercado. De manera que:

$$\begin{aligned}\text{Liquidez} &= CT + CE + CC \\ \frac{\partial \text{Liquidez}}{\partial \text{HT}} &= \frac{\partial CT}{\partial \text{HT}} + \frac{\partial CE}{\partial \text{HT}} + \frac{\partial CC}{\partial \text{HT}} = 0\end{aligned}$$

De manera que resolviéndolo numéricamente se obtendría el riesgo de liquidez de la posición.

Otros indicadores que pueden emplearse además del spread y del volumen son:

- Volumen medio diario (VMD).
- Volumen medio diario sobre capitalización:

$$\frac{\text{VMD}}{\text{Capitalización}} \cdot 100$$

Hemos de resaltar que esta modelización no recoge la correlación entre el volumen y la exposición, es decir, el spread y el volumen, puesto que las situaciones críticas con alta exposición no serán iguales a las situaciones normales. En cualquier caso, con esta propuesta se refleja que la demanda del mercado no es perfectamente elástica, tal y como asume la metodología VaR (Value at Risk).

✓ DEMBO (1997).

Un problema de emplear el VaR para la selección de carteras en diferentes mercados es su falta de comparabilidad, pues las situaciones básicas de cada mercado son diferentes, por ello se recurre al Benchmark-VaR (B-VaR), que consiste en determinar el VaR de una posición

compuesta por la cartera (larga) y una posición (corta) en el benchmark del mercado, de forma que el riesgo de mercado queda cubierto.

A partir de dicho valor puede establecerse un ratio, variante del de Sharpe, tal que:

$$S^* = \frac{R_p - R_b}{BVaR}$$

Donde  $R_p$  es la rentabilidad de la cartera,  $R_b$  es la del benchmark. De esta manera se tomará aquella inversión con mayor  $S^*$ .

Además, y para un mismo mercado, puede estimarse la frontera eficiente de  $S^*$ , definida por una composición de títulos de un mercado que para un valor dado de  $(R_p - R_b)$  minimizan su  $BVaR$ .

Esta frontera tendrá dos posibles valores iniciales:

- ✓ El punto (0,0) si el mercado es perfecto.
- ✓ Un punto (+k,0) si es imperfecto o incompleto.

También hallando la tangente (tg) a dicha curva en el punto de la misma en que se sitúe el inversor, se obtendrá su grado de aversión ( $\lambda$ ) como:

$$\lambda = \frac{1}{tg}$$

De manera que a menor tangente, por estar situado en un punto más bajos de la curva, mayor será su grado de aversión.

Así pues, si estimada una curva como frontera eficiente, una de las posiciones (k) no pudiese tomarse, y hubiese que situarse en otra ( $k^*$ ) de igual  $BVaR$  pero con menor rendimiento, entonces el riesgo de liquidez del mercado sería:

$$\text{prima liquidez} = (R_k - R_b) - (R_{k^*} - R_b) = R_k - R_{k^*}$$

- ✓ SINGER (1997).

Pone de relieve el riesgo de liquidez que sufren las corporaciones, consecuencia del spread de precios, pero además, y su análisis es donde se centra, muestra el riesgo diario de liquidez de operar en los mercados organizados de derivados puesto que se produce una liquidación diaria, y por ende una actualización de los márgenes. De esta forma define el LaR (riesgo de liquidez) como el VaR del máximo margen acumulado requerido para el horizonte temporal y nivel de confianza elegidos (Marginable Derivatives):

$$\text{VaR}_{\text{MD}} = \text{LaR}$$

✓ MURANAGA y OHSAWA (1997).

Según estos autores en la medición del riesgo de liquidez hay que considerar:

- \* Cambios intradía de los precios o fluctuación del spread bid-ask. Además, las posiciones largas deberían valorarse según el precio bid, y las cortas según el ask.
- \* Impacto del volumen negociado sobre el precio.
- \* Relación entre el volumen de la posición y el volumen negociado, lo que proporcionará el número de días necesarios para liquidar la posición.

De esta manera, el riesgo de liquidez lo definen como la pérdida potencial provocada por la imposibilidad de liquidar una posición en un plazo y a un precio razonables. Este riesgo se subdivide en:

- \* Coste de ejecución, o coste por realizar la liquidación que dependerá de:
  1. Coste de transacción o diferencial bid-ask.
  2. Impacto de la operación sobre el precio, que suele reflejarse por la pendiente de la relación entre el precio y el volumen.
- \* Coste de oportunidad, o coste de espera que aumenta con el plazo de ejecución.

A su vez el diferencial bid-ask se divide en:

- ✓ Coste del procesamiento de la orden.

- ✓ Coste de la selección adversa, que permite compensar al intermediario de las pérdidas con el agente que dispone de mejor información que él, con los beneficios de las operaciones realizadas con el agente peor informado.

Así pues, podríamos decir que el valor máximo de la prima de liquidez equivale al precio de una opción lookback cuyo subyacente será el precio del activo. De manera que proponen las siguientes modificaciones para medir el riesgo:

- \* Considerar el riesgo intradía. Al respecto existirían dos aproximaciones:
  1. Discreta, a través de los precios máximos, mínimos, apertura y cierre.
  2. Continua, tick a tick.
- \* Considerar el coste de ejecución, es decir, el diferencial bid-ask. En este caso la simulación se definiría como:

$$p_{bid} = p_{medio} \cdot e^{\sigma_{medio} \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{t} - \frac{1}{2} \cdot f(u)}$$

$$p_{ask} = p_{medio} \cdot e^{\sigma_{medio} \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{t} + \frac{1}{2} \cdot f(u)}$$

Donde  $u$  es una variable uniforme y  $f$  la función de densidad del spread bid-ask. De los precios resultantes, el bid se aplicaría a la posición larga, y ask a la corta.

- \* Considerar el impacto de la operación. Para lo que se estima el precio medio ponderado por el volumen ( $p_v$ ), así como su volatilidad, de forma que el precio esperado será:

$$p_t = p_v \cdot e^{\sigma_v \cdot \varepsilon \cdot 1 \cdot \sqrt{t} + \sigma_H \cdot \varepsilon \cdot 2}$$

Donde  $\sigma_H$  es el error estándar de la distribución de  $p_v$  acumulada sobre el precio sin ponderar.

- \* Considerar el volumen negociado. Así a partir de los precios simulados anteriormente:

$$p_{0,bid} = p_{0,medio} \cdot e^{\sigma_{medio} \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{t} - \frac{1}{2} \cdot f(u)}$$

$$p_{0,ask} = p_{0,medio} \cdot e^{\sigma_{medio} \cdot \varepsilon \cdot \sqrt{t} + \frac{1}{2} \cdot f(u)}$$

Se obtendrían:

$$P_{t+1,bid} = P_{t,bid} \cdot e^{-\frac{V_i \cdot g_\lambda(u_1)}{N}}$$

$$P_{t+1,ask} = P_{t,ask} \cdot e^{-\frac{V_i \cdot g_\lambda(u_2)}{N}}$$

Donde V representa el volumen de la operación i, u una variable uniforme, y  $g_\lambda$  es la función de densidad de la probabilidad de  $\lambda$ , siendo  $\lambda$  la sensibilidad del precio al volumen.

Finalmente, N será una constante que representará el volumen medio diario por operación.

✓ MERCURIO y VORST (1997).

Según estos autores la sonrisa de la volatilidad no sólo está causada por la kurtosis y la asimetría, sino también por los costes de transacción y la operativa en tiempo discreto de los agentes, de ahí que se pretenda incluir, en el modelo de comportamiento de los activos, los costes de transacción o diferencial bid-ask. Así por ejemplo para una binomial sería:

$$\frac{S_t}{S_{t-1}} = \begin{cases} u \rightarrow \text{probabilidad (p)} \\ d = u^{-1} \rightarrow \text{probabilidad (1-p)} \end{cases}$$

Donde además comprar en un momento t sería:

$$S_t \cdot (1 + \lambda)$$

mientras que vender sería:

$$S_t \cdot (1 - \lambda)$$

Siendo  $\lambda$  el coste de transacción que reflejará:

- Costes directos.
- Costes indirectos (spread bid-ask).
- Costes de liquidez de mercado.

Los costes fijos de la operación no suelen considerarse, puesto que si el volumen es importante son despreciables. Así, el proceso binomial sería:

$$A = \frac{S \cdot u^N (1+\lambda) - E}{S \cdot u^N (1+\lambda) - S \cdot d^N \cdot (1-\lambda)}$$

$$B = -d^N \cdot (1-\lambda) \cdot \frac{S \cdot u^N \cdot (1+\lambda) - E}{u^N \cdot (1+\lambda) - d^N \cdot (1-\lambda)}$$

Donde E es el precio de ejercicio y N es el número de intervalos en que se divide el vencimiento T, esto es:

$$t = \frac{T}{N} \Rightarrow u = e^{\sigma \cdot \sqrt{t}}$$

Si fuese una trinomial, partiendo del momento final T, donde:

$$A_T = \begin{cases} 1 \rightarrow S_T \geq E \\ 0 \rightarrow S_T < E \end{cases}$$

$$B_T = \begin{cases} -E \rightarrow S_T \geq E \\ 0 \rightarrow S_T < E \end{cases}$$

A través de un proceso recursivo se estimaría:

$$A_k = \frac{A_{k+1} \cdot (S_k \cdot u^2) \cdot S_k \cdot u^* - A_{k+1} \cdot (S_k \cdot d^2) \cdot S_k \cdot d^* + B_{k+1} \cdot (S_k \cdot u^2) - B_{k+1} \cdot (S_k \cdot d^2)}{S_k \cdot u^* - S_k \cdot d^*}$$

$$B_k = \frac{[A_{k+1} \cdot (S_k \cdot u^2) \cdot S_k \cdot d^* + B_{k+1} \cdot (S_k \cdot d^2)] \cdot u^* - d^* \cdot [A_{k+1} \cdot (S_k \cdot u^2) \cdot S_k \cdot u^* + B_{k+1} \cdot (S_k \cdot u^2)]}{u^* - d^*}$$

Siendo:

$$u^* = u^2 (1+\lambda)$$

$$d^* = d^2 (1-\lambda)$$

Llegándose en ambos modelos al valor de la opción con riesgo de liquidez mediante la expresión:

$$C_0 = A_0 \cdot S + B_0$$

Este resultado se puede aproximar también a través de Black-Scholes sustituyendo  $\sigma$  por  $\sigma^*$ :

$$\sigma^* = \sigma \cdot \left[ \alpha + \frac{2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{N}}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Donde T es el período total, N el número de intervalos en que se divide el árbol, y  $\alpha$  será 1 menos el grado del árbol, es decir si es binomial (grado 2):

$$\alpha = 2 - 1 = 1$$

Y si es trinomial (grado 3):

$$\alpha = 3 - 1 = 2$$

Pero cuando el mercado es incompleto, proponen otra solución, consistente en minimizar el error de replicación, es decir, estimando la mínima varianza de dicho error, definida como:

$$V^2 = \sum_{K=0}^{N-1} E \left[ (C_{K+1} - C_K) - A_K \cdot (S_{K+1} - S_K) + \lambda |A_{K+1} - A_K| \cdot S_{K+1} \right]^2$$

De manera que si  $\alpha$  es el coeficiente de aversión de una entidad, el precio ask será:

$$C_a = A_0^* \cdot S + B_0^* + \alpha \cdot V^*$$

Y el bid:

$$C_b = A_0^* \cdot S + B_0^* - \alpha \cdot V^*$$

Donde  $A_0^*$  y  $B_0^*$  representan la replicación que minimiza la varianza del error, hasta el nivel más bajo  $V^*$ .

✓ GARMAN y KLASS (1997).

Operan con el precio de apertura (O), de cierre (C), el más alto o máximo (H) y el más bajo o mínimo (L). Con estos precios fabrican las siguientes variables:

$$\begin{aligned} u_i &= H_i - O_i \\ d_i &= L_i - O_i \\ c_i &= C_i - O_i \end{aligned}$$

Si bien la estimación tradicional trabaja con precios de cierre, lo que conlleva como ventaja que el espacio temporal de observación es constante, en cambio, su desventaja nace al ignorar la amplitud del movimiento del precio, y por tanto, despreciar esta información, que es pública. De esta manera, si la propuesta tradicional de operar con precios de cierre la enunciamos como:

$$\hat{\sigma}_0^2 = (C_i - C_{i-1})^2$$

GARMAN y KLASS, en cambio realizan entre otras la siguiente propuesta:

$$\hat{\sigma}_K^2 = \frac{1}{2} \cdot (u - d)^2 + [2 \cdot \ln(2)] \cdot c^2$$

✓ BANGIA, DIEBOLD, SCHUERMAN y STROUGHAIR (1998).

Para estos autores el riesgo de liquidez de mercado tiene dos componentes:

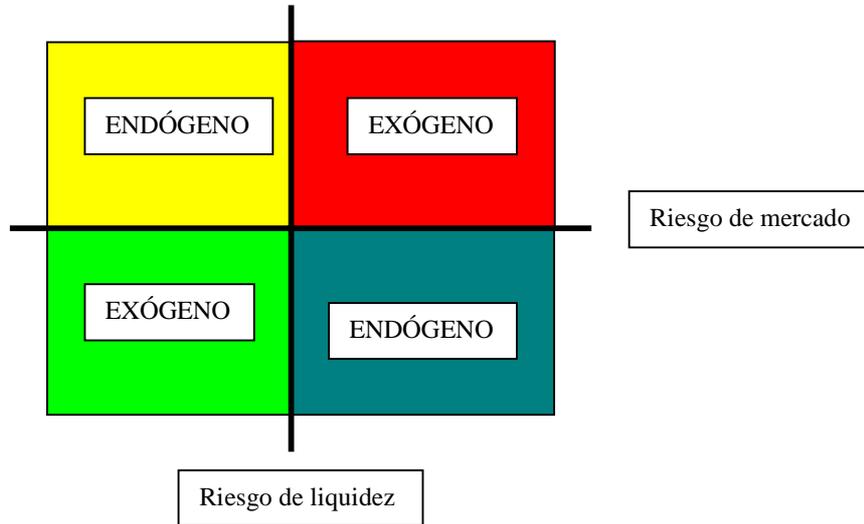
- Exógeno, que afecta a todos los participantes en el mercado, así habrá mercados líquidos en los que los costes de transacción sean despreciables, y mercados ilíquidos con alta volatilidad del spread bid-ask. Al medir el riesgo hay que tener en cuenta que cuánto menos líquido es un mercado, el comportamiento de los precios se aleja más de la distribución normal.
- Endógeno, que dependerá de la posición, en concreto del tamaño o volumen de la misma, así pues, este componente mostrará la relación entre el precio de liquidación y el volumen de la posición.

No cabe duda que el riesgo de mercado y liquidez están estrechamente relacionados, de forma que si el mercado está libre de fricciones, no existe riesgo de liquidez, entonces el riesgo puede medirse mediante el precio medio de cierre, es decir:

$$\frac{\text{bid} + \text{ask}}{2}$$

En cambio, si hay un spread, entonces emplear dicho precio medio infraestima el riesgo. Esto significa que al medir el riesgo de mercado nos enfrentamos a una incertidumbre en cuanto a la

rentabilidad del activo (precio medio), y otra relativa a la liquidez (spread), en su doble componente (exógeno y endógeno). Gráficamente, la relación entre ambos sería:



En cuanto a la medición del factor exógeno establecen:

$$\text{Exógeno} = \frac{1}{2} \cdot p_t \cdot (\bar{s} + \alpha \cdot \sigma^*)$$

$$p_t = \frac{\text{bid}_t + \text{ask}_t}{2}$$

$$\bar{s} = \sum_{i=1}^n \frac{\text{ask}_i - \text{bid}_i}{p_i}$$

$\sigma^*$  = volatilidad de  $\bar{s}$

$\alpha$  = factor de escala según nivel de confianza

De esta manera, si la media es cero el riesgo será:

$$P_{\text{worst-99\%}} = p_t \cdot e^{-2,33 \cdot \sigma_t} - \frac{1}{2} \cdot p_t \cdot (\bar{s} + \alpha \cdot \sigma^*)$$

$$99\% - \text{VaR}_{\text{market-liquidity}} = p_t \cdot (1 - e^{-2,33 \cdot \sigma_t}) + \frac{1}{2} \cdot p_t \cdot (\bar{s} + \alpha \cdot \sigma^*)$$

Donde  $\sigma_t$  sería la volatilidad del precio medio, estimada mediante ponderación exponencial de las observaciones.

Pero a pesar de estos ajustes, cuando el riesgo de liquidez está presente, debe ajustarse la distribución debido a las colas gruesas, así:

$$99\% - \text{VaR}_{\text{market-liquidity}} = p_t \cdot \left(1 - e^{-2,33 \cdot h \cdot \sigma_t}\right)$$

$$h \begin{cases} = 1 \rightarrow \text{normal} \\ > 1 \rightarrow \text{resto} \end{cases}$$

Para estimar h en función de las colas de la distribución recurren a la kurtosis (k), así:

$$h = 1 + b \cdot \ln\left(\frac{k}{3}\right)$$

Donde b se estimará como el coeficiente de regresión en:

$$99\% - \text{VaR}_{\text{simulación histórica}} = a + b \cdot \left(1 - e^{-2,33 \cdot \sigma_t}\right)$$

A pesar de la mejora que supone este sencillo método, hay que tener en cuenta una serie de cuestiones que deberían ser introducidas en el modelo:

- No sólo hay que considerar el factor exógeno, sino que habría que añadir el endógeno.
- Debería introducirse la correlación entre el spread y los precios medios, así como entre spread y precios medios de diferentes mercados, pues en épocas de crisis aumenta el riesgo de liquidez, con lo que probablemente se deba a un incremento de la correlación.
- Tampoco se considera la correlación entre el spread y el volumen del mercado.
- ✓ AHN, BOUDOUK, RICHARDSON y WHITELAW (1999).

Si el coste teórico de la cobertura se define como C, y el valor de mercado de la misma es C\*, cuando sean distintos no será posible realizar una cobertura perfecta, consecuencia de la falta de liquidez, de manera que:

$$L = C^* - C$$

Donde L será el riesgo de liquidez.

- ✓ LELAND (1985).

