

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA

APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

**Marta Tolentino García-Abadillo
Antonio Díaz Pérez**

**FUNDACIÓN DE LAS CAJAS DE AHORROS
DOCUMENTO DE TRABAJO
Nº 187/2004**

De conformidad con la base quinta de la convocatoria del Programa de Estímulo a la Investigación, este trabajo ha sido sometido a evaluación externa anónima de especialistas cualificados a fin de contrastar su nivel técnico.

ISBN: 84-89116-07-5

La serie **DOCUMENTOS DE TRABAJO** incluye avances y resultados de investigaciones dentro de los programas de la Fundación de las Cajas de Ahorros.
Las opiniones son responsabilidad de los autores.

El modelo de Black, Derman y Toy en la práctica.

Aplicación al mercado español

Marta Tolentino García-Abadillo

Antonio Díaz Pérez (*)

Esta versión: Abril 2004

Universidad de Castilla-La Mancha

Departamento de Economía y Empresa

Marta Tolentino: Facultad de Derecho y CC. Sociales de Ciudad Real

Avda. Camilo José Cela 14, 13071-Ciudad Real. Tel.: 926 29 53 00, ext. 3596

E-mail: marta.tolentino@uclm.es

Antonio Díaz: Facultad de CC. Económicas y Empresariales de Albacete

Plaza de la Universidad 1, 02071-Albacete. Tel.: 967 59 92 00, ext. 2376

E-mail: antonio.diaz@uclm.es

El modelo de Black, Derman y Toy en la práctica. Aplicación al mercado español

Resumen

El modelo de Black, Derman y Toy –BDT– (1990) se engloba dentro de los modelos consistentes con la estructura temporal de los tipos de interés (ETTI), siendo uno de los más ampliamente utilizado por la industria para la valoración de activos derivados de renta fija. Estos modelos replican con precisión la ETTI observada en el mercado en el momento de su calibración. No obstante, el más leve movimiento en los tipos de interés implica que el modelo deja de estar calibrado. La recalibración implica costes que en determinadas circunstancias pueden ser innecesarios. En este trabajo analizamos el momento adecuado para recalibrar el modelo en función del tipo de movimiento producido en los tipos de interés. Observamos que el uso del modelo BDT sin recalibrar es aceptable, durante periodos más dilatados de tiempo, cuanto menor es el nivel y la pendiente de la ETTI inicial y mayor es su curvatura y la volatilidad histórica, así como cuando los movimientos de los tipos de interés con respecto al momento de la calibración conducen a un aplanamiento de la ETTI.

Palabras clave: tipos de interés; valoración; BDT; calibración

(*) Agradecemos los valiosos comentarios y sugerencias de dos evaluadores anónimos de la serie *Documentos de Trabajo* de FUNCAS, así como los de Eliseo Navarro, Eva Ferreira, Pedro Gento, Juan Nave, Gregorio Serna y Gloria M. Soto y los participantes en las Jornadas de Estructura Temporal de los Tipos de Interés (Cuenca, 2003). Este trabajo también se ha beneficiado de ayuda económica procedente de la Junta de Comunidades de Castilla-La Mancha, PAC-02-001. En cualquier caso, todo error es imputable únicamente a los autores.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

La estructura temporal de tipos de interés (ETTI) o curva cupón cero es una función que relaciona los tipos de interés al contado de títulos cupón cero libres de riesgo de insolvencia con sus vencimientos correspondientes. Los modelos que estiman la curva cupón cero parten habitualmente de los precios observados de títulos de renta fija emitidos por el Estado.¹ Estas estimaciones se utilizan para varias propuestas, como son la valoración de estos activos financieros y el diseño de estrategias de inversión o de cobertura; además son útiles en el ámbito de la teoría económica, como por ejemplo en el estudio de la formación de expectativas y en el ámbito de la política monetaria.

