

**COMPETICIÓN POLÍTICA BIPARTIDISTA. ESTUDIO  
GEOMÉTRICO DEL EQUILIBRIO EN UN CASO PONDERADO**

**Isabel Lillo  
M<sup>a</sup> Dolores López  
Javier Rodrigo**

De conformidad con la base quinta de la convocatoria del Programa de Estímulo a la Investigación, este trabajo ha sido sometido a evaluación externa anónima de especialistas cualificados a fin de contrastar su nivel técnico.

ISBN: 84-89116-07-5

La serie **DOCUMENTOS DE TRABAJO** incluye avances y resultados de investigaciones dentro de los programas de la Fundación de las Cajas de Ahorros.

Las opiniones son responsabilidad de los autores.

## **Competición política bipartidista. Estudio geométrico del equilibrio en un caso ponderado**

Lillo, Isabel. Departamento de Economía de la Facultad de C.C.S.S. y Jurídicas. Universidad Carlos III de Madrid. isabelli@uc3m.es

López, M<sup>a</sup> Dolores\*. Departamento de Matemática e Informática Aplicadas a la Ingeniería Civil de la E.T.S.I. Caminos, Canales y Puertos. Universidad Politécnica de Madrid. ma08@caminos.upm.es

Rodrigo, Javier. Departamento de Matemática Aplicada. E.T.S. de Ingeniería. Universidad Pontificia Comillas de Madrid. jrodrigo@upco.es

### **Resumen:**

En este trabajo se estudia un juego de competición política entre dos partidos, representados en el plano de políticas por dos puntos, que aspiran a ganar el mayor número posible de votantes que están clasificados en tipos y representados también en el plano por puntos. Para modelar una situación que se ajuste lo más posible a la realidad política de los diferentes países, se considera que esos tipos que representan las posiciones de los votantes, no están equidistribuidos, es decir, que la distribución de los votantes no es uniforme, por lo que se asigna una ponderación ó peso a cada posición en el plano correspondiente a un tipo de votantes.

Se estudia la existencia y unicidad de posiciones de equilibrio en el sentido clásico de Nash en el juego planteado aplicando herramientas geométricas como son los cierres convexos. Además se presenta un algoritmo de búsqueda de dichas posiciones de equilibrio cuando existen.

**Palabras clave:** Teoría de juegos, Geometría Computacional, Competición política, Equilibrio, Algoritmos de búsqueda.

**JEL:** C0, C6, C7

## **1. Introducción**

La mayoría de los trabajos que estudian competición política y elecciones se basan en la teoría espacial de voto, inicialmente desarrollada por Black (1958) y Downs (1957) con contribuciones posteriores de Hinich y Pollard (1981), Shepsle y Weingstag (1981), Enlow y Hinich (1982) o Hinich y Munger (1994) entre otros.

El equilibrio de Nash es un concepto ampliamente tratado en modelos generales de competición. Fue introducido por John Forbes Nash en su disertación “Non-cooperative games” (Nash, 1951), como una manera de obtener una estrategia óptima para juegos con dos o más jugadores.

En este trabajo se presenta un modelo de competición bipartidista planteado geoméricamente que trata de adaptarse a la realidad política de gran número de países utilizando para ello ponderaciones en la representación de los votantes. Se hace en él un estudio de las posiciones de equilibrio bajo un tratamiento geométrico. Al establecerse unas preferencias de los votantes a través de la distancia euclídea a las diferentes políticas, se parte de los diagramas de Voronoi como estructura geométrica subyacente.

La sección dos presenta el problema y desarrolla su modelización matemática haciendo énfasis en su tratamiento geométrico. La sección tres se ocupa del estudio de condiciones necesarias y suficientes para la existencia de posiciones de equilibrio en el sentido de Nash, encontradas a partir de herramientas geométricas como los cierres convexos. Asimismo, se establece la unicidad de las posiciones de equilibrio cuando existen. La sección 4 desarrolla un algoritmo de búsqueda eficiente de estas posiciones de equilibrio cuando existen. Se finaliza el trabajo con una sección dedicada a las conclusiones.

## **2. Planteamiento del problema**

El problema que se trata es el siguiente: Dos jugadores eligen su posición sobre el plano, en el cual se encuentran situados  $n$  puntos dados por sus dos coordenadas. Consideramos que cada jugador atrapa aquellos puntos que están más próximos a él que al contrario. Para contabilizar los puntos ganados por cada jugador, trazamos la mediatriz del segmento que une las posiciones de los dos jugadores. Cada uno se llevará, por tanto, los puntos situados en su semiplano. El ganador será el jugador que consigue más puntos (Serra y Reville, 1994; Smid, 1997; Aurenhammer y Klein, 2000; Okabe et al., 2000).

Este sencillo juego puede traducirse en términos de Economía Política: Se pueden considerar los dos jugadores como dos partidos políticos  $p$  y  $q$ , cuyas posiciones vienen dadas por las políticas ofrecidas,  $t^1$  y  $t^2$ , del espacio de políticas bidimensional  $T=R^2$ , y la nube de puntos  $v_i=(v_{i1}, v_{i2})$  con  $i=1, \dots, n$ , las correspondientes posiciones de los votantes de una cierta población, con  $v_i$  perteneciente al conjunto de tipos  $H=\{v_1, \dots, v_n\} \subset R^2$  que clasifican a los votantes según esas políticas (Roemer, 2001; Abellanas et al., 2006).

Para modelar una situación que se ajuste lo más posible a la realidad política de los diferentes países, debemos considerar que esos tipos  $v_i$  que representan las posiciones de los votantes, no están equidistribuidos. Es decir, existirán posiciones respecto a ciertas políticas que serán respaldadas por tipos de votantes que serán más numerosos que las posturas tomadas por otros tipos. A modo de ejemplo decir que tipos que representan posiciones extremas sobre la mayoría de acciones políticas suelen tener representaciones menos numerosas que aquellas que representan posiciones más moderadas. Por todo ello, parece razonable plantear una distribución de los tipos ponderada.

Queremos también tener en cuenta la distancia euclídea y trabajar con una función de utilidad que se adapte a ella (Revelle 1986; Vandel y Crankcase, 1993; Achabal et al., 1982). Así, definiendo en el juego planteado la función de utilidad para cada tipo  $v_i$  como:

$$\gamma(t, v_i) = \frac{1}{d(t, v_i) + 1}, \quad (1)$$

donde  $d(t, v_i)$  representa la distancia entre la política  $t$  y el tipo  $v_i$ , consideramos una distribución de los diferentes tipos según una medida de probabilidad  $F$  dada por:

$$F(\{v_i\}) = k_i \text{ con } k_1 + k_2 + \dots + k_n = 1, k_i \geq 0 \quad (2)$$

Con estas consideraciones el juego planteado se modela de la siguiente forma: Representamos  $t^1, t^2, v_1, \dots, v_n$  como los puntos del plano ya introducidos anteriormente, trazamos la mediatriz entre  $t^1$  y  $t^2$  (suponiendo  $t^1 \neq t^2$ ) y consideramos los dos semiplanos que define dicha mediatriz. Llamamos  $\Omega(t^1, t^2)$  al conjunto de tipos que prefieren a  $t^1$  frente a  $t^2$ , es decir, aquellos que pertenecen al semiplano en el que esté  $t^1$ , supongamos que sean  $v_{i_1}, \dots, v_{i_{n_1}}$ , donde  $n_1$  es el número de tipos que pertenecen al semiplano que contiene a  $t^1$ . Se tiene que la fracción de votantes que elegiría la política  $t^1$  será:

$$\rho(t^1, t^2) = F(\Omega(t^1, t^2)) = \sum_{j=1}^{n_{t^1}} k_{i_j} \quad \text{si } t^1 \neq t^2 \quad (3)$$

siendo  $k_{i_j}$   $j=1, \dots, n_{t^1}$ , la medida de  $\{v_{i_j}\}$ .