Introducen una modificación en Black y Scholes para recoger el coste de transacción, así:

- ◆ La cartera se revisa cada intervalo temporal de tamaño  $dt$ .
- ◆ El coste de transacción de la revisión es proporcional al valor de la misma, es decir, si se adquieren o venden  $m$  acciones a un precio  $S$ , el coste será  $kmS$ .

Con lo que la ecuación diferencial resultante sería:

$$dP = \sigma \cdot S \cdot \left( \frac{\partial V}{\partial S} + \Lambda \right) \cdot dz + \left( \mu \cdot S \cdot \frac{\partial V}{\partial S} + \frac{\sigma^2 \cdot S^2}{2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + \frac{\partial V}{\partial t} \right) \cdot dt - k \cdot S \cdot |m|$$

Entonces el cambio propuesto por LELAND en la difusión es el siguiente:

- Posiciones largas:

$$\sigma^{2*} = \sigma^2 - 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{k \cdot \sigma}{dt^{1/2}}$$

- Posiciones cortas:

$$\sigma^{2*} = \sigma^2 + 2 \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{k \cdot \sigma}{dt^{1/2}}$$

Siendo  $k$  el coste de transacción.

Un problema que apreciamos en esta propuesta es considerar que el riesgo de liquidez es proporcional al valor de la posición, lo que implícitamente conlleva una relación lineal entre el volumen y el precio.

- ✓ WHALLEY y WILMOTT (1998).

Para aplicar Black y Scholes sustituyen la volatilidad por la siguiente expresión:

$$\sigma^* = \sigma \cdot (1 + \text{sign}(\Gamma) \cdot A)^{\frac{1}{2}}$$

$$A = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{k}{\sigma \cdot \sqrt{\Delta t}}$$

Donde  $\Gamma$  es la gamma de la posición y  $k$  el coste de transacción.

- ✓ HISATA y YAMAI (2000).

Según estos autores el riesgo de liquidez tiene tres componentes:

1. Diferencial bid-ask.
2. Volumen negociado versus volumen de la posición.
3. Impacto sobre el mercado de cada operación.

Este último componente se divide en dos efectos, permanente y temporal. La diferencia entre ambos es que el efecto temporal se recupera tras un período de tiempo.

A partir de esto, si presentamos el precio de un activo como conjunto de factores de mercado y liquidez resultaría en términos aritméticos y discretos que:

$$S_t = S_0 + \mu \cdot t + \sigma \cdot \sqrt{t} \cdot \varepsilon_t - P_t - T_t$$

Donde P es el efecto permanente y T el temporal, además:

$$\varepsilon \approx N(0,1)$$

Luego el precio recoge un drift ( $\mu$ ), una difusión ( $\sigma$ ) y un efecto liquidez. Este último puede definirse como:

$$P_t = k_1 \cdot (n_0 - n_t)$$

$$T_t = (b_t - a_t) + k_2 \cdot \left( \frac{n_{t-1} - n_t}{\Delta t} \right)$$

Donde n representa el volumen,  $k_1$  es el coeficiente del efecto permanente,  $k_2$  del temporal,  $(n_{t-1} - n_t)$  el número de títulos vendidos o negociados en t, b es el precio bid y a el ask. De esta manera, si v es la velocidad de negociación:

$$v_t = \left( \frac{n_{t-1} - n_t}{\Delta t} \right) = \text{constante}$$

$$\Delta t = \text{constante}$$

Entonces:

$$n_0 \cdot \bar{S} = n_0 \cdot S_0 + \mu \cdot \Delta t \cdot \sum_{j=1}^m n_j + \sigma \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot \sum_{j=1}^m n_j \cdot \varepsilon_j - k_1 \cdot \sum_{j=1}^m [(n_{j-1} - n_j) \cdot (n_0 - n_j)] - \sum_{j=1}^m n_j \cdot (b_j - a_j) + k_2 \cdot \Delta t \cdot v_j^2$$

De forma que el coste de transacción sería:

$$C = n_0 \cdot S_0 - n_0 \cdot \bar{S}$$

Y como la intención es minimizar el coste de liquidez, entonces realizan una aproximación media-desviación, tal que:

$$L = E(C) + \sigma(C) \cdot \alpha \cdot R$$

Donde  $\alpha$  es el nivel de confianza y  $R$  el coste del capital. Y finalmente el Value at Risk con riesgo de liquidez (L-VaR) sería:

$$L - \text{VaR} = \sigma(C) \cdot \alpha$$

Son varias los comentarios que hay que realizar a esta propuesta:

- ✓ El estudio se realiza en tiempo discreto puesto que la operativa de los agentes también lo es.
- ✓ El período óptimo de mantenimiento de la cartera varía con el impacto de mercado y el volumen, así mientras el VaR es lineal con el volumen, el L-VaR no lo es, con lo que el VaR infraestima (sobrestima) el riesgo de las posiciones muy (poco) líquidas.
- ✓ Cuando la cartera se compone de diferentes activos hay que estimar la correlación entre éstos y sus respectivos impactos sobre el mercado, así si la correlación es negativa (positiva) el L-VaR aumenta (disminuye).
- ✓ La velocidad de las operaciones no es realmente constante, por tanto, habrá que tener en cuenta la aceleración o modificación de la velocidad de las operaciones de compra-venta.

- ✓ La relación entre el volumen y el impacto del mercado no es lineal, sino más bien de la forma:

$$y = b \cdot \sqrt{x}$$

## **2.2. Características principales de las propuestas estudiadas**

Hemos comprobado que son tres los aspectos fundamentales que destacan en todas las propuestas, por un lado la información que se empleará en la medición de riesgos, por otro como se considera el factor tiempo, y finalmente, como es introducido el riesgo de liquidez en el proceso de valoración y medición de riesgos. Por ello, a continuación, presentamos unas tablas resumen extraídas de las propuestas estudiadas y que nos permitirán en el siguiente apartado presentar una metodología de medición del riesgo de liquidez.

<b>Propuesta</b>	<b>Información empleada</b>
Clark	Diaria, intradía y volumen
Parkinson	Máximo, mínimo y cierre
Kunitomo	Máximo, mínimo y cierre
Lawrence y Robinson	Cierre, spread, matriz de covarianzas, betas y volumen
Dembo	Cierre y benchmarks
Singer	Precios de productos derivados
Muranaga y Ohsawa	Cierre, spread y volumen
Mercurio y Vorst	Cierre y spread
Garman y Klass	Cierre, apertura, máximo y mínimo
Bangia, Diebold, Schuermann y Stroughair	Spread (factor exógeno)
Ahn, Boudouk, Richardson y Whitelaw	Precios medios
Leland	Coste de transacción (spread)
Whalley y Wilmott	Coste de transacción (spread) y gamma de la posición
Hisata y Yamai	Spread, volumen y efecto sobre el mercado

*Tabla 1. Información empleada en la estimación del riesgo de liquidez*

<b>Propuesta</b>	<b>Intervalo temporal</b>
Clark	Discreto
Parkinson	Discreto
Kunitomo	Discreto
Lawrence y Robinson	Continuo
Dembo	Continuo
Singer	Discreto
Muranaga y Ohsawa	Continuo
Mercurio y Vorst	Discreto
Garman y Klass	Discreto
Bangia, Diebold, Schuermann y Stroughair	Continuo
Ahn, Boudouk, Richardson y Whitelaw	Discreto
Leland	Continuo
Whalley y Wilmott	Continuo
Hisata y Yamai	Discreto

*Tabla 2. Consideración del intervalo temporal*

Propuesta	Introducción del riesgo de liquidez
Clark	Relación entre precio diario e intradía vía volumen. Dos tipos de efectos, especulativo y liquidativo
Parkinson	Mediante la estimación de la volatilidad
Kunitomo	Mediante la estimación de la volatilidad
Lawrence y Robinson	A través de los costes de transacción, cobertura y exposición
Dembo	Estimación de la frontera eficiente según el grado de aversión de cada agente.
Singer	Margen de la posición según el VaR
Muranaga y Ohsawa	Simulación de los precios según el coste de ejecución (spread), volumen de la operación y volumen negociado
Mercurio y Vorst	Modelo binomial con costes de transacción, o a través de la variación de la volatilidad
Garman y Klass	Mediante la estimación de la volatilidad
Bangia, Diebold, Schuermann y Stroughair	Simulación del spread corregido a causa de las colas gruesas mediante la kurtosis
Ahn, Boudouk, Richardson y Whitelaw	Coste de cobertura o diferencial entre cobertura perfecta y realizada
Leland	Mediante la estimación de la volatilidad distinguiendo entre posiciones largas y cortas
Whalley y Wilmott	Mediante la estimación de la volatilidad distinguiendo entre posiciones largas y cortas según el signo de la gamma de las mismas
Hisata y Yamai	Introducción en el modelo de precios de los efectos temporal y permanente sobre el mercado (aproximación media-desviación)

*Tabla 3. Introducción del riesgo de liquidez en el proceso de valoración*

### 3. METODOLOGÍA PARA LA MEDICIÓN DEL RIESGO DE LIQUIDEZ

#### 3.1. Factores y relaciones

A partir de los anteriores trabajos podemos extraer una serie de conclusiones que nos servirán para modelizar el riesgo de liquidez.

En primer lugar, apreciamos que existen diferentes posturas en cuanto a la información que hay que utilizar, aunque es posible agruparlas en dos clases, por un lado las que emplean precios de operaciones realizadas, y por otro las que usan precios ofertados y demandados, así este segundo

grupo representaría el denominado spread. En principio cabría pensar que el spread sólo transmite la opinión o deseo de cada agente, y no es en si mismo un precio de mercado ya que no se corresponde con una operación efectiva, entonces parece más interesante optar por el primer grupo, pero existe un inconveniente, ya que sólo se dispondrá de los precios de operaciones realizadas en los mercados organizados, mientras que en los OTC (Over The Counter) los precios que aparecen en pantalla son los demandados y ofertados, pero no los de las operaciones que los agentes vayan formalizando, de ahí que la propuesta será emplear para los mercados organizados los precios de operaciones que se hayan realizado, y para los OTC el máximo y mínimo de los precios ask y bid.

Otro aspecto que caracteriza las propuestas estudiadas anteriormente es el relativo a la consideración del intervalo temporal, es decir, discreto o continuo. En nuestra propuesta nos decantaremos por el primero de ellos, esto es, discreto, por dos cuestiones fundamentales, por un lado la operativa de los agentes, como ya indican algunos autores, es discreta, y por otro, manejar la información de manera continua exigiría trabajar con todas las operaciones realizadas diariamente, lo que en muchas ocasiones exige unos recursos técnicos y humanos no disponibles. Con lo cual, la consideración que se hará del riesgo de liquidez vendrá dada a través del riesgo de mercado intradía (intervalo máximo y mínimo), mientras que el riesgo de mercado puro será el denominado interdía (apertura y cierre).

Otra característica de alguno de los modelos estudiados es la incidencia del volumen. Con la intención de saber si éste debe ser o no otra variable a introducir en el modelo, analizaremos dicho factor en dos títulos de distinto grado de liquidez, Unión Eléctrica Fenosa (UNF) negociado en el mercado español y Telefónica Argentina, durante el período 1995-1999. Así comenzaremos comprobando el nivel de liquidez de cada uno a través del número de títulos

negociados y su valor en euros, y a continuación, estudiaremos la relación entre el volumen y los precios máximo y mínimo:

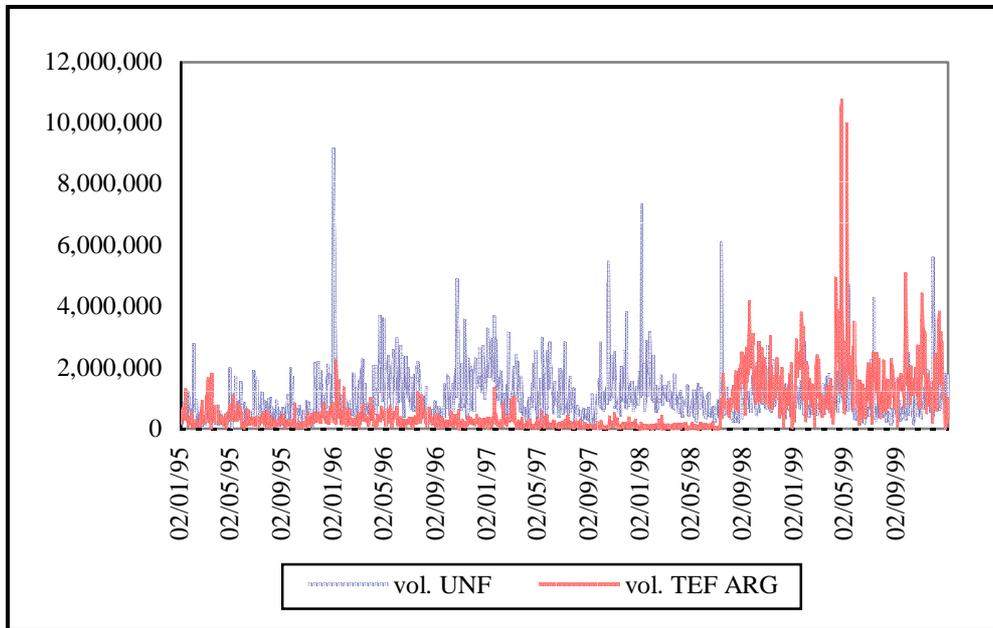


Gráfico 1. Comparativa del volumen diario en número de títulos

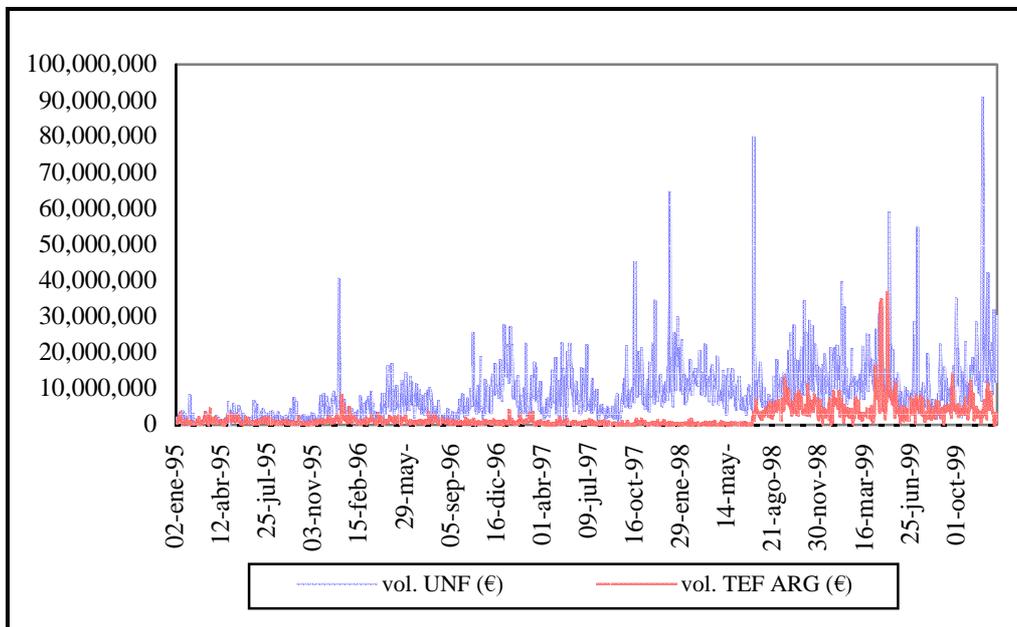


Gráfico 2. Comparativa del volumen diario en euros

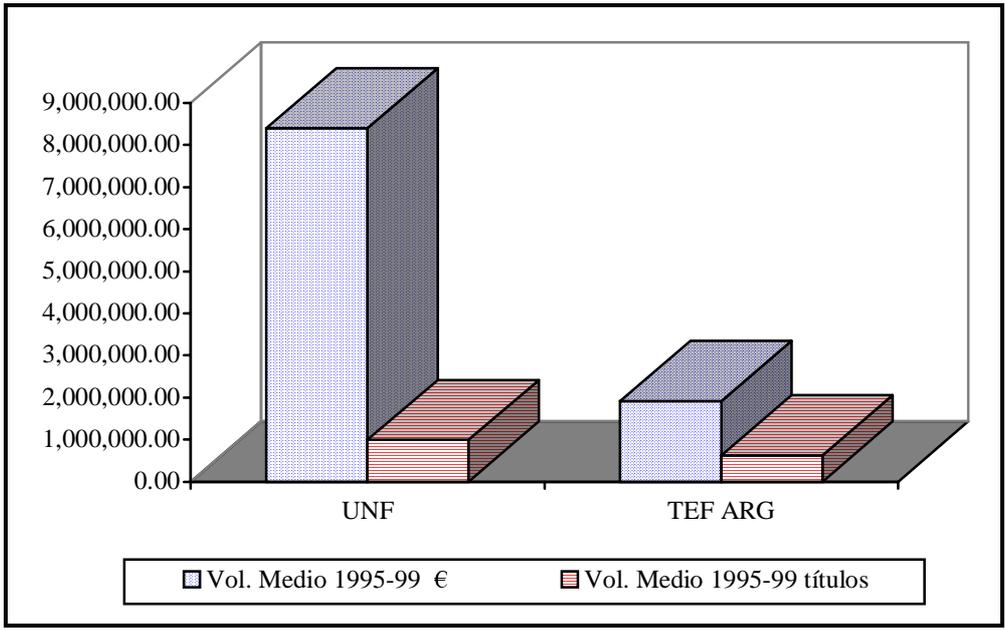


Gráfico 3. Comparativa del volumen medio diario

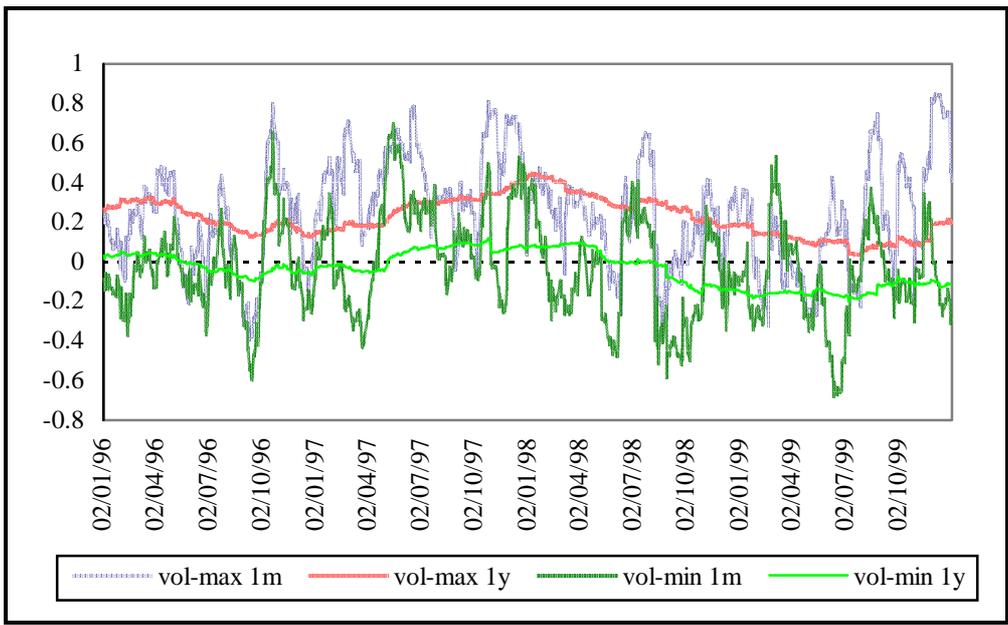


Gráfico 4. Correlación volumen vs. max-min para UNF

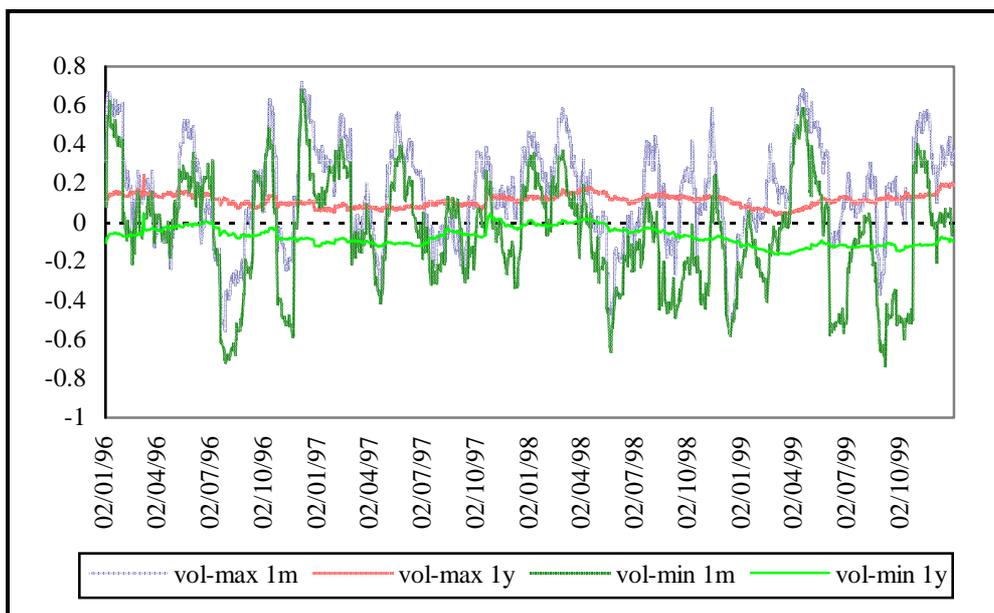


Gráfico 5. Correlación volumen vs. max-min para Telefónica Argentina

De los gráficos anteriores podemos extraer una serie de ideas básicas:

- ✓ Para ambos títulos y ambos períodos la relación volumen-máximo es superior a la volumen-mínimo, aunque a corto plazo (1 mes) la relación entre el volumen y cualquiera de los precios es más significativa que a largo plazo (1 año).
- ✓ A largo plazo (1 año) la relación volumen-máximo y volumen-mínimo sufre fluctuaciones idénticas.
- ✓ Mientras que a corto plazo (1 mes) el signo de la relación entre el volumen y los precios es muy variable, a largo plazo (1 año), la relación volumen-máximo es fundamentalmente positiva, mientras que la de volumen-mínimo es negativa, sobretodo para el título menos líquido.

Para testar las conclusiones anteriores sobre la relación entre los precios máximo y mínimo con el volumen, comenzaremos estimando una regresión lineal de las tasas de variación de dichas variables para el total de la muestra; a continuación, como propone VAN DEN GOORBERGH (1999), iremos disminuyendo el tamaño de dicha muestra, incluyendo sólo variaciones que se

encuentren dentro de un determinado nivel de confianza, para determinar así el valor de la cola de la distribución de los precios, a partir del cual el volumen muestra la mayor incidencia sobre éstos. Para ello, el nivel óptimo será aquel que muestre mayor  $R^2$ . Los resultados fueron:

Coeficiente	b	Error	t-student	$R^2$
max-total	0.00594993	0.00070287	8.46517322	0.04824566
min-total	0.0013241	0.00078328	1.69045164	0.00129521
max-10%	0.02915477	0.00354794	8.21738389	0.0752818
min-90%	-0.01522967	0.00503589	-3.02422651	0.02801468
max-5%	0.03645491	0.00565901	6.44192538	0.117985
min-95%	-0.02595943	0.00903871	-2.87202698	0.07766375
max-2.5%	0.03972274	0.00741322	5.35836924	0.04673681
min-97.5%	-0.03525428	0.01364764	-2.58317759	0.10367279
max-1%	0.05738259	0.01345943	4.26337557	0.08548879
min-99%	-0.07441322	0.02453291	-3.03320038	0.11207587

Tabla 4. Análisis estadístico de la relación precio-volumen para UNF

Coeficiente	b	error	t-student	$R^2$
max-total	0.00376731	0.0009128	4.12719344	0.01340183
min-total	0.00023202	0.0009662	0.24014124	0.00639007
max-10%	0.02432833	0.00481365	5.05403328	0.00090624
min-90%	-0.02571904	0.00624956	-4.11533829	0.0063436
max-5%	0.02459318	0.00831771	2.95672377	0.02445028
min-95%	-0.03676648	0.01126289	-3.2643913	0.02958774
max-2.5%	0.02713503	0.0124418	2.18095629	0.03036357
min-97.5%	-0.06670005	0.0186326	-3.57975104	0.00795939
max-1%	0.02229118	0.0182587	1.22085238	0.01186426
min-99%	-0.09846306	0.03176205	-3.10002228	0.03776911

Tabla 5. Análisis estadístico de la relación precio-volumen para Telefónica Argentina

Son varias las conclusiones que podemos extraer de estas estimaciones:

- ✓ El volumen tiene una mayor influencia cuánto mayor es el valor de la fluctuación del precio. Añadir además que, según se comprobó en la correlación entre precios y volúmenes, se ha tomado la cola de las diferencias positivas en el precio máximo ya que la correlación era positiva, por el contrario, se ha considerado la cola de las diferencias negativas para el precio mínimo, puesto que la correlación con el volumen era negativa fundamentalmente.
- ✓ La importancia de la variable volumen en la explicación de las variaciones de los precios es mayor en el título más líquido, y en ambos casos la relación no parece ser lineal, ya que al

seguir aumentando el nivel de confianza, no aumenta proporcionalmente el coeficiente  $R^2$ . Asimismo, es más significativa la incidencia del volumen sobre el máximo (95%) que sobre el mínimo (97.5%), lo cual parece decir que cuando los precios aumentan, los agentes económicos acuden al mercado tomando posiciones largas en espera de plusvalías futuras; por el contrario, cuando los precios caen, los agentes son más prudentes para deshacer sus posiciones, y por tanto, tiene que ser mucho más elevada la caída para vender, de ahí que al aumentar el nivel de confianza del mínimo el volumen sea más explicativo de dicho precio.

- ✓ En resumen, el volumen incide de forma diferente sobre el máximo y el mínimo, el efecto es más importante en los máximos, y la relación no parece lineal.

Una vez fijada la información que se utilizará hemos de determinar como introduciremos el riesgo de liquidez en el modelo del precio de los activos. Para ello, básicamente, las posturas que estudiamos anteriormente pueden clasificarse en dos, aquéllas que lo hacen a través de la volatilidad, y las que lo hacen directamente sobre los precios. Optaremos por el segundo grupo, ya que el primero considera que el intervalo de liquidez alrededor del precio es simétrico, o dicho de otra forma, el máximo y el mínimo distan igual del precio de cierre. Para corroborar nuestra elección estudiaremos el comportamiento del máximo y mínimo frente al precio de cierre de dos títulos negociados en un supuesto mercado líquido (español) y otro emergente (argentino), en concreto Unión Eléctrica Fenosa (UNF) y Telefónica Argentina; esto lo realizaremos sobre datos diarios en el período comprendido entre 1995-1999:

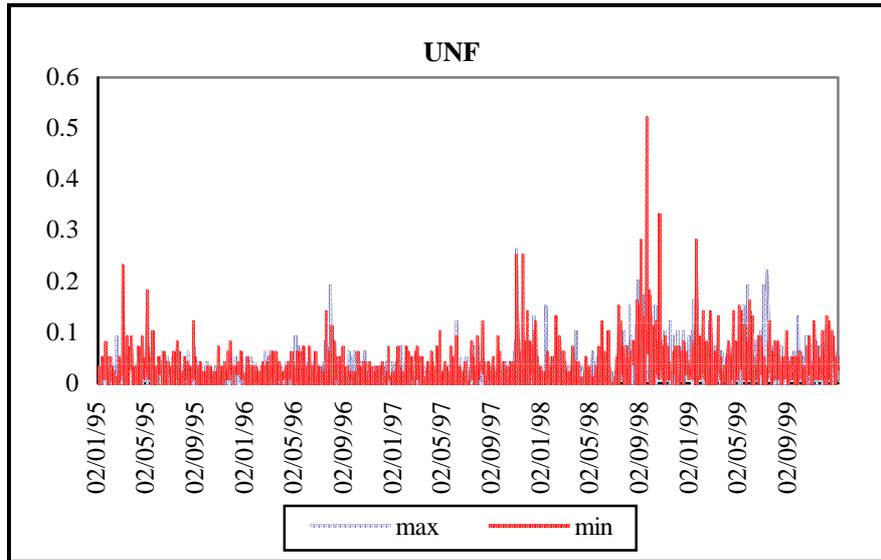


Gráfico 6. Comparativa máximo y mínimo para UNF

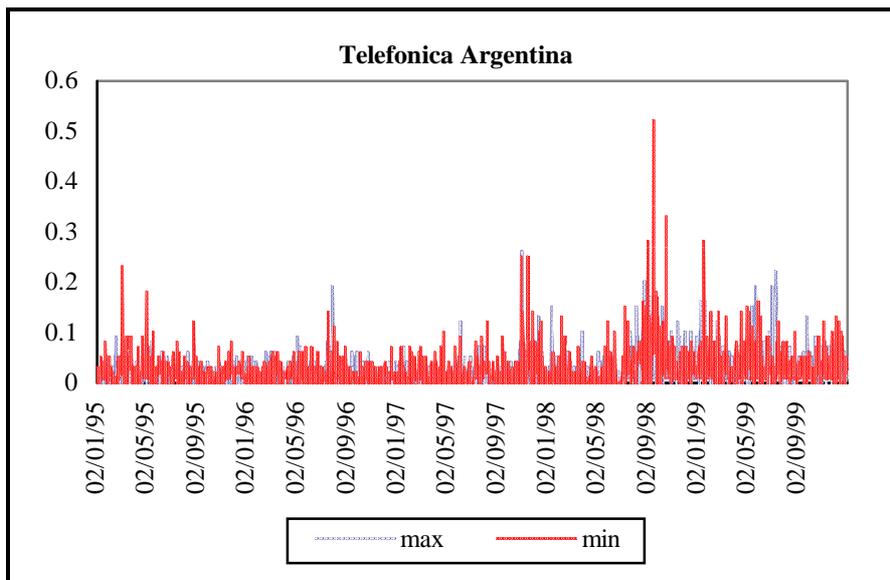


Gráfico 7. Comparativa máximo y mínimo para Telefónica Argentina

Concepto	max	min
Media	0.08	0.12
Desviación	0.13	0.17
Asimetría	3.06	4.05
Kurtosis	11.64	24.31

Tabla 6. Estadística de los precios de UNF

Concepto	max	min
media	0.02	0.03
desviación	0.03	0.04
asimetría	2.49	4.09
kurtosis	8.89	33.19

Tabla 7. Estadística de los precios de Telefónica Argentina

Si comparamos ahora el diferencial relativo max-min (d), o amplitud del movimiento diario del precio en términos del precio de cierre, esto es:

$$d = \frac{M - m}{C}$$

Donde M es el precio máximo de la sesión, m el mínimo y C el cierre. Entonces gráficamente obtenemos para el período 1998-99:

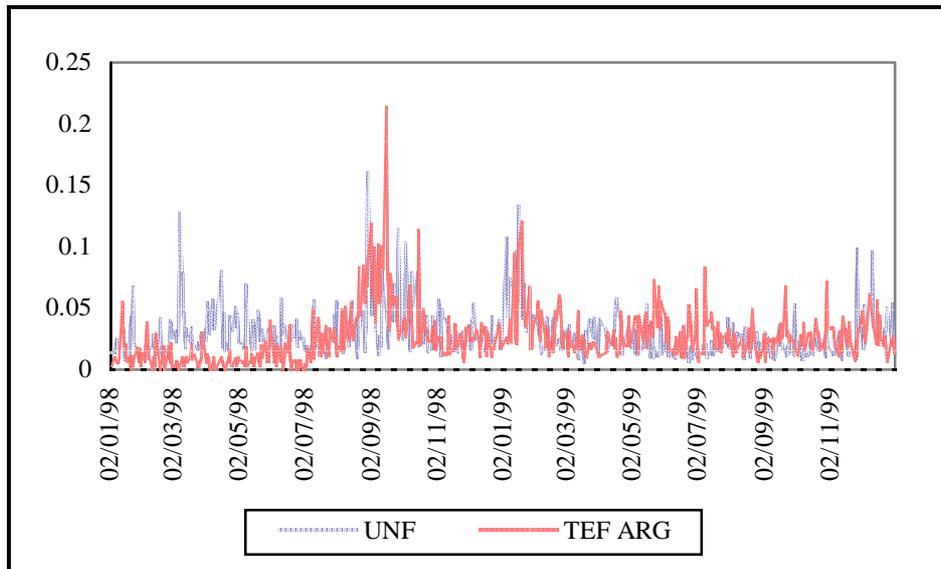


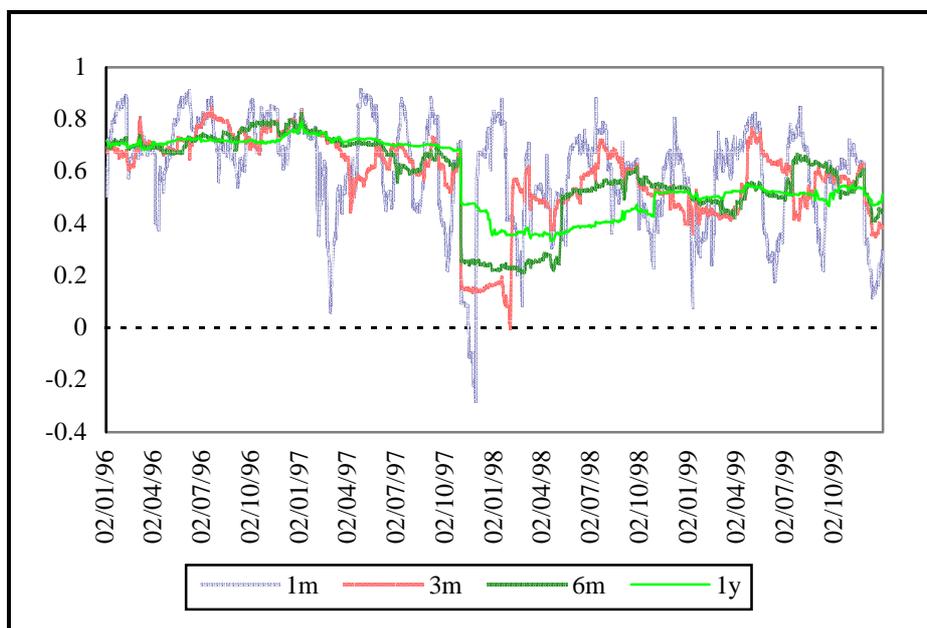
Gráfico 8. Comparación del diferencial relativo max-min

De este estudio son varias las conclusiones que podemos extraer:

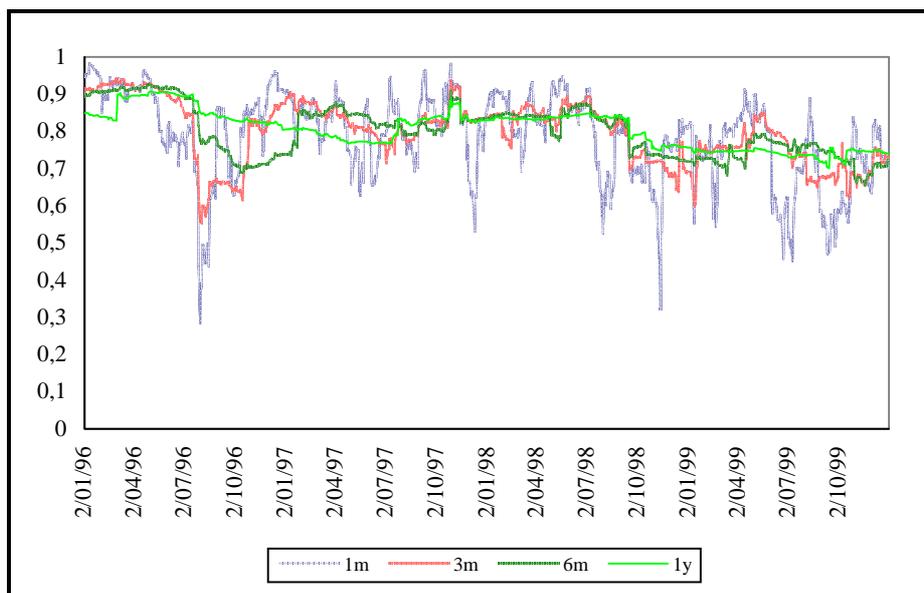
- ✓ El comportamiento del máximo y el mínimo no es simétrico, como ya avanzamos, y por tanto, deberemos analizar por separado dichos precios. Además, el mercado menos líquido no

siempre se corresponde con un mayor diferencial entre dichos precios, lo cual no ocurría con el volumen, que era siempre menor en el mercado menos líquido.