Sin embargo, estas estimaciones no permiten valorar activos más complejos, como son los activos derivados de renta fija. Algunos de los flujos de dinero de estos activos derivados dependen del nivel futuro de los tipos de interés, el cual se desconoce en el momento de la valoración. Este tipo de valoración requiere de hipótesis específicas sobre la evolución futura de los tipos de interés. Para valorar derivados se necesita modelizar la dinámica de la ETTI.²

En la literatura existen dos aproximaciones distintas para replicar la dinámica de la evolución de los tipos de interés: el equilibrio y la ausencia de oportunidades de arbitraje. Ambos métodos tienen una estructura similar, partiendo siempre de una ecuación diferencial estocástica de los tipos de interés. La distinción entre ellos procede del *input* que se utiliza para calibrar los parámetros del modelo. Los modelos de equilibrio, entre los que se enmarcan los propuestos por Vasicek (1977) y Cox, Ingersoll y Ross (1985), especifican explícitamente la prima de riesgo del mercado. Los parámetros del modelo se estiman estáticamente a partir de datos históricos y se supone que son constantes en el tiempo.

Los modelos consistentes, o de no arbitraje, ajustan el precio de mercado de los activos subyacentes con el precio que proporciona el modelo. Algunos de estos modelos son los propuestos por Ho y Lee (1986), Hull y White (1990), Black, Derman y Toy (1990), Black y Karasinski (1991) y Heath, Jarrow y Morton (1992). Esta aproximación es la preferida por los profesionales para valorar los derivados de tipos de interés, ya que están asegurando que los precios de mercado de los bonos, a partir de los cuales se obtienen los precios de los derivados suponiendo ausencia de oportunidades de

¹ En ocasiones utilizan los precios de los *swaps* de tipos de interés.

² Yan (2001) proporciona una revisión reciente de los principales modelos sobre la dinámica de la estructura temporal.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

arbitraje, coinciden con los proporcionados por el modelo en el momento de calibración. En cambio, los modelos de equilibrio no valoran con exactitud dichos bonos.

Un amplio número de trabajos empíricos analizan la validez de estos modelos de tipo de interés a la hora de valorar activos financieros de renta fija.³ Entre estos podemos encontrar el trabajo de F. Navas (1999) para el mercado español, los de Moraleda y Pelsser (2000) y Buetow, Hanke y Fabozzi (2001) para el mercado estadounidense, y el de Bühler *et al.* (1999) para el mercado alemán. En todos ellos se llega a la conclusión de que los modelos consistentes son los que mejor ajustan los precios de mercado de los activos objeto de análisis.

Uno de los modelos consistentes con la ETTI más popular en la literatura es el modelo de Black, Derman y Toy –BDT– (1990). En este sentido, trabajos empíricos recientes analizan la implementación del BDT. Por ejemplo, Bali (1999) examina el efecto del método de estimación de la volatilidad, utilizada como *input* del modelo, concluyendo que los estimadores con base en series temporales son los que permiten valorar opciones sobre tipos de interés con mayor precisión. Por su parte, Boyle, Tan y Tian (2001) observan cómo la práctica habitual consistente en introducir como *input* las volatilidades de los tipos de interés a corto, en lugar de las volatilidades de las TIR, tiene ventajas teóricas y prácticas en el ajuste del modelo.

Al mismo tiempo, el modelo BDT, al igual que otros modelos consistentes, es muy sencillo, se basa en una idea simple e intuitiva, y es de fácil calibración, pero, a diferencia del resto de modelos, el BDT ha llegado a ser prácticamente un estándar para la industria. Por tanto, nuestro análisis se centra en este modelo.

El objetivo principal de nuestro trabajo consiste en analizar de qué factores depende la frecuencia con la que es necesario recalibrar el modelo para que éste valore con una precisión aceptable bonos cupón cero y con cupón periódico con distintos plazos hasta el vencimiento.⁴ El modelo BDT, por construcción, replica con total exactitud la ETTI observada en el momento de calibración. Esta ETTI contiene toda la información del mercado. Instantes después, un leve movimiento en los precios de los bonos utilizados en la estimación de la ETTI implica una variación en los tipos de interés y en la forma de la ETTI, por lo que el modelo BDT deja de estar calibrado. Una nueva calibración será necesaria para que el modelo vuelva a ajustar exactamente a la

³ Dentro de éstos se incluyen desde títulos cupón cero, o emitidos al descuento, hasta productos financieros derivados sobre tipos de interés con distinto grado de complejidad (opciones, futuros, *warrants*, *swaps*,...), pasando por bonos y obligaciones con cupón periódico.