Nota: Se ha considerado que los elementos equidistantes entre  $t^1$  y  $t^2$ , es decir los que están en la mediatriz, prefieren a  $t^1$ . Así no existen puntos indiferentes entre las dos políticas si  $t^1 \neq t^2$ . Existen otras posibilidades, véase Persson y Tabellini, 2000; Roemer, 2001.

Con todo ello, las funciones de ganancia quedan de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} \Pi^1(t^1, t^2) &= n \sum_{j=1}^{n_{t^1}} k_{i_j} \\ \Pi^2(t^1, t^2) &= n - \Pi^1(t^1, t^2) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{si } t^1 \neq t^2 \quad \text{y} \quad \Pi^1(t^1, t^2) = \Pi^2(t^1, t^2) = \frac{n}{2} \\ &\text{si } t^1 = t^2 \end{aligned} \quad (4)$$

Es decir, en el caso  $t^1 \neq t^2$ , si definimos el peso del tipo  $v_{i_j}$  como  $n k_{i_j}$ , la ganancia de la política  $t^1$  será la suma de los pesos de los tipos que están en el mismo semiplano que  $t^1$  (incluyendo los de la mediatriz). Análogo para  $t^2$ .

$$\text{Se cumple que } \sum_{i=1}^n n k_i = n.$$

Con estos elementos, el juego planteado es una versión discreta del juego de Downs. (Fekete y Meijer, 2003; Ahn, et al., 2004; Roemer, 2001).

### 3. Condiciones de existencia y unicidad de posiciones de equilibrio

Se estudian condiciones que garanticen la existencia de posiciones de equilibrio de Nash en el juego planteado, así como la unicidad de éste.

#### 3.1. Condición necesaria de existencia

**Proposición 1:** Si las ganancias de un juego son complementarias y, si dada una posición  $t$  de un jugador, existe una estrategia del otro para conseguir una ganancia de  $\frac{n}{2}$ , necesariamente las posiciones de equilibrio han de ser posiciones  $(t^1, t^2)$  con

$$\Pi^1(t^1, t^2) = \Pi^2(t^1, t^2) = \frac{n}{2}.$$

### *Demostración*

Sea  $(t_0^1, t_0^2)$  una situación de equilibrio si, por ejemplo,  $\Pi^2(t_0^1, t_0^2) < \frac{n}{2}$ , entonces el segundo partido puede cambiar de posición provechosamente, por ejemplo situándose en la posición de  $t_0^1$  y, entonces,  $(t_0^1, t_0^2)$  no es una posición de equilibrio. Así que,  $\Pi^1(t_0^1, t_0^2) \geq \frac{n}{2}$ ,  $\Pi^2(t_0^1, t_0^2) \geq \frac{n}{2}$ , y, ninguna puede ser mayor estrictamente, por lo que  $\Pi^1(t_0^1, t_0^2) = \Pi^2(t_0^1, t_0^2) = \frac{n}{2}$ .  $\square$

### **3.2. Condición necesaria y suficiente de existencia**

**Definición 1:** El peso de un conjunto  $\{v_{i_1}, \dots, v_{i_k}\}$  es  $\sum_{j=1}^k peso(v_{i_j})$ .

**Definición 2:** Un conjunto minimal es un subconjunto de puntos de la nube de peso mayor que  $\frac{n}{2}$  que no contiene a otro subconjunto de puntos de peso mayor que  $\frac{n}{2}$ .

**Proposición 2:** Consideremos todos los posibles conjuntos minimales. Entonces existen posiciones de equilibrio en el juego con ponderaciones si y sólo si la intersección de los cierres convexos (de Berg et al., 1997) de esos conjuntos de puntos es no vacía. En este caso, las únicas posiciones de equilibrio son cualquier posición  $(t^1, t^2)$  con  $t^1$  y  $t^2$  pertenecientes a esa intersección.

*Demostración:*

Si la intersección de los cierres convexos no es vacía y  $t^1, t^2$  pertenecen a esa intersección, entonces esa posición asegura que ningún partido puede ganar más de  $\frac{n}{2}$  moviéndose:

Si por ejemplo  $\Pi^1(t^1, t^2) > \frac{n}{2}$ , existe una combinación de puntos de peso mayor que  $\frac{n}{2}$  que están en el semiplano generado por  $t^1$  y  $t^2$  que no contiene a  $t^2$ . Así, su cierre convexo no contiene a  $t^2$ , por lo que esa combinación de puntos contendrá a un conjunto minimal cuyo cierre convexo no contiene a  $t^2$ . Esto contradice que  $t^2$  esté en la intersección de todos los cierres convexos de conjuntos minimales.

Por otro lado,  $\Pi^1(t^1, t^2) = \Pi^2(t^1, t^2) = \frac{n}{2}$ . Si, por ejemplo  $\Pi^1(t^1, t^2) < \frac{n}{2}$  entonces, por ser

las ganancias complementarias,  $\Pi^2(t^1, t^2) > \frac{n}{2}$ , por lo que existe un cierre convexo de

puntos de la nube de peso total mayor que  $\frac{n}{2}$  (los que gana  $t^2$ ) al que no pertenece  $t^1$ .

Por ello existe un subconjunto minimal de esos puntos a cuyo cierre convexo no pertenece  $t^1$ . Esto contradice que  $t^1$  pertenezca a la intersección de los cierres convexos de los conjuntos minimales. Así,  $\Pi^1(t^1, t^2) \geq \frac{n}{2}$  y  $\Pi^2(t^1, t^2) \geq \frac{n}{2}$ , y, como las ganancias son complementarias,  $\Pi^1(t^1, t^2) = \Pi^2(t^1, t^2) = \frac{n}{2}$ .

De esta forma,  $\Pi^1(t', t^2) \leq \frac{n}{2} = \Pi^1(t^1, t^2)$ , y lo mismo ocurriría con  $\Pi^2$ . Por ello  $(t^1, t^2)$  es posición de equilibrio.

Además son las únicas posibles ya que si existe posición de equilibrio  $(t^1, t^2)$  sabemos que  $\Pi^1(t^1, t^2) = \Pi^2(t^1, t^2) = \frac{n}{2}$  (proposición 1) y si, por ejemplo  $t^1$  no pertenece a la intersección de los cierres convexos de conjuntos minimales, el segundo partido puede situarse en un punto que separe a  $t^1$  de un cierre convexo de puntos de peso mayor que  $\frac{n}{2}$  y conseguir ganancia superior a  $\frac{n}{2}$  lo que contradice que  $(t^1, t^2)$  sea de equilibrio.

Si la intersección de los cierres convexos es vacía, consideremos cualquier posición  $(t^1, t^2)$ . Si, por ejemplo  $\Pi^1(t^1, t^2) \leq \frac{n}{2}$ , el primer partido puede elegir una posición  $t'$  que separe a  $t^2$  de un conjunto de puntos de la nube de peso mayor que  $\frac{n}{2}$  (uno en cuyo cierre convexo no esté  $t^2$ ). Por ello,  $\Pi^1(t', t^2) > \frac{n}{2} \geq \Pi^1(t^1, t^2)$  y  $(t^1, t^2)$  no es de equilibrio.