- ✓ La kurtosis es muy elevada, sobretodo en los precios mínimos, y más aún para el título menos líquido.
- ✓ Gráficamente parece existir una relación entre los movimientos del máximo y mínimo, por lo que estudiaremos esta posible correlación:



*Gráfico 9. Correlación max-min de UNF*



*Gráfico 10. Correlación max-min de Telefónica Argentina*

A partir del análisis de estas correlaciones podemos afirmar que:

- ✓ Cuánto mayor es el plazo mayor es la correlación entre las fluctuaciones del máximo y del mínimo, al mismo tiempo, la correlación se vuelve más estable al aumentar el plazo.
- ✓ Cuánto menos líquido es el mercado (argentino) más estable es dicha correlación, en concreto, mayor y positiva.

Resumiendo, como consecuencia de la hipótesis de Black-Scholes relativa a que el mercado está libre de fricciones, en la medición del riesgo no se tiene en cuenta el riesgo de liquidez. Entonces, al incorporar dicho riesgo, obtendremos los límites de fluctuación del precio, pero diferenciando entre posiciones largas y cortas. Y al introducir el efecto volumen resultará que el riesgo estimado no será lineal, por lo que las metodologías que no consideren este factor infraestimarán el riesgo. Así pues, la fluctuación de los precios puede dividirse en dos partes, por un lado el comportamiento del precio a lo largo de la sesión (máximo y mínimo, según el volumen), y por otro, la variación en el comportamiento de una sesión a otra (apertura y cierre).

Seguidamente, intentamos poner de relieve la importancia del día de la semana en la medición del riesgo de liquidez, tal y como propone GIOT (2000). Para ello, en primer lugar,

determinaremos los componentes principales y el peso específico de la variación del precio intradía (open-close) para cada día de la semana. Los resultados para el período de estudio (1995-1999) fueron los siguientes:

Day	UNF	TEF-ARG	UNF	TEF-ARG
lunes	0.1983	0.3068	13.12%	15.88%
martes	0.238	0.2553	15.74%	13.22%
miercoles	0.2989	0.3606	19.77%	18.67%
jueves	0.3586	0.4437	23.72%	22.97%
viernes	0.4182	0.565	27.66%	29.25%
total	1.512	1.9314	100%	100%

*Tabla 8. Análisis de componentes principales de los días de la semana*

Como puede verse ningún día sobresale respecto de los demás, y el famoso efecto lunes no aparece, puesto que no es éste el día de mayor incidencia, de hecho, el día más influyente es el viernes.

Finalmente, estimamos la regresión múltiple entre la variación semanal del precio (open-monday vs. close-friday) y las correspondientes variaciones intradía de cada día de la semana. Los resultados para el período 1995-99 fueron:

Day	coeficiente	test-t
lunes	0.2500	1.5390
martes	-0.1013	-0.7560
miercoles	0.5268	3.0048
jueves	0.3542	2.5363
viernes	0.2248	1.6634

*Tabla 9. Regresión múltiple semanal para UNF*

Day	coeficiente	test-t
Lunes	0.5624	2.5241
martes	0.0766	0.4924
miercoles	-0.0805	-0.4049
Jueves	0.4427	2.4161
Viernes	0.0439	0.2549

*Tabla 10. Regresión múltiple semanal para TEF-ARG*

Para testar los resultados determinamos la siguiente estadística:

Concepto	UNF	TEF-ARG
F	1.5721	1.9712
R <sup>2</sup>	0.0305	0.0371
Grados libertad	250	256
F 95%	2.2501	2.2493
t-student 95%	1.9695	1.9693

Tabla 11. Estadística de las regresiones múltiple semanales

Evidenciamos que las variables independientes explican la variación de la semana en un porcentaje muy bajo ( $R^2$ ), además según el test-F la incidencia de las variables independientes no es aleatoria, y también, que los únicos días de la semana que superan el test-t son el miércoles y jueves para UNF, mientras que para TEF-ARG son el lunes y el jueves.

Por tanto, podemos concluir que:

1. No se evidencia una estacionalidad, puesto que el coeficiente de regresión es muy bajo.
2. El día de la semana con mayor incidencia sobre la volatilidad del resto es el viernes, aunque no sobresale excesivamente respecto del resto.
3. La explicación de los movimientos semanales mediante la combinación lineal de los cambios diarios sólo presenta dos días que superen el test-t.
4. Resultaría lógico controlar, en nuestro ejemplo, el riesgo intradía de los viernes, y además para UNF los miércoles y jueves, mientras que para TEF-ARG los lunes y jueves.

### 3.2. Metodología propuesta

La propuesta aquí presentada consta de dos apartados, por un lado, definiremos aquello que pretendemos medir, lo catalogaremos y determinaremos sus componentes, y por otro, estableceremos la formulación que nos permitirá fijar el riesgo de liquidez previamente definido y clasificado.

#### 3.2.1. Definición, catalogación y componentes del riesgo de liquidez

Si riesgo es la posibilidad de pérdida en un instante futuro (downside), según cual sea la causa de dicha pérdida potencial obtendremos diferentes riesgos. Así el de liquidez se divide en dos, riesgo de tesorería y riesgo de liquidez del mercado.

El riesgo de tesorería es consecuencia de la gestión de cobros y pagos, de tal forma que cuando dichos flujos de entrada y salida no coinciden en cuantía o fecha, exigirán que el gestor desarrolle su labor, es decir:

1. Trading, si los cobros superan los pagos.
2. Funding, si los pagos superan los cobros.

Pero aunque este riesgo lógicamente guarda relación con el de liquidez de mercado y otros riesgos, no es objeto de nuestro trabajo.

Por su parte, el riesgo de liquidez del mercado es la pérdida potencial que sufriría un agente al deshacer una posición o cubrirla, como consecuencia de la falta de volumen o el excesivo spread.

Una característica fundamental de este riesgo es la relativa al período, el riesgo de liquidez sólo existe para el plazo de medición  $K$  siempre que el vencimiento de la posición sea en  $T > K$ ; puesto que si  $T = K$ , entonces el riesgo de liquidez sólo existirá en cualquier momento  $t < T$ , ya que en  $T$  lo que habrá será riesgo de liquidación de la operación (riesgo de crédito), si la posición da lugar a un derecho, o bien, si genera un pasivo, en todo caso conllevará un riesgo de tesorería (funding) para sustituir la fuente financiera.

Definido el riesgo a medir y su especial carácter temporal, hemos de diferenciar o clasificarlo siguiendo diversos criterios no excluyentes:

- ✓ Según el mercado, podemos diferenciar entre OTC (Over The Counter) y organizados. En los primeros el riesgo de liquidez vendrá provocado por dos fuentes, por un lado las expectativas de los agentes que tendrán su representación en el spread, y por otro, en el riesgo de liquidez del mercado organizado donde se negocien los títulos con los que guarde mayor relación la operación OTC. Por su parte, los mercados organizados serán de dos tipos, por un lado, los líquidos, y por otro, los ilíquidos. Estos últimos, normalmente emergentes, se caracterizan por

su menor estabilidad tanto en volumen como en precios, lo cual se manifiesta en mayores fluctuaciones tanto al alza como a la baja.

- ✓ Según el producto, así una vez hecha la diferenciación por mercados, cabe distinguir entre productos spot y forward. Los primeros presentarán riesgo de liquidez desde su contratación hasta el momento previo a su vencimiento; en los segundos, conocidos comúnmente como derivados, hay que diferenciar aquellos que se liquidan por diferencias de los que lo hacen mediante la entrega del subyacente, puesto que en el primer caso el riesgo de liquidez será como en los productos spot, mientras que los liquidados por entrega presentan riesgo de liquidez por el derivado justo hasta el instante previo a la liquidación, y en el instante de liquidación aparecerá el correspondiente al subyacente, si es preciso adquirirlo o enajenarlo para obtener el resultado final.
- ✓ Según la posición, tras las dos categorías previas, habría que distinguir entre posiciones largas y cortas para cada producto y en su correspondiente mercado. Esto es necesario por dos motivos, uno relativo al volumen de la posición, y el otro provocado por la falta de simetría de precios como ya comprobamos, lo que supone que el precio de venta y el de compra no sean iguales ni fluctúen de igual forma.

Finalmente, y antes de formular nuestra propuesta, determinaremos los componentes que influyen en el riesgo de liquidez. Siguiendo los trabajos de los autores estudiados en el apartado anterior, pretendemos homogeneizar las propuestas presentadas con el fin de elaborar un compendio de los componentes que influyen en el riesgo de liquidez.

En primer lugar, hemos de destacar que dichos elementos pueden agruparse en dos grandes grupos, que denominaremos respectivamente, componentes particulares y generales. Los primeros hacen referencia al riesgo de liquidez que afecta a cada agente de forma diferenciada respecto de otros que mantengan la misma posición, lógicamente la única diferencia vendría dada

por el volumen de la posición en particular respecto del volumen total del mercado; posteriormente determinaremos como puede ser introducido este efecto en el modelo. Respecto a los factores generales presentamos los siguientes:

- ✓ Riesgo al deshacer la posición o cubrirla, y que denominaremos *riesgo de cobertura*. Aunque algunos autores consideran este riesgo en el conjunto de una cartera o un mercado, con el fin de generalizar su tratamiento, nosotros consideramos que su estimación equivale a cubrir el downside de la posición considerada, esto supone cubrir el precio mínimo de venta si la posición es larga, o el máximo si es corta. Entonces el valor del downside de dichas coberturas y para el plazo en el que el riesgo de liquidez fue definido, consistiría en determinar el valor de una opción americana look-back, en concreto, una put-min para la posición larga y una call-max para la corta.
- ✓ Riesgo provocado por el diferencial de precios según la posición, y que llamaremos *riesgo de transacción*. Este riesgo viene dado por la diferencia entre los precios de compra y venta, y que nosotros estimaremos según indicamos anteriormente, en función de los precios mínimo y máximo de operaciones cerradas, o el spread en mercados OTC. La justificación de este diferencial se encuentra en los denominados costes de transacción de los intermediarios y en los distintos niveles de información de los agentes, es decir, el intermediario asume el riesgo del agente a cambio de un precio (prima), que vendría dado por el spread. Para su estimación hemos de dividir la fluctuación diaria del precio en dos partes, interdía e intradía. Así pues, por un lado, estará el riesgo de mercado, o variación diaria del precio estimada a partir de los precios open y close; y por otro, el riesgo de liquidez, o variación del precio a largo de la sesión a partir de los precios máximo y mínimo. Esta propuesta supone que tras modelizar el riesgo de mercado, el error resultante sería una aproximación del riesgo de liquidez.

- ✓ Riesgo como consecuencia del volumen negociado, esto es, que no pueda deshacerse toda la posición por falta de volumen, o si se logra, el efecto provocado sobre los precios será extraordinario. El primero de los inconvenientes vendría dado por la variación diaria del volumen total del mercado; mientras que el segundo, se compondría de dos efectos, por un lado, el temporal o recuperable, y por otro, el permanente. Si ahora añadimos la relación entre los componentes generales y particulares, es decir, la relación entre el volumen total del mercado y el de la posición, sin olvidar que no se trata de una relación lineal, entonces, el resultado total será el *riesgo de exposición*, tercer y último componente del riesgo de liquidez.

Con el fin de justificar nuestra clasificación de factores en generales y particulares, realizamos un estudio del comportamiento del precio de un título diferenciando entre el componente de mercado y el específico, así si el rendimiento de un activo lo explicamos, siguiendo la CAPM, a partir del mercado (B, benchmark) y el carácter específico (e) obtendremos una expresión similar a la siguiente:

$$R_t = a_t + b_t \cdot B_t + e_t$$

Si ahora esto lo relacionamos con el riesgo de liquidez tendríamos los dos grupos de componentes explicativos del riesgo de liquidez de mercado:

1. Factores exógenos:

$$b_t \cdot B_t$$

2. Factores endógenos:

$$e_t$$

Entonces a partir de nuestra propuesta, expresaremos el comportamiento del precio a lo largo de una sesión como:

$$R_t^M = a_t^M + b_t^M \cdot B_t + e_t^M$$

$$R_t^m = a_t^m + b_t^m \cdot B_t + e_t^m$$

$$R_t^O = a_t^O + b_t^O \cdot B_t + e_t^O$$

$$R_t^C = a_t^C + b_t^C \cdot B_t + e_t^C$$

Donde M es máximo, m mínimo, o apertura y c cierre. Entonces, una vez obtenidas las series históricas de residuos (e), podremos estimar la banda de fluctuación del riesgo de liquidez como sigue:

$$e_t^M = \alpha_t^M + \beta_t^M \cdot e_{t-1}^c$$

$$e_t^m = \alpha_t^m + \beta_t^m \cdot e_{t-1}^c$$

$$e_t^c = \alpha_t^c + \beta_t^c \cdot e_{t-1}^c$$

$$e_t^o = \alpha_t^o + \beta_t^o \cdot e_{t-1}^c$$

Por último incluiremos la incidencia del volumen, así si v es la tasa continua de variación diaria del volumen expresado en unidades monetarias, resultaría para un precio x cualquiera:

$$e_t^x = \alpha_t^x + \beta_t^x \cdot e_{t-1}^c + \gamma_t^x \cdot v_{t-1}$$

A continuación presentamos un estudio empírico sobre Unión Fenosa, tomando como indicador del mercado el IBEX-35. La base empleada va desde 1995 hasta 1999, y las estimaciones se realizaron quincenalmente para el año 1999 con los siguientes resultados (t-test):

fecha	ac	bc	ta	tb	aM	bM	ta	tb	am	bm	ta	tb	ao	bo	ta	tb
04-ene	-0.004	0.001	-0.076	1.566	-0.038	0.001	-0.786	1.739	-0.039	0.001	-0.692	1.337	-0.034	0.001	-0.579	1.253
15-ene	-0.002	0.001	-0.033	1.429	-0.029	0.001	-0.604	1.664	-0.036	0.001	-0.628	1.202	-0.038	0.001	-0.627	1.091
01-feb	-0.014	0.002	-0.273	1.697	-0.044	0.002	-0.899	1.853	-0.033	0.002	-0.582	1.526	-0.028	0.002	-0.444	1.374
15-feb	-0.009	0.002	-0.187	1.743	-0.039	0.002	-0.788	1.833	-0.033	0.002	-0.568	1.527	-0.033	0.002	-0.533	1.392
01-mar	-0.007	0.002	-0.138	1.763	-0.037	0.002	-0.759	1.866	-0.036	0.002	-0.621	1.58	-0.038	0.002	-0.606	1.449
15-mar	-0.005	0.001	-0.101	1.609	-0.034	0.001	-0.698	1.716	-0.033	0.002	-0.578	1.453	-0.036	0.002	-0.576	1.344
06-abr	0.002	0.001	0.032	1.568	-0.028	0.001	-0.582	1.645	-0.028	0.001	-0.489	1.374	-0.033	0.001	-0.523	1.263
15-abr	-0.002	0.001	-0.033	1.41	-0.033	0.001	-0.668	1.576	-0.031	0.001	-0.54	1.259	-0.038	0.001	-0.598	1.233
03-may	0.004	0.001	0.079	1.173	-0.025	0.001	-0.505	1.254	-0.026	0.001	-0.436	1.077	-0.034	0.001	-0.529	1.003
17-may	0.011	0.001	0.212	1.111	-0.014	0.001	-0.286	1.16	-0.021	0.001	-0.356	1.004	-0.026	0.001	-0.4	0.899
01-jun	0.017	0.001	0.333	1.087	-0.011	0.001	-0.221	1.141	-0.02	0.001	-0.336	1.028	-0.023	0.001	-0.354	0.923
15-jun	0.021	0.001	0.396	1.016	-0.002	0.001	-0.04	1.077	-0.018	0.001	-0.312	0.91	-0.015	0.001	-0.23	0.841
01-jul	0.031	0.001	0.605	1.016	0.002	0.001	0.043	1.088	-0.011	0.001	-0.187	0.927	-0.009	0.001	-0.14	0.853
15-jul	0.027	0.001	0.516	1.057	-0.002	0.001	-0.05	1.148	-0.016	0.001	-0.273	0.993	-0.009	0.001	-0.146	0.913
02-ago	0.03	0.001	0.583	1.142	0.003	0.001	0.056	1.192	-0.013	0.001	-0.215	0.975	-0.004	0.001	-0.06	0.92
16-ago	0.035	0.001	0.672	1.176	0.003	0.001	0.054	1.271	-0.016	0.001	-0.264	1.077	-0.008	0.001	-0.123	1
01-sep	0.034	0.001	0.651	1.329	0.005	0.001	0.1	1.406	-0.008	0.001	-0.14	1.177	0	0.001	-0.004	1.078
15-sep	0.039	0.001	0.738	1.149	0.009	0.001	0.188	1.269	-0.005	0.001	-0.088	1.072	0.003	0.001	0.042	0.983
01-oct	0.038	0.001	0.701	1.184	0.006	0.001	0.121	1.298	-0.008	0.001	-0.128	1.101	0.002	0.001	0.037	1.016
15-oct	0.034	0.001	0.621	1.071	0.01	0.001	0.194	1.177	0.005	0.001	0.088	0.998	0.016	0.001	0.24	0.898
03-nov	0.028	0.001	0.518	1.086	0.006	0.001	0.127	1.169	0.022	0.001	0.384	1.036	0.035	0.001	0.587	0.981
15-nov	0.02	0.001	0.361	1.197	-0.001	0.001	-0.027	1.327	0.016	0.001	0.284	1.209	0.034	0.001	0.554	1.122
01-dic	0.034	0.001	0.619	1.287	0.016	0.001	0.298	1.379	0.022	0.001	0.384	1.242	0.041	0.001	0.668	1.146
15-dic	0.046	0.001	0.819	1.284	0.021	0.001	0.391	1.46	0.028	0.001	0.494	1.285	0.04	0.001	0.651	1.239
30-dic	0.045	0.001	0.803	1.373	0.012	0.001	0.225	1.482	0.025	0.001	0.442	1.358	0.032	0.001	0.513	1.243