⁴ Los resultados son fácilmente trasladables a la valoración de otros activos.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

nueva estructura temporal. Esta circunstancia es la principal crítica de este tipo de modelos.

Es obvio que se puede mantener una correspondencia perfecta entre la ETTI estimada y los parámetros del BDT si recalibramos el modelo cada segundo o cada vez que el precio de un bono varía ligeramente. No obstante, esta secuencia de recalibraciones implica costes para los gestores, costes que en determinadas circunstancias pueden ser innecesarios. Dependiendo del tipo de activos a valorar con el BDT y el objetivo de dicha valoración, podemos tolerar una ligera pérdida de precisión. Nuestro estudio intenta discriminar entre los movimientos de la ETTI que implican una pérdida de precisión tolerable de aquellos que requieren de una nueva calibración de los parámetros del modelo BDT.

Este análisis se podría enfocar mediante un problema de simulación, pero preferimos examinar formas iniciales reales de la ETTI y movimientos factibles de los tipos de interés respecto de éstas. Así, calibramos el modelo BDT a partir de la estimación diaria de la ETTI con datos del mercado español de deuda del Estado durante dos periodos muestrales distintos. Este mercado ha sido objeto de muy pocos trabajos empíricos con modelos consistentes con la ETTI. Implementamos la versión del BDT con volatilidad dependiente del plazo, frente a la práctica más usual en los trabajos empíricos realizados con este modelo que consiste en suponer la volatilidad constante. De esta forma, se introducen estimaciones de la volatilidad histórica para cada plazo para lograr una mayor precisión en la valoración.

Para cada día de nuestra muestra ($D+0$) estimamos la ETTI y calibramos el modelo BDT. A partir de los parámetros del BDT valoramos bonos teóricos, cupón cero y con cupón periódico y con plazos comprendidos entre uno y diez años, a lo largo de los siete días hábiles siguientes al de calibración. Para cada uno de esos siete días (desde $D+1$ hasta $D+7$), la nueva ETTI observada se introduce en el modelo BDT, pero no se recalibran los parámetros (siguen siendo los correspondientes a $D+0$). Calculamos los precios de los bonos teóricos a partir de la ETTI del día y sus precios a partir del modelo BDT sin recalibrar. A partir de estos precios, obtenemos un conjunto de errores en TIR, los cuales analizamos en función del número de sesiones transcurridas desde la calibración, el tipo y amplitud del movimientos de los tipos de interés entre ambas fechas y de las características del bono, plazo y cuantía del cupón.

Las diferencias observadas entre los dos periodos muestrales analizados nos llevan a contrastar la sensibilidad de los errores a cambios en los tres factores

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

determinantes de la forma de la ETTI –esto es, nivel, pendiente y curvatura– durante el periodo en el que el modelo permanece sin recalibrar.

Con todo lo anterior, nuestra principal aportación consiste en analizar, en primer lugar, los errores originados por la utilización del modelo en la valoración de bonos en sesiones posteriores a su calibración y, por otra parte, los factores que influyen en la cuantía y evolución de los mismos. De esta forma, pretendemos determinar la frecuencia o el tipo de movimiento de la ETTI para los cuales es posible mantener la calibración inicial del modelo.

Obtenemos evidencia de que el uso del modelo BDT sin recalibrar es aceptable durante periodos más dilatados de tiempo cuanto menor es el nivel y la pendiente de la ETTI inicial, y mayor es su curvatura y la volatilidad histórica, especialmente para bonos con plazo hasta el vencimiento medio o largo, así como cuando los movimientos de los tipos de interés con respecto al momento de la calibración conducen a un aplanamiento de la ETTI. Movimientos en curvatura respecto de la ETTI inicial suelen tener un mayor impacto en los errores en TIR que los movimientos en nivel y pendiente, siendo estos errores menos adversos para los bonos de mayor plazo.

Este trabajo se organiza como sigue. En el primer apartado analizamos el modelo BDT y la forma en la que lo implementamos. El apartado segundo comienza con la descripción de la muestra de datos y del procedimiento utilizado en la estimación de los errores de valoración. A continuación analizamos el comportamiento de los errores de valoración y los factores que los determinan. Finalmente, destacamos las principales conclusiones.