□

### 3.3. Unicidad

Veamos que esta intersección de cierres convexos es a lo más en un punto, a no ser que los  $n$  puntos de la nube estén alineados. Existen casos particulares, como muestra la proposición 3, en los que dicho punto debe ser de la nube.

**Proposición 3:** Si no hay ninguna combinación de puntos de la nube con peso  $\frac{n}{2}$ , entonces la intersección de los cierres convexos de los posibles conjuntos minimales de peso mayor que  $\frac{n}{2}$  es a lo más en un punto de la nube.

*Demostración:*

Si barremos por rectas paralelas que no contengan a más de un punto de la nube hasta llegar al primer punto  $v$  de la nube que deja en uno de los semiplanos cerrados que define la recta  $R$  que lo contiene, un conjunto de puntos de peso mayor que  $\frac{n}{2}$ , entonces el cierre convexo de un subconjunto minimal de este conjunto, está contenido en el semiplano anterior. Por otro lado, los puntos de la nube del otro semiplano cerrado tienen peso mayor que  $\frac{n}{2}$  ya que si tuvieran peso menor, entonces los puntos del primer semiplano abierto tendrían peso mayor que  $\frac{n}{2}$ , esto contradice que  $v$  fuese el primer punto para el que se llegaba a peso mayor que  $\frac{n}{2}$ . Así contendrán a un conjunto minimal de puntos cuyo cierre convexo estará contenido en el otro semiplano cerrado. De esta manera, la intersección de los cierres convexos estará contenida en la intersección de estos dos semiplanos cerrados:  $R$  y el único punto de los cierres convexos en  $R$  es  $v$  ya que  $R$  sólo contiene a ese punto de la nube, luego la intersección de los cierres convexos, si no es vacía, será en  $v$ . Ver figura  $\square$

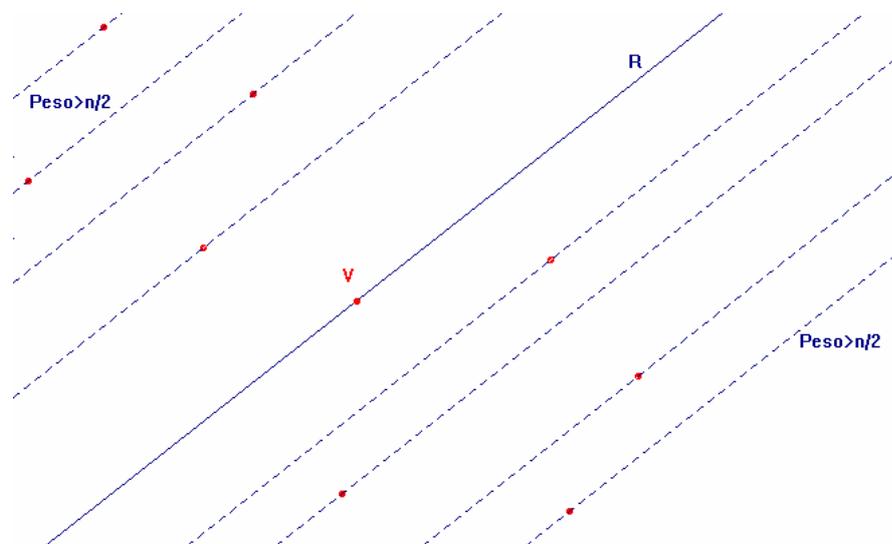


Figura 1: Caso en el que no existe combinación de puntos de peso  $n/2$

Veamos ahora el resultado general:

**Proposición 4:** La intersección de los posibles cierres convexos de conjuntos minimales de peso mayor que  $\frac{n}{2}$  es a lo más en un punto si no están los  $n$  puntos de la nube alineados.

*Demostración:*

Tomemos un punto de la nube  $v$  en la frontera del cierre convexo de los  $n$  puntos, por ejemplo el de menos abscisa (si existen varios con la misma abscisa, el de menos ordenada de ellos) y se ordenan angularmente los demás puntos de la nube respecto a él:

$v_1, \dots, v_{n-1}$ . Consideramos el primer punto  $v_i$  de manera que  $\text{peso}(\{v_1, \dots, v_{i-1}\}) \geq \frac{n}{2}$  ( si no

existe dicho punto,  $v_i = v_{n-1}$ ). Si  $i < n-1$ , se tiene que  $\text{peso}(\{v_1, \dots, v_{i-1}\}) > \frac{n}{2}$ . El cierre

convexo de un subconjunto minimal de esos puntos está contenido en el semiplano cerrado debajo de la línea,  $R$ , que pasa por  $v_i, v_{i-1}$ .

Por otro lado,  $\text{peso}(\{v_{i-1}, \dots, v_{n-1}, v\}) > \frac{n}{2}$  ya que  $\{v_{i-1}, \dots, v_{n-1}, v\}$  es el complementario

del conjunto  $\{v_1, \dots, v_{i-2}\}$  y, este conjunto tiene peso menor que  $\frac{n}{2}$  por la definición de

$v_i$ . Así, el cierre convexo de un subconjunto minimal de  $\{v_{i-1}, \dots, v_{n-1}, v\}$  está contenido en el semiplano cerrado superior de finido por  $R$ , luego la intersección de los cierres convexos está contenida en  $R$ .

Nota: Si  $v_i = v_{n-1}$ , el peso total de los puntos en cada semiplano cerrado que definen la recta  $v$  y  $v_{n-1}$  es mayor que  $\frac{n}{2}$ .

De esta manera, si tomamos otro punto  $v'$  perteneciente a la frontera del cierre convexo de los  $n$  puntos que no esté en la recta anterior (existe ya que no todos los puntos están alineados) y repetimos el proceso anterior, encontraremos otros conjuntos minimales de

peso mayor que  $\frac{n}{2}$  cuyos cierres convexos cumplen que la intersección está contenida

en otra recta, que une  $v'$  con otro punto de la nube  $v_j'$ , luego la intersección de los cuatro cierres convexos estará contenida en la intersección de las dos rectas, que es un punto.  $\square$

Observación: Si los puntos están alineados, caso degenerado, pueden existir casos en los que la intersección de los cierres convexos sea infinita.

De esta forma se puede concluir que:

**Proposición 5:** El equilibrio en el juego con ponderaciones si existe es único y de la forma  $(t,t)$ , es decir con los dos partidos eligiendo la misma política, salvo en algunos casos en los que todos los puntos están alineados.

#### 4. Desarrollo de un algoritmo de búsqueda de la posición de equilibrio

Desarrollamos un algoritmo que permite encontrar la posición de equilibrio en el juego planteado cuando existe, basado en las técnicas usadas en la demostración anterior de unicidad y en el siguiente resultado:

**Proposición 6:** Si  $t$  pertenece a la intersección de los cierres convexos de conjuntos minimales de peso mayor que  $\frac{n}{2}$ , entonces se cumple que el conjunto de puntos de la nube que contiene el conjunto formado por la semirrecta abierta con origen en  $t$  contenida en la recta que une  $t$  con cualquier otro punto de la nube, unión con uno de los semiplanos abiertos que define esa recta, tiene peso menor o igual que  $\frac{n}{2}$ .