*Tabla 12. Estimación lineal frente al benchmark para el máximo (M) y el mínimo (m)*

En la *Tabla 12* observamos los resultados de estimar el modelo lineal que nos permitirá determinar el valor de los residuos para máximos y mínimos.

	alpha c	beta c	a c	b c	alpha M	beta M	a M	b M	alpha m	beta m	a m	b m	alpha o	beta o	a o	b o
04-ene	0.755	0.02	25.509	7.371	0.953	0.006	25.616	1.791	0.844	-0.04	15.19	-7.857	0.789	-0.028	16.07	-6.22
15-ene	0.781	0.018	27.324	6.782	0.887	0.013	25.92	4.282	0.767	-0.031	14.109	-6.32	0.692	-0.017	14.798	-4.061
01-feb	0.783	0.018	28.099	6.923	0.832	0.02	27.634	7.429	0.688	-0.022	13.115	-4.616	0.629	-0.009	14.499	-2.334
15-feb	0.791	0.017	28.764	6.712	0.783	0.026	28.704	10.513	0.616	-0.014	12.048	-3	0.562	-0.002	13.652	-0.417
01-mar	0.798	0.016	29.451	6.536	0.752	0.03	30.802	13.579	0.555	-0.007	11.31	-1.522	0.503	0.005	13.073	1.562
15-mar	0.807	0.015	30.378	6.278	0.733	0.033	32.207	15.787	0.495	0	10.593	0.075	0.454	0.011	12.497	3.446
06-abr	0.816	0.014	31.47	6.103	0.728	0.033	33.227	16.749	0.438	0.007	9.886	1.74	0.415	0.016	11.974	5.044
15-abr	0.824	0.013	32.048	5.773	0.727	0.034	33.742	17.191	0.419	0.01	9.657	2.446	0.4	0.018	11.698	5.741
03-may	0.837	0.012	33.712	5.432	0.73	0.033	35.369	18	0.39	0.014	9.549	3.67	0.379	0.021	11.664	7.012
17-may	0.845	0.011	34.765	5.175	0.731	0.033	36.359	18.505	0.384	0.015	9.74	4.311	0.369	0.022	11.681	7.793
01-jun	0.853	0.01	36.196	4.999	0.74	0.033	37.907	18.777	0.381	0.017	10.209	5.134	0.368	0.023	12.167	8.546
15-jun	0.862	0.009	37.571	4.666	0.747	0.032	39.334	19.056	0.382	0.018	10.796	5.898	0.368	0.024	12.662	9.311
01-jul	0.871	0.008	39.128	4.359	0.757	0.031	41.002	19.395	0.392	0.019	11.733	6.692	0.376	0.024	13.482	9.97
15-jul	0.879	0.008	40.594	4.116	0.764	0.031	42.751	19.914	0.397	0.021	12.66	7.629	0.383	0.024	14.337	10.548
02-ago	0.885	0.007	41.842	3.835	0.77	0.03	44.279	20.441	0.403	0.022	14.084	9.195	0.39	0.024	15.248	11.235
16-ago	0.888	0.007	42.771	3.763	0.774	0.03	45.697	21.084	0.411	0.024	15.646	10.714	0.399	0.024	16.087	11.646
01-sep	0.893	0.006	43.732	3.44	0.78	0.03	47.134	21.648	0.421	0.025	17.836	12.874	0.407	0.025	16.999	12.339
15-sep	0.897	0.005	44.61	3.228	0.786	0.03	48.461	22.166	0.439	0.026	20.449	14.614	0.418	0.024	17.958	12.691
01-oct	0.9	0.005	45.521	3.072	0.792	0.03	50.031	22.97	0.456	0.027	24.251	17.651	0.431	0.025	19.376	13.547
15-oct	0.903	0.005	46.639	2.902	0.796	0.03	51.425	23.489	0.469	0.028	26.751	19.37	0.441	0.024	20.265	13.836
03-nov	0.907	0.004	47.674	2.748	0.802	0.029	53.017	23.82	0.481	0.027	30.77	21.721	0.45	0.023	22.262	14.295
15-nov	0.906	0.004	47.795	2.782	0.804	0.029	53.246	23.945	0.487	0.026	31.096	21.027	0.456	0.022	22.733	13.511
01-dic	0.907	0.004	47.673	2.544	0.807	0.028	52.461	23.231	0.495	0.025	31.217	19.867	0.46	0.019	23.383	12.368
15-dic	0.903	0.004	46.797	2.521	0.807	0.028	52.029	22.867	0.499	0.024	31.583	19.338	0.467	0.017	24.168	11.505
30-dic	0.904	0.003	46.9	2.313	0.807	0.028	52.569	22.968	0.508	0.023	32.115	18.578	0.471	0.016	25.189	10.766

*Tabla 13. Estimación lineal frente al benchmark para el cierre (c) y la apertura (o)*

En la *Tabla 13* observamos los resultados de estimar el modelo lineal que nos permitirá determinar el valor de los residuos para los precios de apertura y cierre, así como los valores de los parámetros del modelo autorregresivo de dichos residuos.

	alpha c	beta c	gamma c	a c	b c	g c	alpha o	beta o	gamma o	a o	b o	g o
04-ene	0.008	0.761	0.02	4.268	26.117	7.324	0.002	0.791	-0.028	0.76	16.082	-6.243
15-ene	0.008	0.787	0.017	4.417	28.011	6.71	0.002	0.693	-0.017	0.651	14.804	-4.083
01-feb	0.008	0.788	0.017	4.339	28.774	6.857	0.001	0.629	-0.009	0.274	14.482	-2.341
15-feb	0.007	0.797	0.016	4.17	29.412	6.615	0.001	0.562	-0.002	0.2	13.631	-0.425
01-mar	0.008	0.803	0.016	4.238	30.12	6.456	0	0.503	0.005	0.155	13.052	1.553
15-mar	0.008	0.813	0.015	4.418	31.122	6.192	0	0.454	0.011	0.151	12.476	3.433
06-abr	0.008	0.821	0.014	4.244	32.174	6.013	0	0.415	0.016	0.06	11.95	5.032
15-abr	0.007	0.829	0.013	4.046	32.692	5.694	0	0.4	0.018	0.038	11.675	5.729
03-may	0.008	0.842	0.012	4.086	34.389	5.357	0	0.379	0.021	-0.097	11.636	7.004
17-may	0.008	0.85	0.011	3.985	35.436	5.081	-0.001	0.368	0.022	-0.525	11.631	7.802
01-jun	0.009	0.857	0.01	4.16	36.935	4.935	-0.002	0.367	0.023	-0.714	12.116	8.561
15-jun	0.008	0.866	0.009	4.114	38.305	4.614	-0.002	0.367	0.024	-0.783	12.614	9.327
01-jul	0.008	0.877	0.008	4.104	39.916	4.238	-0.002	0.375	0.024	-0.702	13.412	9.987
15-jul	0.008	0.882	0.007	3.935	41.317	4.048	-0.002	0.382	0.024	-0.753	14.282	10.562
02-ago	0.009	0.889	0.007	4.29	42.725	3.741	-0.003	0.389	0.025	-0.97	15.183	11.263
16-ago	0.009	0.892	0.006	4.429	43.715	3.69	-0.003	0.398	0.024	-0.985	16.028	11.671
01-sep	0.01	0.897	0.006	4.695	44.827	3.334	-0.003	0.405	0.025	-1.037	16.926	12.37
15-sep	0.01	0.901	0.005	4.593	45.671	3.141	-0.003	0.417	0.025	-1.062	17.888	12.72
01-oct	0.01	0.905	0.005	4.827	46.724	2.966	-0.002	0.43	0.025	-0.917	19.293	13.569
15-oct	0.01	0.908	0.004	4.611	47.763	2.821	-0.002	0.44	0.024	-0.88	20.178	13.853
03-nov	0.01	0.911	0.004	4.509	48.759	2.673	-0.001	0.45	0.023	-0.54	22.188	14.294
15-nov	0.01	0.911	0.004	4.59	48.924	2.68	-0.001	0.456	0.022	-0.449	22.658	13.507
01-dic	0.011	0.912	0.004	4.929	48.972	2.448	-0.001	0.459	0.019	-0.598	23.3	12.372
15-dic	0.011	0.909	0.004	5.198	48.226	2.417	-0.002	0.466	0.017	-0.742	24.072	11.518
30-dic	0.012	0.91	0.003	5.187	48.322	2.24	-0.002	0.47	0.016	-0.734	25.095	10.776

*Tabla 14. Estimación lineal de los residuos para el cierre (c) y la apertura (o)*

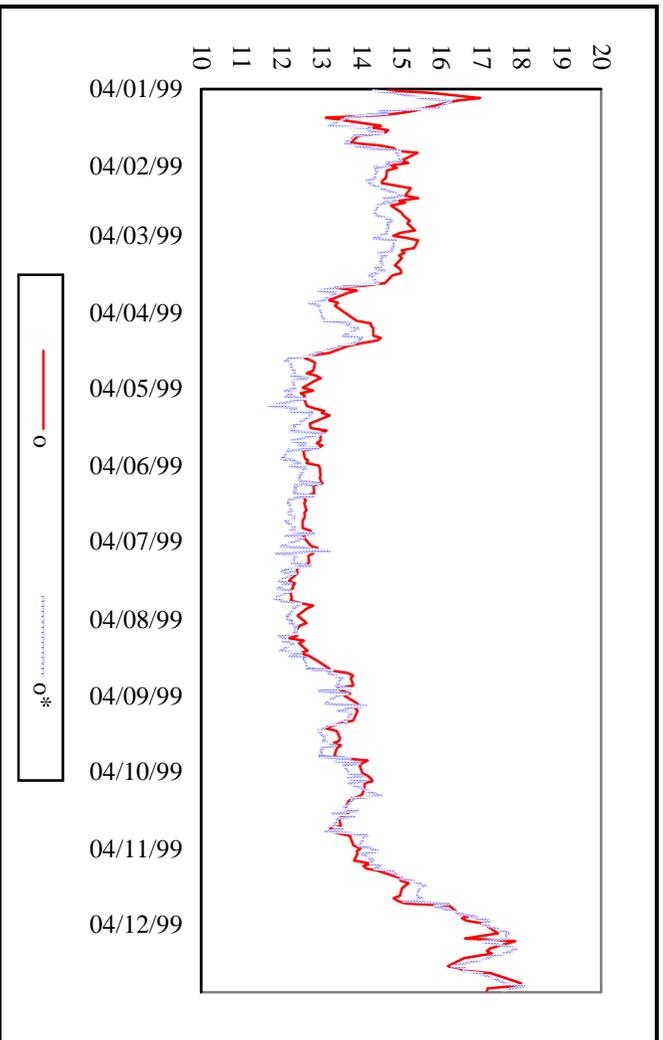
En la *Tabla 14* presentamos los resultados de la estimación del modelo autorregresivo, incluyendo la variación del volumen, para los residuos de los precios de cierre y apertura.

	alpha M	beta M	gamma M	a M	b M	g M	alpha m	beta m	gamma m	a m	b m	g m
04-ene	0.011	0.961	0.005	4.853	26.386	1.639	0.001	0.845	-0.04	0.356	15.177	-7.858
15-ene	0.011	0.895	0.013	5.052	26.768	4.163	0.001	0.767	-0.031	0.236	14.09	-6.319
01-feb	0.01	0.839	0.02	5.104	28.534	7.392	0	0.688	-0.022	-0.019	13.086	-4.606
15-feb	0.009	0.79	0.026	5.259	29.697	10.528	0	0.616	-0.014	-0.095	12.014	-2.989
01-mar	0.009	0.758	0.03	5.509	31.93	13.721	0	0.555	-0.007	-0.143	11.278	-1.513
15-mar	0.009	0.74	0.032	5.91	33.545	16.039	0	0.495	0	-0.039	10.567	0.077
06-abr	0.009	0.734	0.033	5.799	34.543	17.017	-0.001	0.437	0.007	-0.169	9.855	1.744
15-abr	0.009	0.733	0.033	5.683	35.014	17.48	-0.001	0.418	0.01	-0.193	9.628	2.449
03-may	0.009	0.735	0.033	5.654	36.671	18.323	-0.001	0.39	0.014	-0.286	9.518	3.675
17-may	0.008	0.737	0.033	5.342	37.573	18.771	-0.002	0.383	0.015	-0.499	9.696	4.324
01-jun	0.009	0.745	0.032	5.543	39.234	19.128	-0.002	0.38	0.017	-0.698	10.161	5.153
15-jun	0.009	0.752	0.032	5.488	40.661	19.432	-0.003	0.381	0.018	-0.844	10.748	5.919
01-jul	0.009	0.763	0.031	5.574	42.473	19.699	-0.002	0.391	0.019	-0.713	11.666	6.714
15-jul	0.009	0.768	0.03	5.33	44.108	20.274	-0.002	0.396	0.021	-0.787	12.606	7.647
02-ago	0.009	0.774	0.03	5.476	45.761	20.812	-0.003	0.401	0.023	-0.995	14.019	9.226
16-ago	0.01	0.778	0.03	5.589	47.263	21.526	-0.003	0.41	0.024	-1.143	15.586	10.748
01-sep	0.01	0.785	0.03	5.873	48.928	22.128	-0.003	0.42	0.026	-1.144	17.762	12.912
15-sep	0.01	0.79	0.03	5.86	50.283	22.692	-0.003	0.438	0.026	-1.185	20.376	14.651
01-oct	0.011	0.797	0.03	6.275	52.189	23.6	-0.002	0.455	0.027	-1.067	24.159	17.681
15-oct	0.01	0.801	0.029	5.908	53.397	24.088	-0.002	0.468	0.028	-1.048	26.651	19.395
03-nov	0.01	0.807	0.029	5.72	54.903	24.397	-0.002	0.48	0.027	-0.955	30.676	21.737
15-nov	0.01	0.809	0.029	5.79	55.188	24.504	-0.002	0.487	0.026	-0.936	30.998	21.044
01-dic	0.011	0.812	0.028	6.291	54.719	23.906	-0.002	0.494	0.025	-0.962	31.115	19.886
15-dic	0.012	0.813	0.028	6.593	54.495	23.597	-0.002	0.498	0.024	-1.043	31.47	19.363
30-dic	0.012	0.813	0.027	6.711	55.137	23.783	-0.002	0.507	0.023	-0.933	32.006	18.593

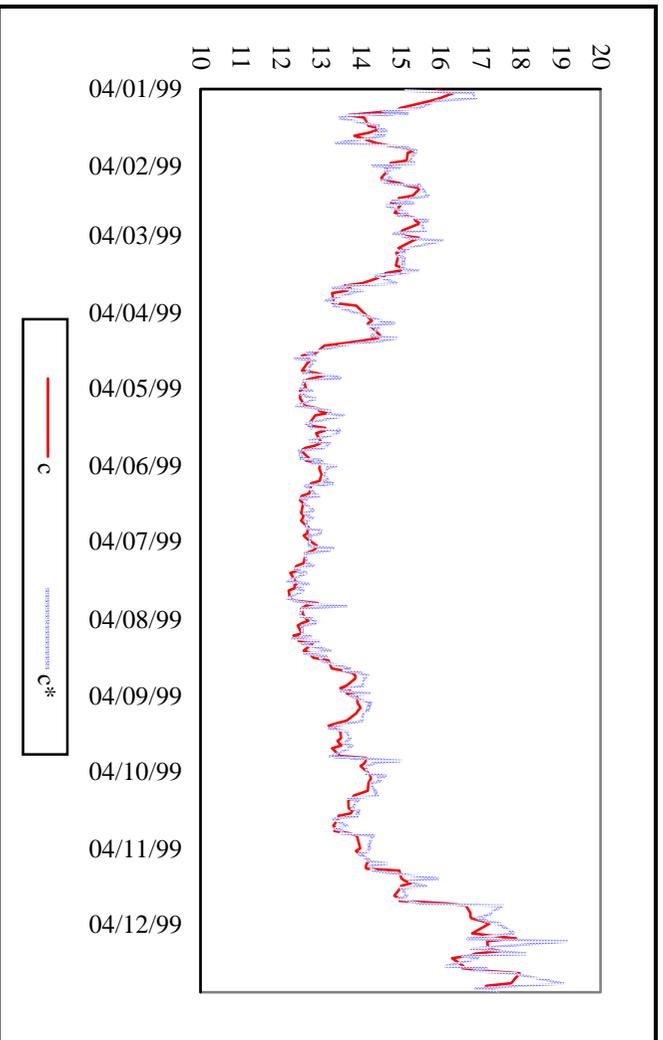
*Tabla 15. Estimación lineal de los residuos para el máximo (M) y el mínimo (m)*

Finalmente en la *Tabla 15* presentamos los resultados de estimar el modelo autorregresivo incorporan las variaciones del volumen para los residuos de los precios máximos y mínimos.