1. El modelo de Black, Derman y Toy (1990)

El modelo BDT (1990) parte de tres hipótesis básicas: el tipo de interés a corto anualizado es la única variable que determina los precios de todos los activos; los tantos de rendimiento de todos los bonos están perfectamente correlacionados, dado que se considera que es un único factor el que determina la dinámica de los mismos; el tipo a corto se distribuye como una lognormal en cualquier momento del tiempo; estamos en un mundo neutral al riesgo; no existen impuestos ni costes de transacción en el mercado. Los *inputs* del modelo son la curva de tipos cupón cero, o ETTI, y la estructura temporal de volatilidades de estos activos cupón cero.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

La implementación del modelo BDT se realiza a partir de la construcción de un árbol binomial para el tipo de interés a corto que sea consistente con la estructura temporal de los tipos de interés y con la estructura temporal de volatilidades. Para construir el árbol de forma eficiente, se sigue el proceso de inducción *forward* desarrollado por Jamshidian (1991) que muestra que el nivel del tipo de interés en el momento t viene dado por la expresión

$$r(t) = U(t) \exp(\sigma(t)z(t)) \quad (1)$$

donde $U(t)$ es la mediana de la distribución lognormal de r en el momento t , $\sigma(t)$ se define como la volatilidad del tipo a corto y $z(t)$ representa el movimiento browniano geométrico, es decir, es la parte de la ecuación que define el movimiento estocástico del tipo de interés.

Para ajustar el modelo a las curvas de interés y de volatilidad, lo que es igual, para calibrar el modelo, habrá que determinar $U(t)$ y $\sigma(t)$, los parámetros del modelo, para cada intervalo del árbol binomial. Así, el valor del tipo de interés en cada nodo del árbol binomial se determina a partir de la expresión que rige la dinámica del tipo de interés a corto

$$r_{i,j} = U(i) \exp(\sigma(i)j\sqrt{\Delta t}) \quad (2)$$

donde $r_{i,j}$ es el tipo de interés correspondiente al nodo (i, j) .

Las probabilidades de que se produzca un movimiento al alza o a la baja asociadas a cada nodo son las probabilidades neutrales al riesgo y son iguales a 0,5. Con el fin de determinar las funciones $U(i)$ y $\sigma(i)$ se utilizan los precios de estado. $Q_{i,j}$ es el precio de estado para el momento i y el estado j , y representa el valor, en el momento actual o momento 0, de un activo que paga 1 unidad monetaria si se alcanza el nodo (i, j) y 0 en cualquier otro caso. Por definición $Q_{0,0} = 1$. A partir de los precios de estado se puede valorar cualquier activo financiero.

En concreto, se puede expresar el precio en el momento 0 de un bono emitido al descuento, libre de riesgo de insolvencia y de liquidez, con valor nominal igual a una unidad monetaria y con vencimiento en $(i + 1)\Delta t$ en función de los precios de estado de la forma siguiente

$$P(i + 1) = \sum_j Q_{i+1,j} \quad (3)$$

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

Por otro lado, el factor de descuento asociado al nodo (i, j) , $d(i, j)$ representa el valor en el momento del tiempo i de una unidad monetaria con vencimiento en el momento $i + 1$ si se da el estado de la naturaleza j

$$d_{i,j} = \frac{1}{1 + r_{i,j} \Delta t} \quad (4)$$

El procedimiento de inducción *forward* consiste en acumular los precios de estado a la vez que avanzamos por el árbol. Este proceso y la valoración neutral al riesgo permiten determinar el árbol de precios de estado. En concreto, la expresión del precio de un activo puro en el momento i y estado j se obtiene a partir de los valores conocidos para el momento $i-1$ basándose en la expresión

$$Q_{i,j} = 0,5Q_{i-1,j-1}d_{i-1,j-1} + 0,5Q_{i-1,j+1}d_{i-1,j+1} \quad (5)$$

En el momento 0 nos encontramos en condiciones de certeza, es decir, conocemos el tipo de interés vigente para los distintos vencimientos. Conociendo $r_{0,0}$, el siguiente paso consiste en extender el árbol un periodo. Si sustituimos las expresiones (2), (4) y (5) en la (3) obtenemos la expresión siguiente para el precio de los bonos,

$$P(i+1) = \sum_j Q_{i,j} d_{i,j} = \sum_j Q_{i,j} \frac{1}{1 + r_{i,j} \Delta t} = \sum_j Q_{i,j} \frac{1}{1 + U(i) \exp(\sigma(i) j \sqrt{\Delta t}) \Delta t} \quad (6)$$