*Demostración:*

Si existe un conjunto de ese tipo con un subconjunto de puntos de la nube de peso mayor que  $\frac{n}{2}$ , se cumple que un conjunto minimal de estos tiene un cierre convexo contenido en dicho conjunto. Por tanto  $t$  no pertenece a ese cierre convexo, contradicción.  $\square$

##### 4.1. Algoritmo

Se pretende encontrar la intersección de los cierres convexos de los subconjuntos minimales, en un conjunto de  $n$  puntos mediante el desarrollo de un algoritmo geométrico iterativo que, buscando un punto candidato, verifica la validez del mismo mediante un procedimiento de barrido.

**Input:** Conjunto de  $n$  puntos en el plano no todos alineados, con sus pesos.

- Paso 1 (localización del punto candidato):

Se toman las rectas que unen  $v_i, v_j$  y  $v_i', v_j'$  y que dejan en cada semiplano cerrado un conjunto de puntos de la nube de peso mayor que  $\frac{n}{2}$  (ver demostración de la proposición 4). Se intersecan. Sea  $p$  el punto intersección (no se puede dar el caso de paralelismo en las dos rectas).

- Paso 2 (inicialización de los pesos):

Se traza la vertical que pasa por  $p$  y se determina el peso ( $l$ ) de los puntos de la nube en la semirrecta abierta debajo de  $p$  unión con el semiplano abierto de la izquierda, y el peso ( $k$ ) de los puntos de la semirrecta superior de  $p$  unión con el semiplano abierto a la derecha de  $p$ . Si  $p$  es de la nube  $k+l+(\text{peso de } p)=n$  si no lo es  $k+l=n$ .

- Paso 3 (ordenación del resto de puntos de la nube en torno al candidato):

Ordenamos angularmente desde  $p$  los puntos de la nube, si hay, en la semirrecta de abajo unión con el semiplano de la izquierda tomando como origen la semirrecta de abajo, y los puntos de la nube, si hay, en la semirrecta de arriba unión con el semiplano de la derecha, tomando como origen la semirrecta de arriba. Sean  $\{v_1, \dots, v_{n-1}\}$  los puntos de la nube que no sean  $p$  con ese orden ( $v_1$  es el punto de menor ángulo entre las dos ordenaciones,  $v_2$  es el segundo punto de menor ángulo entre las dos ordenaciones, y así sucesivamente).

- Paso 4 (actualización de los pesos):

Definimos para  $i=1, \dots, n-1$ :

- $k_i$  como el peso de los puntos de la nube en la semirrecta abierta izquierda desde  $p$ , unión con el semiplano abierto debajo de la recta que une  $v_i$  y  $p$ .
- $l_i$  como el peso de los puntos de la nube en la semirrecta abierta derecha desde  $p$ , unión con el semiplano abierto encima de la recta que une  $v_i$  y  $p$ .

Nota: Si  $v_i$  está en la misma vertical que  $p$ , los conjuntos que determinan  $k_i, l_i$  son los mismos que determinaban  $k, l$ , por lo que  $k_i=k, l_i=l$ . Siempre se cumple que  $k_i+l_i=k+l$ .

$k_i, l_i$  se pueden obtener recursivamente de  $k_{i-1}, l_{i-1}$  para  $i=1, \dots, n-1$  (los valores de  $k_1, l_1$  se determinan tomando  $k_0$  y  $l_0$  como  $k$  y  $l$ ) de la siguiente forma:

$k_i$  es igual a  $k_{i-1}$  sumado con el peso de los puntos de la nube en la semirrecta abierta a la izquierda de  $p$  contenida en la recta que une  $v_i$  y  $p$  y restado con el peso de los puntos de la nube en la semirrecta abierta a la derecha de  $p$  contenida en la recta que une  $v_i$  y  $p$ .

$l_i$  es igual a  $l_{i-1}$  sumado con el peso de los puntos de la nube en la semirrecta abierta a la derecha de  $p$  contenida en la recta que une  $v_i$  y  $p$  y restado con el peso de los puntos de la nube en la semirrecta abierta a la izquierda de  $p$  contenida en la recta que une  $v_i$  y  $p$ .

**Output:** Si  $k_i, l_i \leq \frac{n}{2}$  para todo  $i = 1, \dots, n-1$ , la intersección buscada es  $\{p\}$  (la única posición de equilibrio sería entonces  $(p, p)$ ), en caso contrario la intersección es vacía, por la proposición 6 (no existiría entonces equilibrio).

#### 4.2. Observaciones al algoritmo

Planteamos la complejidad del algoritmo presentado (de Berg et al., 1997), para lo cual se analiza el número de operaciones a realizar en cada paso del mismo en función del número de puntos de la nube. A este respecto, destacar que para encontrar el primer punto  $v_j$  del primer paso del algoritmo se puede realizar lo siguiente: Se ordenan angularmente los demás puntos de la nube desde  $v$  como  $\{v_1, \dots, v_{n-1}\}$  y se define de forma recursiva la función  $m_l = \text{peso}(v_l) + \text{peso}(p)$ ,  $m_i = m_{i-1} + \text{peso}(v_i)$ . Al llegar al primer  $j$  tal que  $m_j > \frac{n}{2}$ , se cumple que el punto buscado es  $v_j$ . Destacar que de forma análoga se encuentra el punto  $v'_j$ .

La complejidad de hallar los  $m_i$  es lineal, ya que en el peor de los casos hay que determinar  $n-1$  valores:  $m_1, \dots, m_{n-1}$  (para determinar cada uno de ellos es necesario un número constante de operaciones).

La complejidad de ordenar los puntos por la abscisa es del orden  $O(n \log n)$ . Es necesario para encontrar el punto de menor abscisa y para hallar los valores  $k$  y  $l$  del algoritmo. El determinar cada  $k_i, l_i$  requiere un número constante de operaciones. Como hay  $n-1$  valores de  $k_i$  y  $n-1$  valores de  $l_i$ , la complejidad total para determinarlos es lineal.

La complejidad de las ordenaciones angulares es  $O(n \log n)$ .

De esta forma, la complejidad total del algoritmo presentado es  $O(n \log n)$  por lo que resulta eficiente y por tanto implementable.

#### 5. Conclusiones

Este trabajo profundiza en el estudio del equilibrio en el sentido de Nash en un juego competitivo que puede ser interpretado como una versión discreta del juego de Voronoi

tratado en Geometría Computacional y del modelo de Downs de Economía Política. Para ajustarse lo más posible a la realidad se han tomado los votantes distribuidos en un conjunto finito de tipos y a cada uno de esos tipos se le asocia un peso que representará en cierta forma la cantidad de seguidores que tiene. Esto, unido a la utilización de técnicas geométricas para la búsqueda de las posiciones de equilibrio representa una novedad con respecto a los trabajos existentes. Destacar que los resultados obtenidos son similares a los alcanzados cuando el conjunto de tipos se considera continuo (Persson y Tabellini, 2000; Roemer, 2001).

Se han obtenido condiciones que tendrán que cumplir las posibles posiciones de equilibrio del juego, así como la manera geométrica de encontrarlas, desarrollada en un algoritmo que puede ser programado.

Hemos comprobado que, salvo el caso particular en que todos los votantes estén alineados, el equilibrio en nuestro juego se alcanza, si existe, únicamente cuando los dos partidos eligen la misma política para ofrecer a sus votantes. Es decir, los dos partidos tenderán a un programa político, en esencia, parecido si lo que quieren es conseguir el mayor número de votantes. Lo que hará que uno u otro gane las elecciones será un número pequeño de diferencias.