Para comprobar la validez de dichas estimaciones no solo estadísticamente, añadimos los gráficos que comparan los valores observados o reales con los estimados:



*Gráfico II. Precio de apertura real (o) vs. simulado (o\*)*



*Gráfico I2. Precio de cierre real (c) vs. simulado (c\*)*

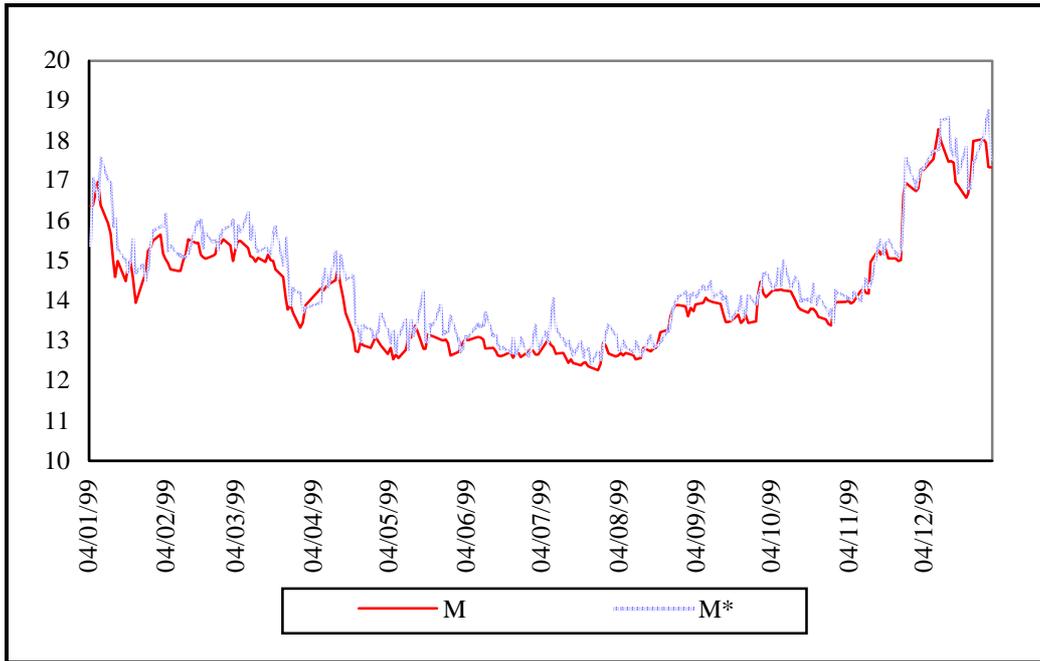


Gráfico 13. Precio máximo real (M) vs. simulado (M\*)

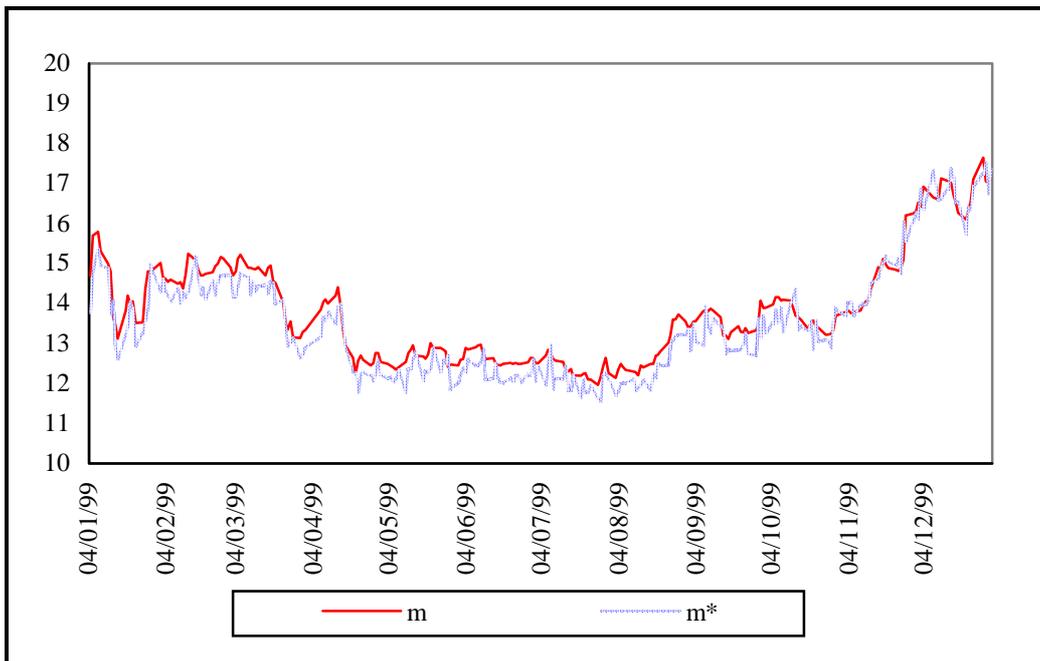


Gráfico 14. Precio mínimo real (m) vs. simulado (m\*)

Según los resultados obtenidos la diferenciación entre factores generales (mercado) y particulares (específico) resulta factible, por cuanto las estimaciones son significativas, incluso al añadir la tasa de variación del volumen diario. De esta forma, y a la luz de estos resultados, presentamos a continuación la propuesta metodológica apoyada en precios máximos, mínimos y volúmenes.

### 3.2.2. Propuesta de medición del riesgo de liquidez

Una vez establecida la información que emplearemos en la modelización del riesgo de liquidez y determinados sus componentes, presentamos nuestra propuesta de medición de dicho riesgo.

A partir de las definiciones de apartados anteriores, el estudio de la variación interdía del precio nos permitirá modelizar el riesgo de mercado, mientras que la del riesgo de liquidez quedaría reducida a la estimación del comportamiento del precio a lo largo de la sesión o intradía (máximo y mínimo), añadiendo el volumen como factor extraordinario. Así pues, si el riesgo de mercado de cualquier posición ha de medirse en función de la fluctuación del precio de cierre y de apertura, entonces en el de liquidez habrá que diferenciar entre posiciones largas, para las que emplearemos el mínimo, y las cortas, en las que se usará el máximo; por tanto, la idea es modelizar las bandas de fluctuación max-min alrededor del comportamiento del riesgo de mercado. Esta propuesta sería similar al trabajo de AVELLANEDA, LÉVY y PARÁS (1995), que generan unas bandas de volatilidad incierta.

En primer lugar, modelizaremos el comportamiento interdía el precio como un proceso Browniano tal que:

$$\ln\left(\frac{O_t}{C_{t-1}}\right) = \left(\mu_O + \frac{1}{2} \cdot \sigma_O^2\right) \cdot dt + \sigma_O \cdot \sqrt{dt} \cdot \varepsilon_{O,t} \rightarrow O_t = C_{t-1} \cdot e^{\left[\left(\mu_O + \frac{1}{2} \sigma_O^2\right) dt + \sigma_O \cdot \sqrt{dt} \varepsilon_{O,t}\right]}$$

Donde O es precio de apertura de la sesión, C el de cierre,  $\mu_O$  es la rentabilidad media del precio open respecto al close de la sesión anterior,  $\sigma_O$  es la volatilidad de dicha relación y  $\varepsilon_O$  es una variable normal de media cero y varianza uno.

En cambio, como ya es sabido, el riesgo de mercado se estima sin considerar el efecto interdía a partir de:

$$\ln\left(\frac{C_t}{C_{t-1}}\right) = \left(\mu_C + \frac{1}{2} \cdot \sigma_C^2\right) \cdot dt + \sigma_C \cdot \sqrt{dt} \cdot \varepsilon_{C,t} \rightarrow C_t = C_{t-1} \cdot e^{\left[\left(\mu_C + \frac{1}{2} \sigma_C^2\right) dt + \sigma_C \cdot \sqrt{dt} \varepsilon_{C,t}\right]}$$

Si ahora introducimos la correlación entre ambos procesos, y tras aplicar la descomposición de Cholesky, quedarían las siguientes expresiones para el riesgo de mercado en sus dos componentes, close-close y open-close:

$$C_t = C_{t-1} \cdot e^{\left[ \left( \mu_C + \frac{1}{2} \sigma_C^2 \right) dt + \sigma_C \cdot \sqrt{dt} \cdot \varepsilon_{C,t} \right]}$$

$$O_t = C_{t-1} \cdot e^{\left[ \left( \mu_O + \frac{1}{2} \sigma_O^2 \right) dt + \sigma_O \cdot \sqrt{dt} \cdot \left( \rho_{C,O} \varepsilon_{C,t} + \varepsilon_{O,t} \cdot \sqrt{1 - \rho_{C,O}^2} \right) \right]}$$

Si para estimar los parámetros del proceso estocástico del precio de cierre recurrimos a un proceso discreto AR(1)-GARCH(1,1), como RITCKEN y TREVOR (1999), entonces la rentabilidad del precio de cierre vendría dada por:

$$\mu_{S,t} = \text{AR}(1) = \gamma \cdot R_{t-1}$$

$$\sigma_t^2 = \text{GARCH}(1,1) = a + b \cdot \varepsilon_{t-1}^2 + c \cdot \sigma_{t-1}^2$$

$$\varepsilon_{t-1} = R_{t-1} - \mu_{t-1}$$

En este punto, y tras estimar los modelos anteriores, definimos una variable normalizada tal como:

$$\left( \frac{R_t - \mu_t}{\sigma_t} \quad \dots \quad \frac{R_{t-n} - \mu_{t-n}}{\sigma_{t-n}} \right) = (z_t \quad \dots \quad z_{t-n})$$

Esta variable mostrará y justificará el comportamiento del riesgo de liquidez.

Después, para modelizar los precios máximo (M) y mínimo (m) emplearemos las siguientes expresiones:

$$\ln \left( \frac{C_t}{m_t} \right) = \mu_m + \sigma_m \cdot X_{m,t} \rightarrow m_t = C_t \cdot e^{-[\mu_m + \sigma_m \cdot X_{m,t}]}$$

$$\ln \left( \frac{M_t}{C_t} \right) = \mu_M + \sigma_M \cdot X_{M,t} \rightarrow M_t = C_t \cdot e^{[\mu_M + \sigma_M \cdot X_{M,t}]}$$

De esta manera, a partir de los resultados obtenidos de los precios de cierre (C) modelizados anteriormente, podemos extraer el comportamiento del máximo (M) y mínimo (m), y para generar la variable aleatoria X recurriremos a CHAMBERS, MALOW y STUCK (1976):

$$X_i = \frac{\text{sen}(\alpha \cdot U_{2,i})}{[\cos(U_{1,i})]^{\frac{1}{2}}} \cdot \left\{ \frac{\cos[(1-\alpha) \cdot U_{2,i}]}{U_{1,i}} \right\}^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

Siendo U una variable uniforme idéntica e independientemente distribuida y  $\alpha$  es el índice de la cola de la serie de valores de M y m, según corresponda.

Además, y como comprobamos al estudiar las relaciones, cuando aumentaba el nivel de la influencia del volumen sobre M y m era mayor, por lo que precisaremos determinar donde se inicia la cola de la distribución histórica de M y m, para lo que emplearemos la propuesta de LI (1999), esto es:

$$M_u = \mu_M + \frac{\frac{K_M + 2}{A_M} + \left[ \left( \frac{K_M + 2}{A_M} \right)^2 + 4 \cdot \left[ \frac{\vartheta_M \cdot [(K_M + 2) \cdot (K_M + 2 - A_M^2)]^{\frac{1}{2}}}{|A_M|} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}}{2} \cdot \sigma_M$$

$$m_d = \mu_m - \frac{\frac{K_m + 2}{A_m} + \left[ \left( \frac{K_m + 2}{A_m} \right)^2 + 4 \cdot \left[ \frac{\vartheta_m \cdot [(K_m + 2) \cdot (K_m + 2 - A_m^2)]^{\frac{1}{2}}}{|A_m|} + 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}}}{2} \cdot \sigma_m$$

De manera que para M como la correlación con el volumen resultó ser positiva analizaremos la cola derecha (u), mientras que para m dado que fue negativa tomaremos la izquierda (d). Siendo K la kurtosis, A la asimetría y  $\vartheta$  el nivel de confianza para el que el valor de  $R^2$  se maximiza en la regresión entre la variable z y las variaciones en los precios máximo y mínimo, tal y como propone VAN DEN GOORBERGH (1999).

Entonces, podríamos decir que variaciones de M y m inferiores o superiores, respectivamente, al valor de las colas estimadas tendrá la consideración de efecto temporal, pero valores iguales o

superiores serán permanentes con la correspondiente influencia del volumen. Con lo que para introducir la fluctuación del volumen en el modelo procederemos como sigue:

$$m_t = C_t \cdot e^{-\left[ \mu_m + \sigma_m \left( X_{m,t} \cdot \sqrt{1 - \rho_{V,m}^2} + \rho_{V,m} \cdot b \frac{p}{V} \cdot X_{V,t} \right) \right]}$$

$$M_t = C_t \cdot e^{-\left[ \mu_M + \sigma_M \left( X_{M,t} \cdot \sqrt{1 - \rho_{V,M}^2} + \rho_{V,M} \cdot b \frac{p}{V} \cdot X_{V,t} \right) \right]}$$

Donde  $p$  es el valor de la posición,  $V$  el valor del volumen de mercado,  $b$  es la pendiente de la relación precio-volumen,  $\rho_{V,k}$  es la correlación entre la variación del valor del volumen del mercado y las variaciones del máximo ( $k=M$ ) y el mínimo ( $k=m$ ). De esta forma, la primera parte representaría el efecto temporal, mientras que la segunda, influida por el volumen, sería el permanente. Comprobemos además que el efecto de la posición es exponencial a través del valor de:

$$\frac{p}{bV}$$

Entonces a partir de estos modelos y la simulación de la variable aleatoria  $X$  obtendremos los precios máximos y mínimos simulados, de manera que la prima por riesgo de liquidez sería el valor de la opción look-back americana correspondiente, es decir, sobre los precios simulados se estimará el valor de la opción mediante el método de Monte Carlo para la valoración de opción, y donde además:

- ✓ Cuando la posición es corta, la prima por riesgo de liquidez vendrá a través del precio máximo para comprar y cerrar la posición, entonces la cobertura de la posición ( $p$ ) consistiría en una opción call look-back sobre el máximo ( $M$ ):

$$L_t = \max(M_t - p; 0)$$

- ✓ Por el contrario, si la posición es larga, la prima por riesgo de liquidez vendría por el precio mínimo de venta, con lo que la cobertura sería una put look-back sobre el mínimo (m):

$$L_t = \max(p - m_t; 0)$$

Pero, si p en lugar de ser el valor de mercado o de cierre simulado del subyacente fuese el valor en libros de la posición (look-back precio fijo), entonces al valorar la opción se obtendría tanto la prima por riesgo de liquidez como la de mercado, esto es, para una posición con precio de adquisición E y S como precio de mercado, resultaría:

$$L_t = \max(S_t - m_t; 0)$$

$$\text{Market } L_t = \max(E - S_t; 0)$$

Como cualquier cambio extraordinario de los precios puede conllevar que el agente desee deshacer su posición anticipadamente, la opción look-back empleada como cobertura deberá ser americana, pero como la simulación mediante Monte Carlo para valorar este estilo de opciones presenta algún inconveniente, lo superaremos empleando una variable de control, en concreto el valor de la opción europea look-back correspondiente:

$$\begin{aligned} \text{Call} &= -E \cdot e^{-rT} \cdot N(d - \sigma \cdot \sqrt{T}) + S \cdot e^{-qT} \cdot N(d) + \\ &+ S \cdot e^{-rT} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{r} \cdot \left[ \left( \frac{M}{S} \right)^{\frac{r-q}{\sigma^2}} \cdot N\left(d - \frac{2 \cdot (r-q) \cdot \sqrt{T}}{\sigma}\right) + e^{-(r-q)T} \cdot N(d) \right] \\ \text{Put} &= E \cdot e^{-rT} \cdot N(-d + \sigma \cdot \sqrt{T}) - S \cdot e^{-qT} \cdot N(-d) - \\ &- S \cdot e^{-rT} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{r} \cdot \left[ \left( \frac{S}{m} \right)^{\frac{r-q}{\sigma^2}} \cdot N\left(-d + \frac{2 \cdot (r-q) \cdot \sqrt{T}}{\sigma}\right) - e^{-(r-q)T} \cdot N(d) \right] \\ d &= \frac{\ln\left(\frac{S}{m}\right) + \left(r - q + \frac{1}{2} \cdot \sigma^2\right) \cdot T}{\sigma \cdot \sqrt{T}} \end{aligned}$$

De esta manera, y siguiendo el trabajo de WU, YU, y KWOK (1998) tendremos que la diferencia entre el valor de la opción americana y la europea vendrá dado por:

$$h_t = A_t - E_t = \max[S_t - K_t; \max(S_T - K_T; 0)] - \max(S_T - K_T; 0) = \max[S_t - K_t; V_t(S_T - K_T); 0]$$

Donde  $V_i(\cdot)$  representa el valor actual en el instante  $i$ ,  $A$  es el valor de una opción americana,  $E$  el de una europea de iguales características,  $S$  es el precio del subyacente,  $K$  el precio de ejercicio estimado según las condiciones del contrato y  $h$  es el valor del stopping time, de forma que estimado este y sumado al valor de la opción europea obtendremos el de la americana.

Si ahora se hace un cambio de variable tal que:

$$y_t = \ln\left(\frac{S_t}{K_t}\right) - 1$$

Entonces:

$$h_t = \max(e^{y_t} - e^{y_T}; 0)$$

Con lo que la variable a controlar será  $y$ , de manera que aplicando esto sobre nuestra propuesta resultará:

$$y_{M,t} = \ln\left(\frac{M_t}{P}\right) - 1$$

$$y_{m,t} = \ln\left(\frac{P}{m_t}\right) - 1$$

Con lo que el stopping time a valorar sería:

$$h_{M,t} = \max(e^{y_{M,t}} - e^{y_{M,T}}; 0)$$

$$h_{m,t} = \max(e^{y_{m,t}} - e^{y_{m,T}}; 0)$$

Y entonces el valor de la opción americana equivalente a la prima de liquidez en cada instante  $t$  sería la suma de los valores en ese mismo momento del stopping time y de la opción europea empleada como variable de control.

### 3.3. Aplicación práctica

A continuación implementaremos nuestra propuesta sobre las dos empresas ya estudiadas, Unión FENOSA (UNF) y Telefónica Argentina (TEF-ARG).