Los parámetros $U(i)$ y $\sigma(i)$ deben estimarse de forma simultánea. Para ello es necesario construir dos árboles de precios de estado, cada uno de los cuales permitirá determinar los valores de $P_U(i)$ y $P_D(i)$, que representan una subida (U) o bajada (D) en el precio del bono respecto al periodo anterior, motivadas por un descenso o incremento en el tipo de interés. $R_U(i)$ y $R_D(i)$ son los correspondientes tantos de rendimiento para cada uno de los bonos, calculados como tantos de interés efectivos compuestos continuos, según la siguiente ecuación

$$R(i) = -\frac{1}{i} \ln P(i) \quad (8)$$

Así, para que el árbol del tipo de interés se construya de forma que se ajuste perfectamente a la estructura temporal de tipos de interés inicial y la estructura de volatilidades, $P_U(i)$ y $P_D(i)$ deben ser consistentes con los valores conocidos de $P(i)$ y $\sigma_R(i)$, donde $\sigma_R(i)$ es la volatilidad de los tasas internas de rentabilidad de los bonos.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

La relación entre la función conocida, $P(i)$, y las funciones que hay que determinar $P_U(i)$ y $P_D(i)$ viene dada por la ecuación de valoración libre de arbitraje, que incorpora las probabilidades neutrales al riesgo

$$\frac{1}{1+r_{0,0}\Delta t}[0.5P_U(i)+0.5P_D(i)]=P(i) \quad i=2,\dots,N \quad (8)$$

Por tratarse de un modelo lognormal, las volatilidades de los tantos de rendimiento deben satisfacer la siguiente relación

$$\sigma_R(i)\sqrt{\Delta t}=\frac{1}{2}\ln\frac{\ln P_U(i)}{\ln P_D(i)} \quad (9)$$

Despejando $P_D(i)$ de la expresión anterior

$$P_D(i)=P_U(i)\exp(-2\sigma_R(i)\sqrt{\Delta t}) \quad (10)$$

y sustituyendo (9) en la ecuación (8) obtenemos la relación que permitirá determinar las funciones de descuento, la cual presenta la forma siguiente

$$P_U(i)+P_U(i)\exp(-2\sigma_R(i)\sqrt{\Delta t})=2P(i)(1+r_{0,0}\Delta t) \quad (11)$$

Una vez que conocemos el conjunto de variables y relaciones que permiten calibrar e implementar el modelo, será necesario seguir una serie de etapas con este fin. Primero calculamos los valores para $P_U(i)$ y $P_D(i)$ a partir de las expresiones (10) y (11). En segundo lugar, construimos los árboles de precios de estado. A continuación, utilizando los factores de descuento (4), determinamos de forma simultánea los valores de los parámetros que nos sirven para calibrar el modelo. Por último, construimos el árbol para el tipo de interés a partir de los parámetros estimados, pudiendo calcular los valores de los factores de descuento (2) y (4).

2. Metodología

2.1. Implementación del modelo BDT

La aplicación del modelo BDT requiere de la estimación previa de la curva cupón cero, o ETTI, observada en el mercado. En este trabajo seguimos el procedimiento de selección de datos y de estimación de la ETTI elaborado por Díaz (2003) a partir de datos suministrados por la Central de Anotaciones del Banco de España. En concreto, la base de datos proporciona las cifras agregadas de negociación durante el día de todas las operaciones de compraventa simple al contado con cada

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

activo de deuda del Estado en el mercado de deuda pública anotada. La estimación se realiza a partir de una adaptación de la metodología de Vasicek y Fong (1982) al mercado español.