En el caso continuo esta posición de convergencia resultaba ser, bajo ciertas condiciones establecidas por Downs (1957), hacia la política preferida del votante mediano lo que es conocido en la literatura como el teorema del votante mediano. El resultado de unicidad obtenido en el presente trabajo puede verse como una analogía a este teorema, aunque por la naturaleza discreta del juego presentado, lo que se concluye es que la posición de equilibrio es una de las posibles posiciones medianas, que pueden ocupar una región.

Aunque en este trabajo tratamos un modelo simplificado (bipartidista) esta simplificación se ajusta a gran parte de los países en la actualidad ya que en ellos existen dos partidos mayoritarios. Es curioso observar cómo los dos partidos mayoritarios de un país cada vez se parecen más en el grueso de su oferta electoral (tienden a esa posición de equilibrio), con lo que nuestro modelo se ajustaría a este hecho.

Todo lo estudiado puede aplicarse al caso particular en el que todos los tipos tengan el mismo peso. Los resultados obtenidos se particularizan llegando a los

resultados presentados por los autores en trabajos anteriores (Abellanas et al., 2006; Lillo et al., 2005).

### **Referencias**

- Abellanas M., Lillo I., López M. y Rodrigo, J (2006). Electoral strategies in a dynamical democratic system. Geometric models. European Journal of Operational Research 175 870-878.
- Achabal D., Gurr W.L. y Mahajan V. (1982). Multiloc: A multiple Store Location Decision Model. Journal of Retailing 58, 5-25.
- Ahn H.K., Cheng S.W., Cheong O., Golin M. y Van Oostrum R.(2004). Competitive Facility Location: The Voronoi Game Journal of Theoretical Computer Science. 310, 457-467.
- Aurenhammer R., y Klein R. (2000). Voronoi Diagrams. In J.-R-Sack and Urrutia, editors, Handbook of Computational Geometry Elsevier Science Publishers B.V. North-Holland, Amsterdam.
- de Berg M., van Kreveld M., Overmars M. y Schwarzkopf O. (1997). Computational Geometry-Algorithms and Applications (Second edition) Springer, New York.
- Downs, A. (1957), An economic theory of democracy. Harper & Row. Nueva York.
- Fekete S. y Meijer H. (2003). The One-Round Voronoi Game Replayed. Workshop on Algorithms and Data Structures, Springer Lecture Notes in Computer Science 2748, 150-161.
- Lillo I., López M. y Rodrigo J. (2005). Estudio geométrico del equilibrio en un modelo discreto del juego de Downs. XIII Jornadas ASEPUMA 2005. Primer encuentro internacional. La Coruña, España.

- Okabe A., Boots B., Sugihara K. y Chiu S. (2000). Spatial Tessellations Concepts and Applications of Voronoi diagrams. John Wiley & Sons. Chichester. New York.
- Persson T. y Tabellini G. (2000). Political Economics. Explaining Economic policy. Cambridge, Mass.: MIT Press.
- Revelle C. (1986). The Maximum Capture on “sphere of influence” Location problem: Hotelling revisited on a network. *Journal of Regional Science* 26 (2), 343-358.
- Roemer J. (2000). Political Competition. Harvard University Press. USA.
- Serra D. y Revelle C. (1994). Market Capture by two Competitors: The preemptive location problem. *Journal of Regional Science* 34 (4), 549-561.
- Smid M. (2000). Closest point problems in Computational Geometry, In J.-R. Sack and J. Urrutia, editors, *Handbook on Computational Geometry*, Elsevier Science. North-Holland.
- Vandell K.D. y Carter C.C. (1993). Retail Store Location and Market Analysis: A Review of the Research. *Journal of Real Estate Literature* 1, 13-45.

# FUNDACIÓN DE LAS CAJAS DE AHORROS

---

## DOCUMENTOS DE TRABAJO

### Últimos números publicados

- 159/2000 Participación privada en la construcción y explotación de carreteras de peaje  
Ginés de Rus, Manuel Romero y Lourdes Trujillo
- 160/2000 Errores y posibles soluciones en la aplicación del *Value at Risk*  
Mariano González Sánchez
- 161/2000 Tax neutrality on saving assets. The spanish case before and after the tax reform  
Cristina Ruza y de Paz-Curbera
- 162/2000 Private rates of return to human capital in Spain: new evidence  
F. Barceinas, J. Oliver-Alonso, J.L. Raymond y J.L. Roig-Sabaté
- 163/2000 El control interno del riesgo. Una propuesta de sistema de límites  
riesgo neutral  
Mariano González Sánchez
- 164/2001 La evolución de las políticas de gasto de las Administraciones Públicas en los años 90  
Alfonso Utrilla de la Hoz y Carmen Pérez Esparrells
- 165/2001 Bank cost efficiency and output specification  
Emili Tortosa-Ausina
- 166/2001 Recent trends in Spanish income distribution: A robust picture of falling income inequality  
Josep Oliver-Alonso, Xavier Ramos y José Luis Raymond-Bara
- 167/2001 Efectos redistributivos y sobre el bienestar social del tratamiento de las cargas familiares en  
el nuevo IRPF  
Nuria Badenes Plá, Julio López Laborda, Jorge Onrubia Fernández
- 168/2001 The Effects of Bank Debt on Financial Structure of Small and Medium Firms in some Euro-  
pean Countries  
Mónica Melle-Hernández
- 169/2001 La política de cohesión de la UE ampliada: la perspectiva de España  
Ismael Sanz Labrador
- 170/2002 Riesgo de liquidez de Mercado  
Mariano González Sánchez
- 171/2002 Los costes de administración para el afiliado en los sistemas de pensiones basados en cuentas  
de capitalización individual: medida y comparación internacional.  
José Enrique Devesa Carpio, Rosa Rodríguez Barrera, Carlos Vidal Meliá
- 172/2002 La encuesta continua de presupuestos familiares (1985-1996): descripción, representatividad  
y propuestas de metodología para la explotación de la información de los ingresos y el gasto.  
Llorenç Pou, Joaquín Alegre
- 173/2002 Modelos paramétricos y no paramétricos en problemas de concesión de tarjetas de crédito.  
Rosa Puertas, María Bonilla, Ignacio Olmeda

- 174/2002 Mercado único, comercio intra-industrial y costes de ajuste en las manufacturas españolas.  
José Vicente Blanes Cristóbal
- 175/2003 La Administración tributaria en España. Un análisis de la gestión a través de los ingresos y de los gastos.  
Juan de Dios Jiménez Aguilera, Pedro Enrique Barrilao González
- 176/2003 The Falling Share of Cash Payments in Spain.  
Santiago Carbó Valverde, Rafael López del Paso, David B. Humphrey  
Publicado en "Moneda y Crédito" nº 217, pags. 167-189.
- 177/2003 Effects of ATMs and Electronic Payments on Banking Costs: The Spanish Case.  
Santiago Carbó Valverde, Rafael López del Paso, David B. Humphrey
- 178/2003 Factors explaining the interest margin in the banking sectors of the European Union.  
Joaquín Maudos y Juan Fernández Guevara
- 179/2003 Los planes de stock options para directivos y consejeros y su valoración por el mercado de valores en España.  
Mónica Melle Hernández
- 180/2003 Ownership and Performance in Europe and US Banking – A comparison of Commercial, Co-operative & Savings Banks.  
Yener Altunbas, Santiago Carbó y Phil Molyneux
- 181/2003 The Euro effect on the integration of the European stock markets.  
Mónica Melle Hernández
- 182/2004 In search of complementarity in the innovation strategy: international R&D and external knowledge acquisition.  
Bruno Cassiman, Reinhilde Veugelers
- 183/2004 Fijación de precios en el sector público: una aplicación para el servicio municipal de suministro de agua.  
M<sup>a</sup> Ángeles García Valiñas
- 184/2004 Estimación de la economía sumergida en España: un modelo estructural de variables latentes.  
Ángel Alañón Pardo, Miguel Gómez de Antonio
- 185/2004 Causas políticas y consecuencias sociales de la corrupción.  
Joan Oriol Prats Cabrera
- 186/2004 Loan bankers' decisions and sensitivity to the audit report using the belief revision model.  
Andrés Guiral Contreras and José A. Gonzalo Angulo
- 187/2004 El modelo de Black, Derman y Toy en la práctica. Aplicación al mercado español.  
Marta Tolentino García-Abadillo y Antonio Díaz Pérez
- 188/2004 Does market competition make banks perform well?.  
Mónica Melle
- 189/2004 Efficiency differences among banks: external, technical, internal, and managerial  
Santiago Carbó Valverde, David B. Humphrey y Rafael López del Paso