En primer lugar estimamos los parámetros correspondientes a los precios de cierre y apertura con el fin de simular su comportamiento:

párametro	open UNF	close UNF	Open TEF-ARG	close TEF-ARG
$\gamma$	-0.003	0.0028	-0.0015	-0.0016
a	0.9636	0.9751	0.9768	0.9758
b	0.0058	0.006	0.0051	0.0054
c	0.969	0.9685	0.9773	0.9739
$\mu$	0.0399	0.0376	-0.0196	-0.0008
$\sigma$	0.021	0.018	0.027	0.026
$\rho$	0.262		0.681	

Tabla 16. Parámetros precios de cierre y apertura

A partir de dichos parámetros los valores medios de cierre (C simul) y apertura (O simul) simulados frente a los de mercado (C market y O market) fueron los siguientes para el último trimestre de 1999:

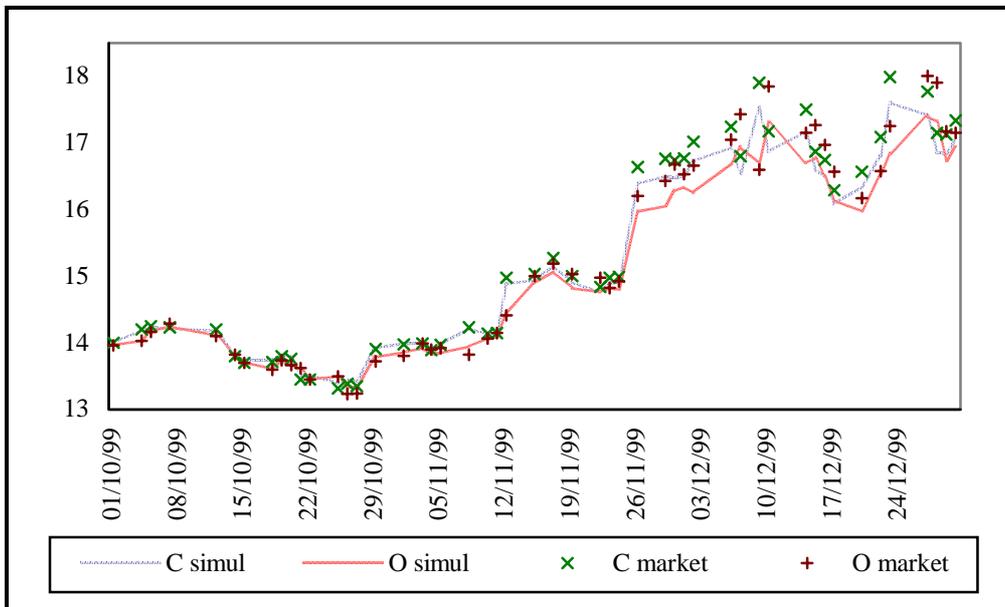


Gráfico 15. Precios de cierre y apertura de UNF simulados vs. market

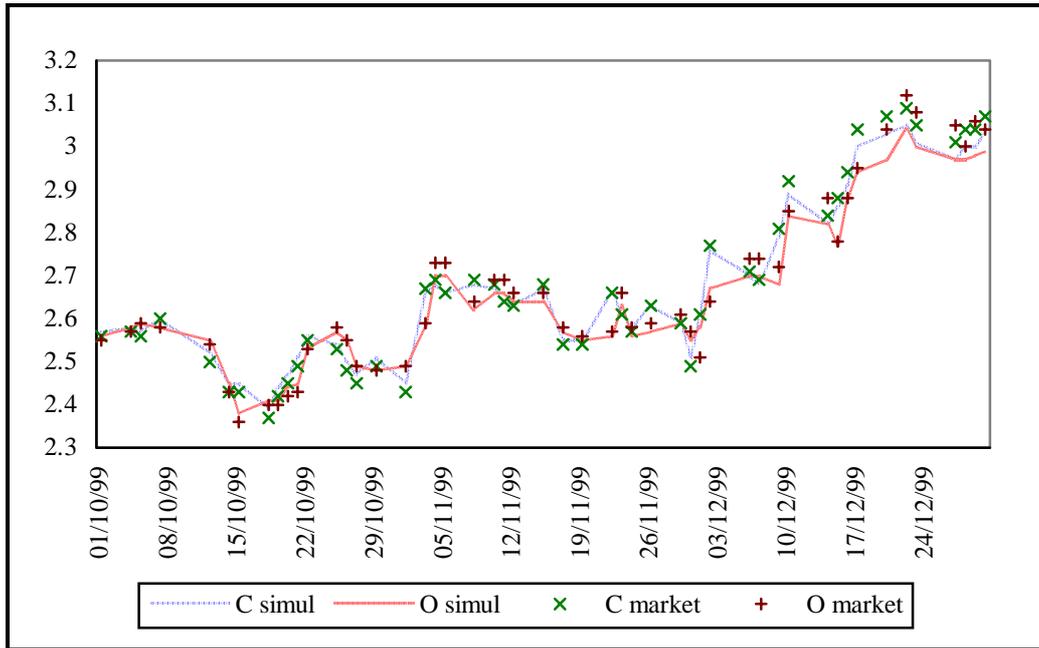


Gráfico 16. Precios de cierre y apertura de TEF-ARG simulados vs. market

Una vez simulados los valores de cierre y apertura determinamos la variable  $z$  que nos ayudará a conocer el comportamiento del precio de cierre frente a la distribución normal a través de los gráficos QQ'-plot:

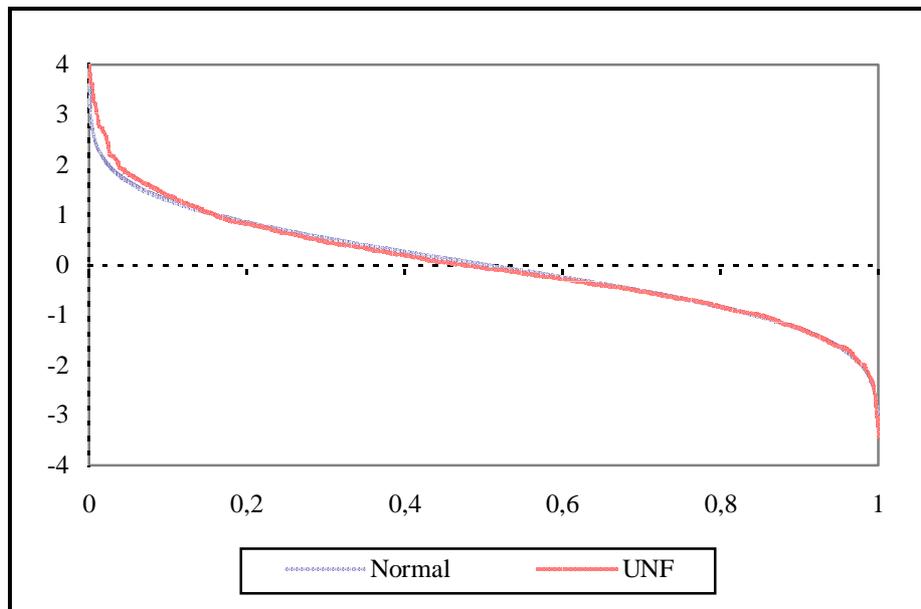


Gráfico 17. QQ'-plot UNF

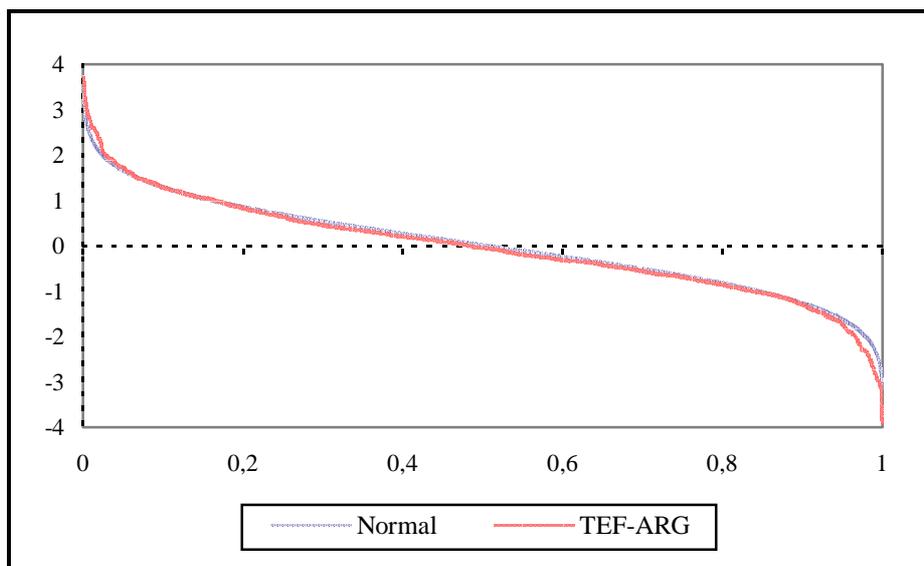


Gráfico 18. QQ'-plot TEF-ARG

Comprobamos que mientras las variaciones del precio de UNF presenta mayor divergencia frente a la normal en los movimientos de subida, para el caso de TEF-ARG en ambas colas existe dicha diferencia.

Seguidamente calculamos la relación entre dicha variable z y los precios máximos y mínimos, asimismo determinamos la kurtosis (K), la asimetría (A), el índice de la cola ( $\alpha$ ), la media, desviación y extremos a partir de los cuáles la distribución de dichos precios se aleja del comportamiento normal:

parametro	UNF max	UNF min	TEF-ARG max	TEF-ARG min
90%-R <sup>2</sup>	0.8676	0.7551	0.7773	0.6655
95%-R <sup>2</sup>	0.8863	0.7621	0.8087	0.6916
97.5%-R <sup>2</sup>	0.9114	0.7728	0.8467	0.7222
99%-R <sup>2</sup>	0.9335	0.7830	0.8745	0.7431
K	3.9865	4.5992	6.5454	9.9036
A	2.1601	4.5613	2.6733	5.0644
$\alpha$	2.2495	2.8578	2.7183	2.9642
media	0.0086	0.0136	0.0093	0.0109
desviación	0.0105	0.0139	0.0122	0.0156
Mu	0.0158		0.0289	
md		0.0363		0.0452

Tabla 17. Análisis de los precios máximos y mínimos

Además antes de simular el comportamiento de los precios máximos y mínimos, y con el fin de introducir el efecto del volumen, estimamos la correspondiente regresión, en función del máximo valor de  $R^2$ , entre la variación de dichos precios y la del volumen:

Parametro	UNF M	UNF m	TEF-ARG M	TEF-ARG m
b	0.363	0.634	0.478	0.812
correlación	0.116	0.189	0.253	0.328

Tabla 18. Relación volumen y max-min.

En este instante, podemos proceder a simular los precios máximos y mínimos a partir de los precios de cierre previamente obtenidos. Así los valores medios simulados frente a los de mercado fueron para el último trimestre de 1999:

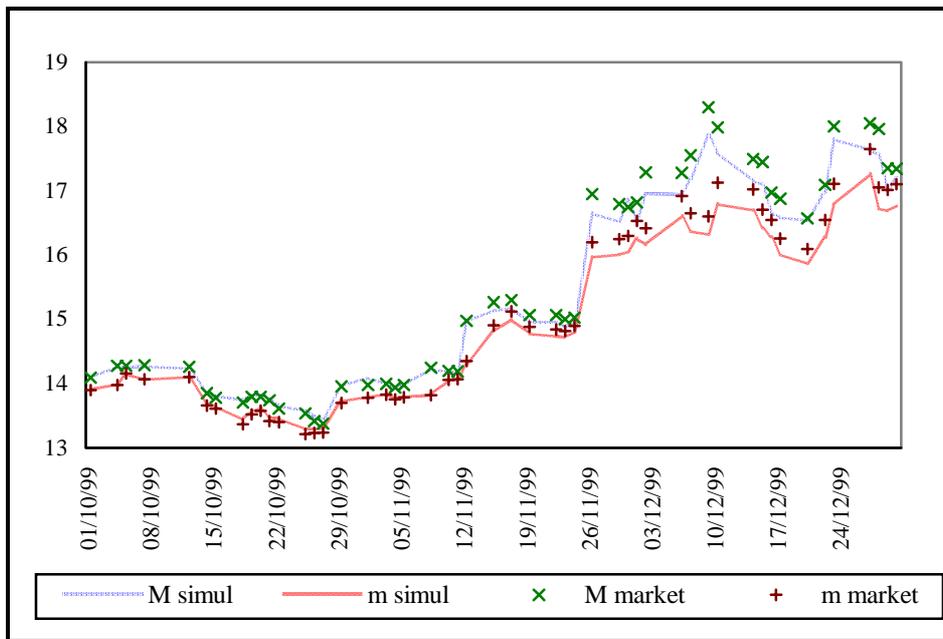


Gráfico 19. Precios máximo y mínimo de UNF simulados vs. market

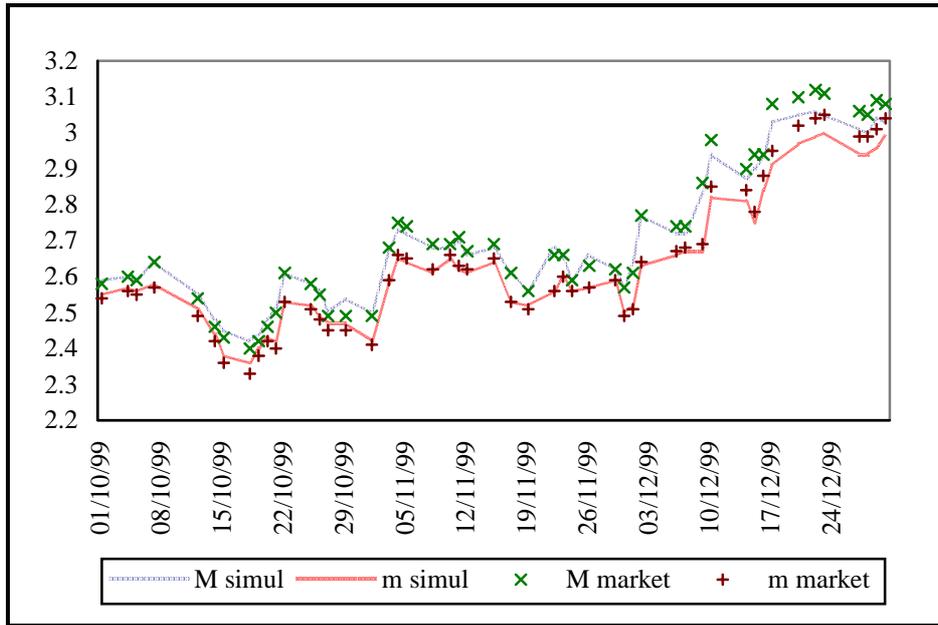


Gráfico 20. Precios máximo y mínimo de UNF simulados vs. market

Después, para comprobar la incidencia exponencial del volumen sobre el modelo propuesto, volvimos a simular los precios máximo y mínimo pero con diferentes valores de la posición en riesgo respecto del volumen diario, expresado en términos porcentuales:

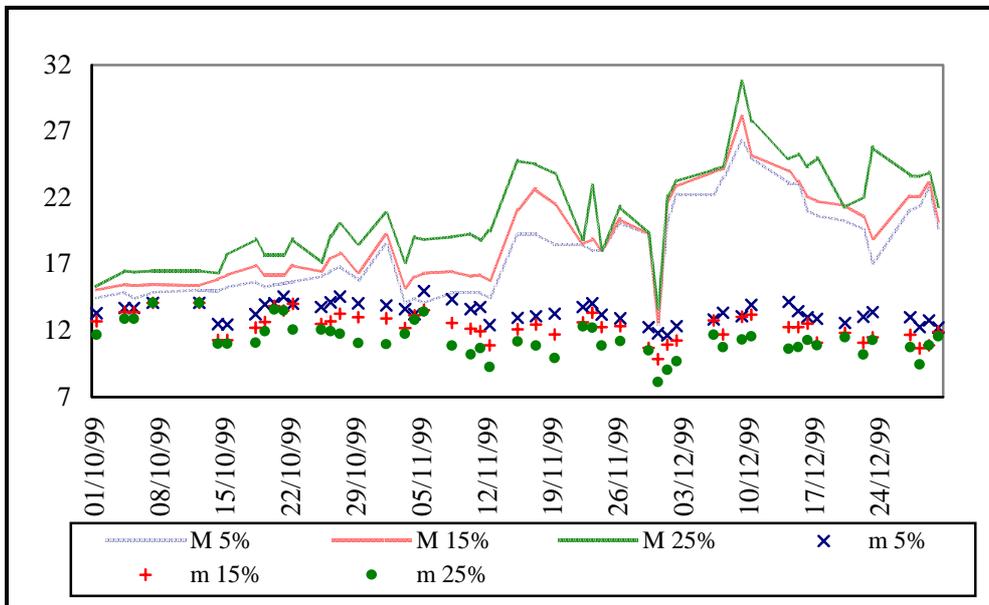


Gráfico 21. Precios max-min de UNF simulados con diferentes valores de la posición

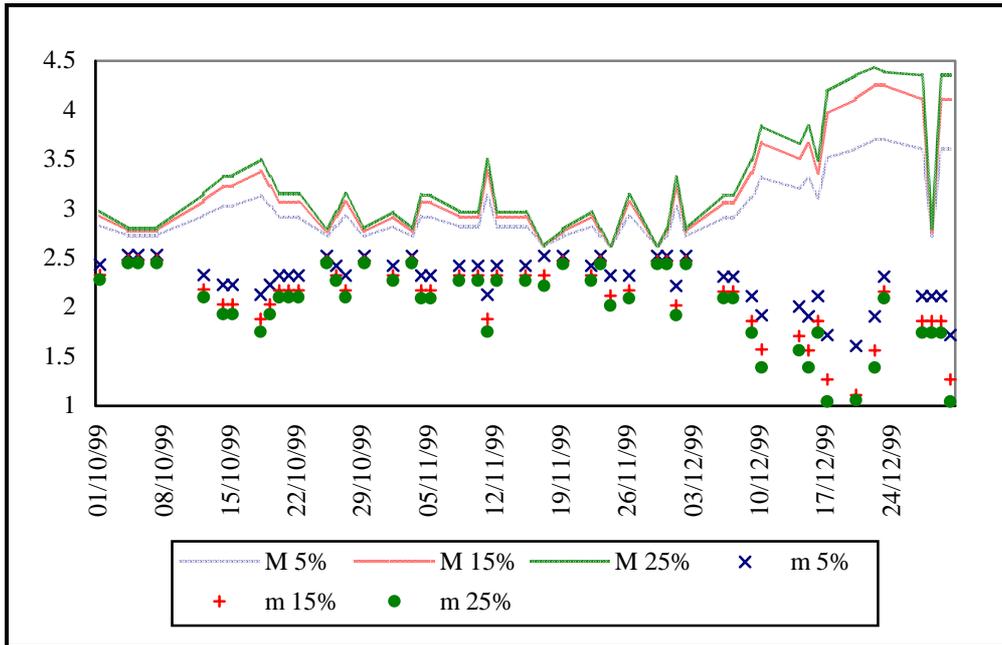


Gráfico 22. Precios max-min de TEF-ARG simulados con diferentes valores de la posición

Según esperábamos a partir de los estudios iniciales, al aumentar el valor de la posición, el efecto permanente de la operación es mayor.