- 190/2004 Una aproximación al análisis de los costes de la esquizofrenia en España: los modelos jerárquicos bayesianos  
F. J. Vázquez-Polo, M. A. Negrín, J. M. Cavasés, E. Sánchez y grupo RIRAG
- 191/2004 Environmental proactivity and business performance: an empirical analysis  
Javier González-Benito y Óscar González-Benito
- 192/2004 Economic risk to beneficiaries in notional defined contribution accounts (NDCs)  
Carlos Vidal-Meliá, Inmaculada Domínguez-Fabian y José Enrique Devesa-Carpio
- 193/2004 Sources of efficiency gains in port reform: non parametric malmquist decomposition tfp index for Mexico  
Antonio Estache, Beatriz Tovar de la Fé y Lourdes Trujillo
- 194/2004 Persistencia de resultados en los fondos de inversión españoles  
Alfredo Ciriaco Fernández y Rafael Santamaría Aquilué
- 195/2005 El modelo de revisión de creencias como aproximación psicológica a la formación del juicio del auditor sobre la gestión continuada  
Andrés Guiral Contreras y Francisco Esteso Sánchez
- 196/2005 La nueva financiación sanitaria en España: descentralización y prospectiva  
David Cantarero Prieto
- 197/2005 A cointegration analysis of the Long-Run supply response of Spanish agriculture to the common agricultural policy  
José A. Mendez, Ricardo Mora y Carlos San Juan
- 198/2005 ¿Refleja la estructura temporal de los tipos de interés del mercado español preferencia por la liquidez?  
Magdalena Massot Perelló y Juan M. Nave
- 199/2005 Análisis de impacto de los Fondos Estructurales Europeos recibidos por una economía regional: Un enfoque a través de Matrices de Contabilidad Social  
M. Carmen Lima y M. Alejandro Cardenete
- 200/2005 Does the development of non-cash payments affect monetary policy transmission?  
Santiago Carbó Valverde y Rafael López del Paso
- 201/2005 Firm and time varying technical and allocative efficiency: an application for port cargo handling firms  
Ana Rodríguez-Álvarez, Beatriz Tovar de la Fe y Lourdes Trujillo
- 202/2005 Contractual complexity in strategic alliances  
Jeffrey J. Reuer y Africa Ariño
- 203/2005 Factores determinantes de la evolución del empleo en las empresas adquiridas por opa  
Nuria Alcalde Fradejas y Inés Pérez-Soba Aguilar
- 204/2005 Nonlinear Forecasting in Economics: a comparison between Comprehension Approach versus Learning Approach. An Application to Spanish Time Series  
Elena Olmedo, Juan M. Valderas, Ricardo Gimeno and Lorenzo Escot

- 205/2005 Precio de la tierra con presión urbana: un modelo para España  
Esther Decimavilla, Carlos San Juan y Stefan Sperlich
- 206/2005 Interregional migration in Spain: a semiparametric analysis  
Adolfo Maza y José Villaverde
- 207/2005 Productivity growth in European banking  
Carmen Murillo-Melchor, José Manuel Pastor y Emili Tortosa-Ausina
- 208/2005 Explaining Bank Cost Efficiency in Europe: Environmental and Productivity Influences.  
Santiago Carbó Valverde, David B. Humphrey y Rafael López del Paso
- 209/2005 La elasticidad de sustitución intertemporal con preferencias no separables intratemporalmente: los casos de Alemania, España y Francia.  
Elena Márquez de la Cruz, Ana R. Martínez Cañete y Inés Pérez-Soba Aguilar
- 210/2005 Contribución de los efectos tamaño, book-to-market y momentum a la valoración de activos: el caso español.  
Begoña Font-Belaire y Alfredo Juan Grau-Grau
- 211/2005 Permanent income, convergence and inequality among countries  
José M. Pastor and Lorenzo Serrano
- 212/2005 The Latin Model of Welfare: Do 'Insertion Contracts' Reduce Long-Term Dependence?  
Luis Ayala and Magdalena Rodríguez
- 213/2005 The effect of geographic expansion on the productivity of Spanish savings banks  
Manuel Illueca, José M. Pastor and Emili Tortosa-Ausina
- 214/2005 Dynamic network interconnection under consumer switching costs  
Ángel Luis López Rodríguez
- 215/2005 La influencia del entorno socioeconómico en la realización de estudios universitarios: una aproximación al caso español en la década de los noventa  
Marta Rahona López
- 216/2005 The valuation of spanish ipos: efficiency analysis  
Susana Álvarez Otero
- 217/2005 On the generation of a regular multi-input multi-output technology using parametric output distance functions  
Sergio Perelman and Daniel Santin
- 218/2005 La gobernanza de los procesos parlamentarios: la organización industrial del congreso de los diputados en España  
Gonzalo Caballero Miguez
- 219/2005 Determinants of bank market structure: Efficiency and political economy variables  
Francisco González
- 220/2005 Agresividad de las órdenes introducidas en el mercado español: estrategias, determinantes y medidas de performance  
David Abad Díaz

- 221/2005 Tendencia post-anuncio de resultados contables: evidencia para el mercado español  
Carlos Forner Rodríguez, Joaquín Marhuenda Fructuoso y Sonia Sanabria García
- 222/2005 Human capital accumulation and geography: empirical evidence in the European Union  
Jesús López-Rodríguez, J. Andrés Faiña y Jose Lopez Rodríguez
- 223/2005 Auditors' Forecasting in Going Concern Decisions: Framing, Confidence and Information Processing  
Waymond Rodgers and Andrés Guiral
- 224/2005 The effect of Structural Fund spending on the Galician region: an assessment of the 1994-1999 and 2000-2006 Galician CSFs  
José Ramón Cancelo de la Torre, J. Andrés Faiña and Jesús López-Rodríguez
- 225/2005 The effects of ownership structure and board composition on the audit committee activity: Spanish evidence  
Carlos Fernández Méndez and Rubén Arrondo García
- 226/2005 Cross-country determinants of bank income smoothing by managing loan loss provisions  
Ana Rosa Fonseca and Francisco González
- 227/2005 Incumplimiento fiscal en el irpf (1993-2000): un análisis de sus factores determinantes  
Alejandro Estellér Moré
- 228/2005 Region versus Industry effects: volatility transmission  
Pilar Soriano Felipe and Francisco J. Climent Diranzo
- 229/2005 Concurrent Engineering: The Moderating Effect Of Uncertainty On New Product Development Success  
Daniel Vázquez-Bustelo and Sandra Valle
- 230/2005 On zero lower bound traps: a framework for the analysis of monetary policy in the 'age' of central banks  
Alfonso Palacio-Vera
- 231/2005 Reconciling Sustainability and Discounting in Cost Benefit Analysis: a methodological proposal  
M. Carmen Almansa Sáez and Javier Calatrava Requena
- 232/2005 Can The Excess Of Liquidity Affect The Effectiveness Of The European Monetary Policy?  
Santiago Carbó Valverde and Rafael López del Paso
- 233/2005 Inheritance Taxes In The Eu Fiscal Systems: The Present Situation And Future Perspectives.  
Miguel Angel Barberán Lahuerta
- 234/2006 Bank Ownership And Informativeness Of Earnings.  
Víctor M. González
- 235/2006 Developing A Predictive Method: A Comparative Study Of The Partial Least Squares Vs Maximum Likelihood Techniques.  
Waymond Rodgers, Paul Pavlou and Andres Guiral.
- 236/2006 Using Compromise Programming for Macroeconomic Policy Making in a General Equilibrium Framework: Theory and Application to the Spanish Economy.  
Francisco J. André, M. Alejandro Cardenete y Carlos Romero.