Posteriormente, estimamos la prima de riesgo de liquidez, y con el fin de compararla entre ambos títulos, evitando así los distintos nominales y el tipo de cambio, la expresamos porcentualmente sobre el precio de cierre. Consideramos un tipo de interés libre de riesgo constante del 5% y un plazo de vencimiento de 10 días:

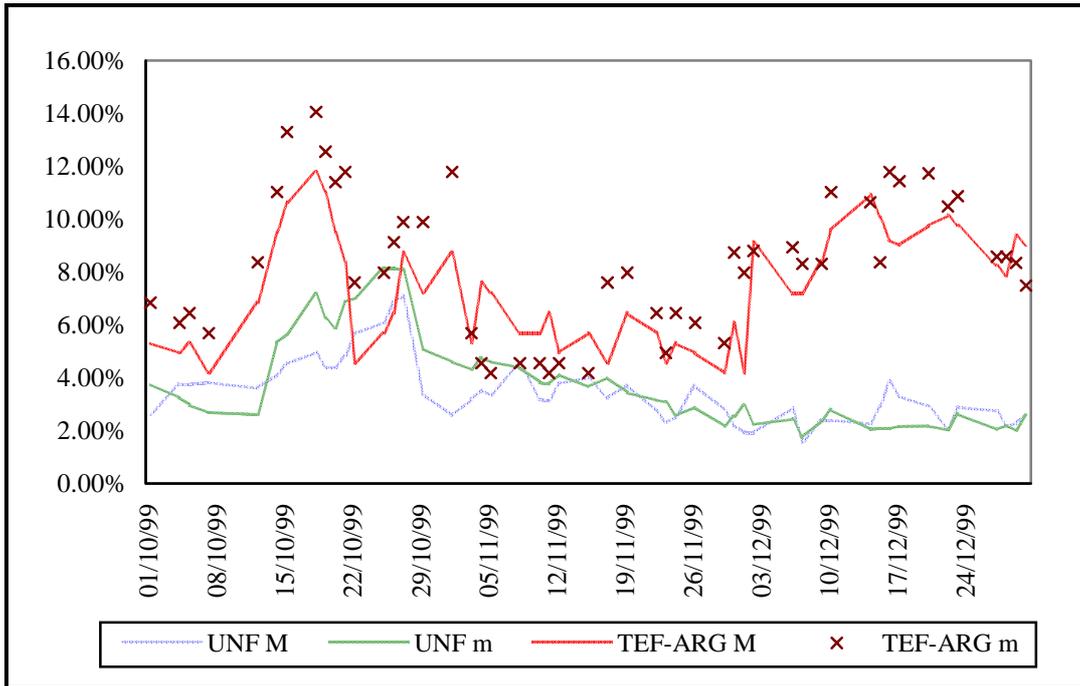


Gráfico 23. Prima de liquidez porcentual sobre el precio de cierre

Finalmente, determinamos el riesgo sobre los histogramas de diferencias de los precios simulados y bajo los requisitos BIS, esto es, un horizonte temporal de 10 días y un nivel de confianza del 99%:

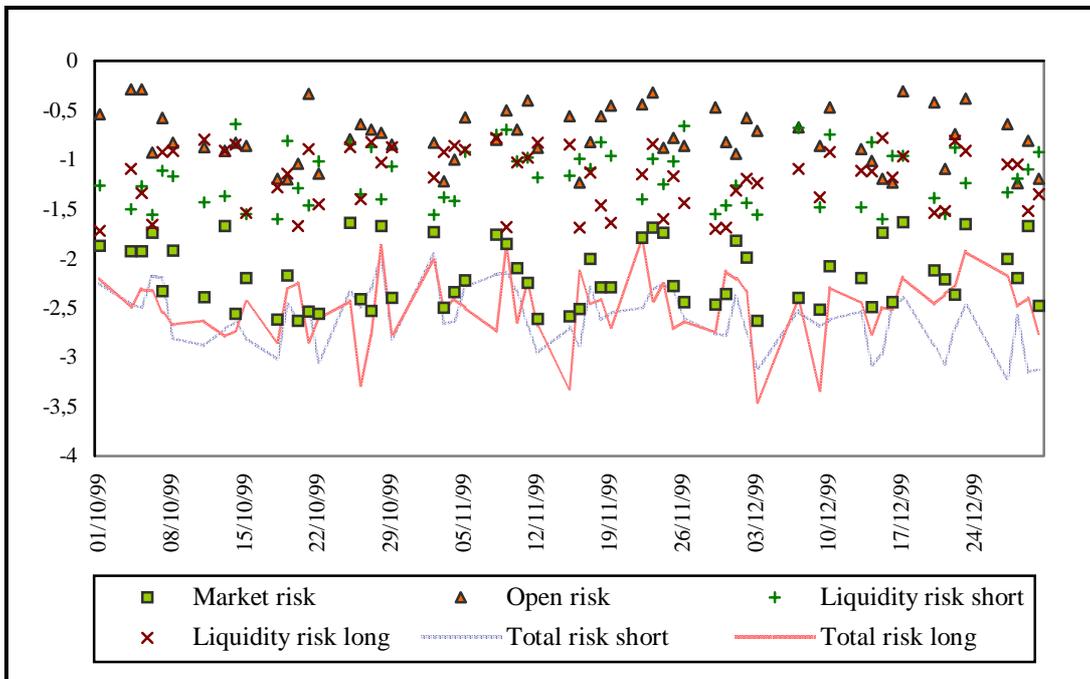


Gráfico 24. Medición del riesgo para UNF

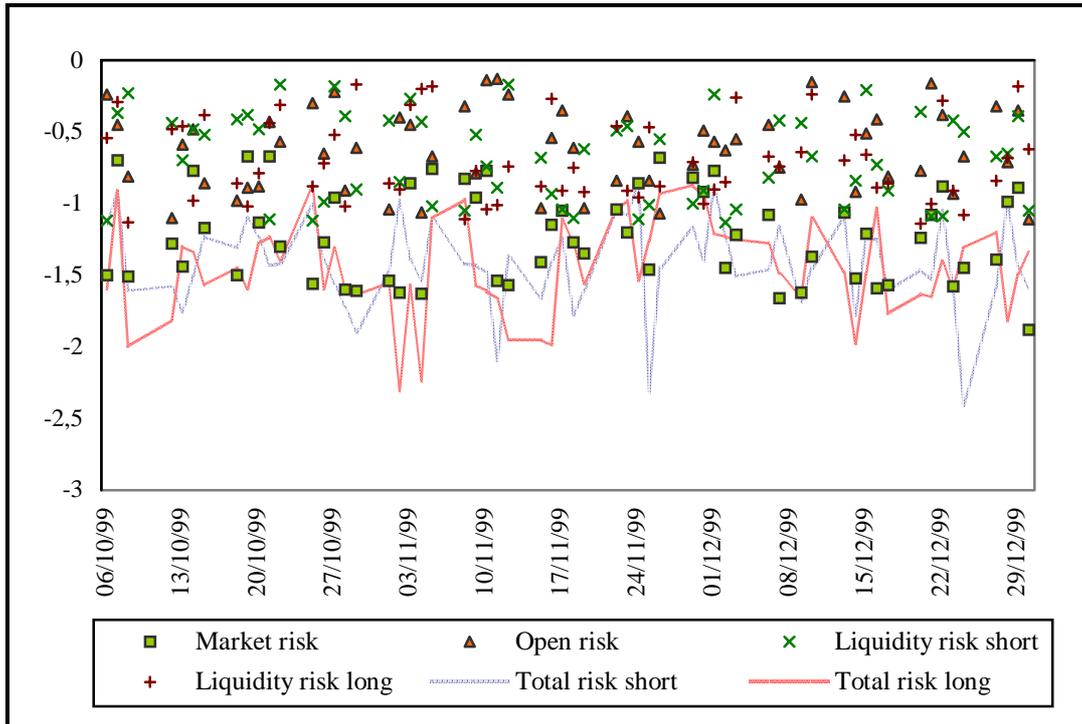


Gráfico 25. Medición del riesgo para TEF-ARG

#### 4. CONCLUSIONES

En este documento hemos comprobado que una medición del riesgo de mercado no puede olvidar el riesgo de liquidez, ya que éste provoca que el resultado final no coincida con las hipótesis de Black-Scholes, y por tanto, el riesgo no será lineal respecto de la posición.

Además, revisadas diferentes propuestas encontramos que el comportamiento de los precios máximo y mínimo no es simétrico, aproximándose su comportamiento mediante la relación entre estos precios y el error de estimación del precio de cierre.

Asimismo, comprobamos que el volumen es un factor importante, fundamentalmente cuanto mayores son las variaciones de los precios, de manera que la incidencia del volumen y la posición sobre el riesgo de liquidez es exponencial.

Por su parte la prima de liquidez, ha sido aproximada a partir del valor de la opción look-back que permitiría al agente cubrir su downside; pero en función del plazo en el que existe riesgo de liquidez, esta opción es de estilo americano, lo que nos lleva a intentar medir su stopping time.

Finalmente, respecto a la medición del riesgo, comprobamos que:

- ✓ El riesgo interdía es mayor en el mercado emergente.
- ✓ El riesgo de la posición corta y larga no son equivalente.
- ✓ La diferencia entre el riesgo de mercado, estimado sobre precios de cierre, y el riesgo total (mercado y liquidez) es significativa y justifica este trabajo.

## 5. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ✓ ADMATI, A. y PLEIDER, P. (1988). *A theory of intraday patterns: volume and price variability*. "Review of Financial Studies", 1: 3-40.
- ✓ AHN, D.; BOUDOUK, J.; RICHARDSON, M. y WHITELOW, R. (1999) *Optimal risk management using options*. "The Journal of Finance", vol. LIV, nº1.
- ✓ AVELLANEDA, M.; LEVY, A. y PARÁS, A. (1995) *Pricing and hedging derivative securities in markets with uncertain volatilities*. "Applied Mathematical Finance", vol. 2: 73-88.
- ✓ BANGIA, A.; DIEBOLD, F. X.; SCHUERMAN, T. y STROUGHAIR, J. D. (1998) *Modeling liquidity risk, with implications for traditional market risk measurement and management*. Financial Institutions Center. The Wharton School. University of Pennsylvania.
- ✓ BLACK, F. y SCHOLES, M. (1973) *The pricing of options and corporate liabilities*. "Journal of Political Economy", 81: 637:659.
- ✓ CLARK, P. K. (1973) *A subordinated stochastic process model with finite variance for speculative prices*. "Econometrica", 41: 135-155.
- ✓ DEMBO, R. (1997) *Value at Risk and Return*. "NET EXPOSURE, The Electronic Journal of Financial Risk". <http://www.netexposure.co.uk/>.
- ✓ EBERLEIN, E.; KELLER, U. y PRAUSE, K. (1998): *New insights into smile, mispricing, and Value at Risk: the hyperbolic model*. "Journal of Business", vol. 71, nº 3. University of Chicago. Chicago. Pp. 371-405.
- ✓ GARMAN, M. B. y KLASS, M. J. (1997) *The estimation of security price volatility from newspaper data*. <http://www.fea.com>.
- ✓ GIOT, P. (2000) *Intraday Value-at-Risk*. Center for Operations Research and Econometrics (CORE). Louvain-la-Neuve.

- ✓ HISATA, Y. y YAMAI, Y. (2000) *Research forward the practical application of liquidity risk evaluation methods*. Discussion paper n° 2000-E-14. Institute for Monetary and Economic Studies (IMES). Bank of Japan. Tokyo.
- ✓ KUNITOMO, N. (1992) *Improving the Parkinson method of estimating security price volatilities*. "The Journal of Business" vol. 65, n° 2: 295-302.
- ✓ LAWRENCE, C. y ROBINSON, G. (1995) *Value at Risk: addressing liquidity and volatility risks*. "Capital Market Strategies", n° 7: 24-28.
- ✓ LAWRENCE, C. y ROBINSON, G. (1997) *Liquidity, Dinamic Hedging and Value-at-Risk*. "Risk management for financial institutions: advances in measurement and control". PriceWaterhouse y Risk Publications. Londres.
- ✓ LELAND, H. E. (1985). *Option pricing and replication with transaction costs*. "The Journal of Finance", 40: 1283-1301.
- ✓ LEVY, E. y MAUTION, F. (1997). *Approximate valuation of discrete lookback and barrier options*. Net Exposure. "The Electronic Journal of Financial Risk." <http://www.netexposure.co.uk/>
- ✓ LI, D. X. (1999): *Value at Risk based on the volatility skewness and kurtosis*. Risk Metrics Group. New York.
- ✓ MERCURIO, F. y VORST T. C. F. (1997) "Options pricing and hedging in discrete time with transaction costs". DEMPSTER, M. and PLISKA, S. (eds.) *Mathematics of Derivative Securities*. Cambridge. Publications of the Newton Institute. Cambridge University Press.
- ✓ MURANAGA, J. y OHSAWA, M. (1997) *Measurement of liquidity risk in the context of market risk calculation*. Institute for Monetary and Economic Studies. Bank of Japan. Tokyo.
- ✓ PARKINSON, M. (1980) *The extreme value method for estimating the variance of the rate of return*. "The Journal of Business" vol. 53, n° 1: 61-65.

- ✓ RITCHKEN, P. y TREVOR, R. (1999). *Pricing options under Generalized GARCH and stochastic volatility processes*. "The Journal of Finance". Vol. LIV, nº 1.
- ✓ SINGER, R. (1997)  $VaR_{MD}=Lar$ . "VaR. Understanding and applying Value-at-Risk".KPMG y Risk Publications. Londres.
- ✓ TALEB, N. (1997) *Dynamic hedging: managing vanilla and exotic options*. John Wiley and sons. New York.
- ✓ VAN DEN GOORBERGH, R. W. J. (1999) *Value at Risk analysis and least squares tail index estimation*. Research Memorandum WO&E nr. 578. De Nederlandsche Bank. Amsterdam.
- ✓ WILMOTT, P. (1998). *Derivatives. The theory and practice of financial engineering*. John Wiley and sons. West Sussex).
- ✓ WU, L.; YU, H. y KWOK, Y. (1998) *Asian options with the american early exercise feature*. University of Hong-Kong. Hong-Kong.

# FUNDACIÓN DE LAS CAJAS DE AHORROS PARA LA INVESTIGACIÓN ECONÓMICA Y SOCIAL

## DOCUMENTOS DE TRABAJO

### Últimos números publicados

- 147/1999    Convergencia en la productividad horaria sectorial de los países de la UE, EE.UU. y Japón  
José María Maté Rubio
- 148/1999    El impacto de la ampliación de la UE en la política de cohesión económica y social  
Ismael Sanz Labrador
- 149/1999    Realizing the gains from electronic payments: costs, pricing and payment choice  
David Humphrey, Moshe Kim y Bent Vale
- 150/1999    Efectos del comportamiento diferencial de las empresas industriales extranjeras sobre los niveles de producción y empleo españoles  
Francisco J. Velázquez
- 151/1999    La inversión de los fondos de pensiones: comparación del caso español y la situación internacional  
Joan Montllor i Serrats y M<sup>a</sup> Antonia Tarrazón Rodón
- 152/1999    Capital público y productividad: un enfoque sectorial  
Melchor Fernández y Clemente Polo
- 153/1999    Determinants of bilateral foreign direct investment flows in the OECD, with a closer look at the former communist countries  
Carmela Martín y Francisco J. Velásquez
- 154/1999    Determinants of net trade flows in the OECD: new evidence with special emphasis on the case of the former communist members  
Carmela Martín y Francisco J. Velásquez
- 155/1999    Estimación del tipo de cambio real de la peseta utilizando métodos de paneles cointegrados  
Mariam Camarero y Cecilio Tamarit
- 156/1999    Un diagnóstico de los sistemas de gestión de la calidad en el sistema bancario español  
Fco. Javier Lloréns Montes
- 157/1999    The relationship between capital and earnings in european banking  
Santiago Carbó, Juan Coello y David Marques

- 158/1999 An economic approach to the decomposition of variation in banking profitability  
E. Grifell-Tatjé y C.A.K. Lovell
- 159/2000 Participación privada en la construcción y explotación de carreteras de peaje  
Ginés de Rus, Manuel Romero y Lourdes Trujillo
- 160/2000 Errores y posibles soluciones en la aplicación del *Value at Risk*  
Mariano González Sánchez
- 161/2000 Tax neutrality on saving assets. The spanish case before and after the tax reform  
Cristina Ruza y de Paz-Curbera
- 162/2000 Private rates of return to human capital in Spain: new evidence  
F. Barceinas, J. Oliver-Alonso, J.L. Raymond y J.L. Roig-Sabaté
- 163/2000 El control interno del riesgo. Una propuesta de sistema de límites riesgo neutral  
Mariano González Sánchez
- 164/2001 La evolución de las políticas de gasto de las Administraciones Públicas en los años 90  
Alfonso Utrilla de la Hoz y Carmen Pérez Esparrells
- 165/2001 Bank cost efficiency and output specification  
Emili Tortosa-Ausina
- 166/2001 Recent trends in Spanish income distribution: A robust picture of falling income inequality  
Josep Oliver-Alonso, Xavier Ramos y José Luis Raymond-Bara
- 167/2001 Efectos redistributivos y sobre el bienestar social del tratamiento de las cargas familiares en el nuevo IRPF  
Nuria Badenes Plá, Julio López Laborda, Jorge Onrubia Fernández
- 168/2001 The Effects of Bank Debt on Financial Structure of Small and Medium Firms in some European Countries  
Mónica Melle-Hernández
- 169/2001 La política de cohesión de la UE ampliada: la perspectiva de España  
Ismael Sanz Labrador
- 170/2002 Riesgo de liquidez de mercado  
Mariano González Sánchez