- 237/2006 Bank Market Power And Sme Financing Constraints.  
Santiago Carbó-Valverde, Francisco Rodríguez-Fernández y Gregory F. Udell.
- 238/2006 Trade Effects Of Monetary Agreements: Evidence For Oecd Countries.  
Salvador Gil-Pareja, Rafael Llorca-Vivero y José Antonio Martínez-Serrano.
- 239/2006 The Quality Of Institutions: A Genetic Programming Approach.  
Marcos Álvarez-Díaz y Gonzalo Caballero Miguez.
- 240/2006 La interacción entre el éxito competitivo y las condiciones del mercado doméstico como determinantes de la decisión de exportación en las Pymes.  
Francisco García Pérez.
- 241/2006 Una estimación de la depreciación del capital humano por sectores, por ocupación y en el tiempo.  
Inés P. Murillo.
- 242/2006 Consumption And Leisure Externalities, Economic Growth And Equilibrium Efficiency.  
Manuel A. Gómez.
- 243/2006 Measuring efficiency in education: an analysis of different approaches for incorporating non-discretionary inputs.  
Jose Manuel Cordero-Ferrera, Francisco Pedraja-Chaparro y Javier Salinas-Jiménez
- 244/2006 Did The European Exchange-Rate Mechanism Contribute To The Integration Of Peripheral Countries?.  
Salvador Gil-Pareja, Rafael Llorca-Vivero y José Antonio Martínez-Serrano
- 245/2006 Intergenerational Health Mobility: An Empirical Approach Based On The Echp.  
Marta Pascual and David Cantarero
- 246/2006 Measurement and analysis of the Spanish Stock Exchange using the Lyapunov exponent with digital technology.  
Salvador Rojí Ferrari and Ana Gonzalez Marcos
- 247/2006 Testing For Structural Breaks In Variance With additive Outliers And Measurement Errors.  
Paulo M.M. Rodrigues and Antonio Rubia
- 248/2006 The Cost Of Market Power In Banking: Social Welfare Loss Vs. Cost Inefficiency.  
Joaquín Maudos and Juan Fernández de Guevara
- 249/2006 Elasticidades de largo plazo de la demanda de vivienda: evidencia para España (1885-2000).  
Desiderio Romero Jordán, José Félix Sanz Sanz y César Pérez López
- 250/2006 Regional Income Disparities in Europe: What role for location?.  
Jesús López-Rodríguez and J. Andrés Faña
- 251/2006 Funciones abreviadas de bienestar social: Una forma sencilla de simultaneizar la medición de la eficiencia y la equidad de las políticas de gasto público.  
Nuria Badenes Plá y Daniel Santín González
- 252/2006 "The momentum effect in the Spanish stock market: Omitted risk factors or investor behaviour?".  
Luis Muga and Rafael Santamaría
- 253/2006 Dinámica de precios en el mercado español de gasolina: un equilibrio de colusión tácita.  
Jordi Perdiguero García

- 254/2006 Desigualdad regional en España: renta permanente versus renta corriente.  
José M. Pastor, Empar Pons y Lorenzo Serrano
- 255/2006 Environmental implications of organic food preferences: an application of the impure public goods model.  
Ana Maria Aldanondo-Ochoa y Carmen Almansa-Sáez
- 256/2006 Family tax credits versus family allowances when labour supply matters: Evidence for Spain.  
José Felix Sanz-Sanz, Desiderio Romero-Jordán y Santiago Álvarez-García
- 257/2006 La internacionalización de la empresa manufacturera española: efectos del capital humano genérico y específico.  
José López Rodríguez
- 258/2006 Evaluación de las migraciones interregionales en España, 1996-2004.  
María Martínez Torres
- 259/2006 Efficiency and market power in Spanish banking.  
Rolf Färe, Shawna Grosskopf y Emili Tortosa-Ausina.
- 260/2006 Asimetrías en volatilidad, beta y contagios entre las empresas grandes y pequeñas cotizadas en la bolsa española.  
Helena Chuliá y Hipòlit Torró.
- 261/2006 Birth Replacement Ratios: New Measures of Period Population Replacement.  
José Antonio Ortega.
- 262/2006 Accidentes de tráfico, víctimas mortales y consumo de alcohol.  
José M<sup>a</sup> Arranz y Ana I. Gil.
- 263/2006 Análisis de la Presencia de la Mujer en los Consejos de Administración de las Mil Mayores Empresas Españolas.  
Ruth Mateos de Cabo, Lorenzo Escot Mangas y Ricardo Gimeno Nogués.
- 264/2006 Crisis y Reforma del Pacto de Estabilidad y Crecimiento. Las Limitaciones de la Política Económica en Europa.  
Ignacio Álvarez Peralta.
- 265/2006 Have Child Tax Allowances Affected Family Size? A Microdata Study For Spain (1996-2000).  
Jaime Vallés-Giménez y Anabel Zárate-Marco.
- 266/2006 Health Human Capital And The Shift From Foraging To Farming.  
Paolo Rungo.
- 267/2006 Financiación Autonómica y Política de la Competencia: El Mercado de Gasolina en Canarias.  
Juan Luis Jiménez y Jordi Perdiguero.
- 268/2006 El cumplimiento del Protocolo de Kyoto para los hogares españoles: el papel de la imposición sobre la energía.  
Desiderio Romero-Jordán y José Félix Sanz-Sanz.
- 269/2006 Banking competition, financial dependence and economic growth  
Joaquín Maudos y Juan Fernández de Guevara
- 270/2006 Efficiency, subsidies and environmental adaptation of animal farming under CAP  
Werner Kleinhanß, Carmen Murillo, Carlos San Juan y Stefan Sperlich

- 271/2006 Interest Groups, Incentives to Cooperation and Decision-Making Process in the European Union  
A. Garcia-Lorenzo y Jesús López-Rodríguez
- 272/2006 Riesgo asimétrico y estrategias de momentum en el mercado de valores español  
Luis Muga y Rafael Santamaría
- 273/2006 Valoración de capital-riesgo en proyectos de base tecnológica e innovadora a través de la teoría de opciones reales  
Gracia Rubio Martín
- 274/2006 Capital stock and unemployment: searching for the missing link  
Ana Rosa Martínez-Cañete, Elena Márquez de la Cruz, Alfonso Palacio-Vera and Inés Pérez-Soba Aguilar
- 275/2006 Study of the influence of the voters' political culture on vote decision through the simulation of a political competition problem in Spain  
Sagrario Lantarón, Isabel Lillo, M<sup>a</sup> Dolores López and Javier Rodrigo
- 276/2006 Investment and growth in Europe during the Golden Age  
Antonio Cubel and M<sup>a</sup> Teresa Sanchis
- 277/2006 Efectos de vincular la pensión pública a la inversión en cantidad y calidad de hijos en un modelo de equilibrio general  
Robert Meneu Gaya
- 278/2006 El consumo y la valoración de activos  
Elena Márquez y Belén Nieto
- 279/2006 Economic growth and currency crisis: A real exchange rate entropic approach  
David Matesanz Gómez y Guillermo J. Ortega
- 280/2006 Three measures of returns to education: An illustration for the case of Spain  
María Arrazola y José de Hevia
- 281/2006 Composition of Firms versus Composition of Jobs  
Antoni Cunyat
- 282/2006 La vocación internacional de un holding tranviario belga: la Compagnie Mutuelle de Tramways, 1895-1918  
Alberte Martínez López
- 283/2006 Una visión panorámica de las entidades de crédito en España en la última década.  
Constantino García Ramos
- 284/2006 Foreign Capital and Business Strategies: a comparative analysis of urban transport in Madrid and Barcelona, 1871-1925  
Alberte Martínez López
- 285/2006 Los intereses belgas en la red ferroviaria catalana, 1890-1936  
Alberte Martínez López
- 286/2006 The Governance of Quality: The Case of the Agrifood Brand Names  
Marta Fernández Barcala, Manuel González-Díaz y Emmanuel Raynaud
- 287/2006 Modelling the role of health status in the transition out of malthusian equilibrium  
Paolo Rungo, Luis Currais and Berta Rivera
- 288/2006 Industrial Effects of Climate Change Policies through the EU Emissions Trading Scheme  
Xavier Labandeira and Miguel Rodríguez

- 289/2006 Globalisation and the Composition of Government Spending: An analysis for OECD countries  
Norman Gemmell, Richard Kneller and Ismael Sanz
- 290/2006 La producción de energía eléctrica en España: Análisis económico de la actividad tras la liberalización del Sector Eléctrico  
Fernando Hernández Martínez
- 291/2006 Further considerations on the link between adjustment costs and the productivity of R&D investment: evidence for Spain  
Desiderio Romero-Jordán, José Félix Sanz-Sanz and Inmaculada Álvarez-Ayuso
- 292/2006 Una teoría sobre la contribución de la función de compras al rendimiento empresarial  
Javier González Benito
- 293/2006 Agility drivers, enablers and outcomes: empirical test of an integrated agile manufacturing model  
Daniel Vázquez-Bustelo, Lucía Avella and Esteban Fernández
- 294/2006 Testing the parametric vs the semiparametric generalized mixed effects models  
María José Lombardía and Stefan Sperlich
- 295/2006 Nonlinear dynamics in energy futures  
Mariano Matilla-García
- 296/2006 Estimating Spatial Models By Generalized Maximum Entropy Or How To Get Rid Of W  
Esteban Fernández Vázquez, Matías Mayor Fernández and Jorge Rodríguez-Valez
- 297/2006 Optimización fiscal en las transmisiones lucrativas: análisis metodológico  
Félix Domínguez Barrero
- 298/2006 La situación actual de la banca online en España  
Francisco José Climent Diranzo y Alexandre Momparler Pechuán
- 299/2006 Estrategia competitiva y rendimiento del negocio: el papel mediador de la estrategia y las capacidades productivas  
Javier González Benito y Isabel Suárez González
- 300/2006 A Parametric Model to Estimate Risk in a Fixed Income Portfolio  
Pilar Abad and Sonia Benito
- 301/2007 Análisis Empírico de las Preferencias Sociales Respecto del Gasto en Obra Social de las Cajas de Ahorros  
Alejandro Esteller-Moré, Jonathan Jorba Jiménez y Albert Solé-Ollé
- 302/2007 Assessing the enlargement and deepening of regional trading blocs: The European Union case  
Salvador Gil-Pareja, Rafael Llorca-Vivero y José Antonio Martínez-Serrano
- 303/2007 ¿Es la Franquicia un Medio de Financiación?: Evidencia para el Caso Español  
Vanessa Solís Rodríguez y Manuel González Díaz
- 304/2007 On the Finite-Sample Biases in Nonparametric Testing for Variance Constancy  
Paulo M.M. Rodrigues and Antonio Rubia
- 305/2007 Spain is Different: Relative Wages 1989-98  
José Antonio Carrasco Gallego

- 306/2007 Poverty reduction and SAM multipliers: An evaluation of public policies in a regional framework  
Francisco Javier De Miguel-Vélez y Jesús Pérez-Mayo
- 307/2007 La Eficiencia en la Gestión del Riesgo de Crédito en las Cajas de Ahorro  
Marcelino Martínez Cabrera
- 308/2007 Optimal environmental policy in transport: unintended effects on consumers' generalized price  
M. Pilar Socorro and Ofelia Betancor
- 309/2007 Agricultural Productivity in the European Regions: Trends and Explanatory Factors  
Roberto Ezcurra, Belen Iraizoz, Pedro Pascual and Manuel Rapún
- 310/2007 Long-run Regional Population Divergence and Modern Economic Growth in Europe: a Case Study of Spain  
María Isabel Ayuda, Fernando Collantes and Vicente Pinilla
- 311/2007 Financial Information effects on the measurement of Commercial Banks' Efficiency  
Borja Amor, María T. Tascón and José L. Fanjul
- 312/2007 Neutralidad e incentivos de las inversiones financieras en el nuevo IRPF  
Félix Domínguez Barrero
- 313/2007 The Effects of Corporate Social Responsibility Perceptions on The Valuation of Common Stock  
Waymond Rodgers , Helen Choy and Andres Guiral-Contreras
- 314/2007 Country Creditor Rights, Information Sharing and Commercial Banks' Profitability Persistence across the world  
Borja Amor, María T. Tascón and José L. Fanjul
- 315/2007 ¿Es Relevante el Déficit Corriente en una Unión Monetaria? El Caso Español  
Javier Blanco González y Ignacio del Rosal Fernández
- 316/2007 The Impact of Credit Rating Announcements on Spanish Corporate Fixed Income Performance: Returns, Yields and Liquidity  
Pilar Abad, Antonio Díaz and M. Dolores Robles
- 317/2007 Indicadores de Lealtad al Establecimiento y Formato Comercial Basados en la Distribución del Presupuesto  
Cesar Augusto Bustos Reyes y Óscar González Benito
- 318/2007 Migrants and Market Potential in Spain over The XXth Century: A Test Of The New Economic Geography  
Daniel A. Tirado, Jordi Pons, Elisenda Paluzie and Javier Silvestre
- 319/2007 El Impacto del Coste de Oportunidad de la Actividad Emprendedora en la Intención de los Ciudadanos Europeos de Crear Empresas  
Luis Miguel Zapico Aldeano
- 320/2007 Los belgas y los ferrocarriles de vía estrecha en España, 1887-1936  
Alberte Martínez López
- 321/2007 Competición política bipartidista. Estudio geométrico del equilibrio en un caso ponderado  
Isabel Lillo, M<sup>a</sup> Dolores López y Javier Rodrigo