A partir de estas estimaciones de la ETTI, aplicamos la metodología BDT sobre la muestra diaria compuesta por 503 sesiones, 249 correspondientes a 1998 (desde el 02/01/1998 hasta el 31/12/1998) y 254 a 2001 (desde el 02/01/2001 hasta el 28/12/2001). En la construcción del árbol del tipo de interés consideramos intervalos de amplitud mensual⁵, es decir, $\Delta t = 1$ mes, por lo que la ETTI está formada por los tipos de interés mensuales desde uno hasta ciento veinte meses.

La implementación de la versión del modelo BDT con volatilidad dependiente del plazo exige la estimación de las volatilidades de los tipos de interés correspondientes a cada plazo⁶. Estas volatilidades se han calculado como las desviaciones típicas de los tipos de interés al contado. Para ello se determinan las volatilidades diarias a partir de una media móvil de las últimas sesenta observaciones de los tipos de interés para el plazo correspondiente. Estas volatilidades diarias se transforman en mensuales a partir de siguiente relación

$$\sigma_{mensual} = \sigma_{diaria} \sqrt{\text{días} / \text{mes}} \quad (12)$$

El modelo se ha desarrollado en una hoja de cálculo con los cuatro árboles binomiales necesarios (R , Q_U , Q_D y Q) y, mediante un programa en Visual Basic para Aplicaciones, se obtienen los valores óptimos de los parámetros, $U(i)$ y $\sigma(i)$, respetando las restricciones que surgen de las relaciones analizadas en el apartado anterior. Las estimaciones de la ETTI proporcionan los tipos de interés al contado hasta el plazo de 10 años y la amplitud de los intervalos Δt es mensual, por lo que para cada estimación de los parámetros del modelo BDT se han construido cuatro árboles de 121 nodos ((10 años*12 meses)+1).

El modelo se calibra para cada una de las estimaciones diarias de la estructura temporal de tipos de interés. Disponemos, por tanto, de 503 calibraciones del modelo, una para cada estimación de la ETTI.

⁵ En la literatura es habitual utilizar esta amplitud mensual. Así, por ejemplo, Skinner y Díaz (2003) la utilizan en una aproximación binomial para valorar activos derivados de crédito, que requiere de una calibración inicial de los tipos de interés libres de riesgo de insolvencia y de una calibración posterior del diferencial de insolvencia.

⁶ La práctica más usual en los trabajos empíricos realizados con este modelo es suponer volatilidad constante. En cambio, en este trabajo se ha optado por calcular un valor diferente de volatilidad para cada uno de los plazos. De esta forma pretendemos lograr una mayor precisión en la valoración.

2.2. Estimación de los errores de valoración

Por construcción, el modelo calibrado es consistente con la ETTI y con la estructura temporal de volatilidades. Ello implica que el modelo replica con total exactitud la ETTI utilizada como *input*. Sin embargo, con el paso del tiempo se producirán movimientos en los tipos de interés que hacen que la nueva ETTI difiera de la ETTI de partida. La consecuencia inmediata que se deriva de esto es que el modelo BDT ya no se ajusta con total exactitud a los tipos de interés de la nueva ETTI, puesto que los parámetros están calibrados respecto de la ETTI inicial.

Lo que nos cuestionamos en primer lugar es con qué frecuencia sería necesario recalibrar el modelo para que éste valore los activos financieros con una precisión aceptable, si bien es cierto que, conforme varía la ETTI, la valoración de los activos derivados de los tipos de interés pierde precisión. Por tanto, tratamos de cuantificar la pérdida de exactitud en la valoración al transcurrir el tiempo.

Los errores de valoración en precios se obtienen como diferencia entre el precio de un bono teórico, calculado a partir de la estructura temporal observada, y su precio determinado a partir del modelo BDT calibrado en una fecha anterior.

Como bonos teóricos utilizamos bonos cupón cero y bonos con cupón periódico del 4,75% anual,⁷ ambos libres de riesgo de insolvencia y de liquidez, con vencimientos comprendidos entre uno y diez años. De esta forma, trabajamos con veinte bonos teóricos distintos.

Por tanto, el procedimiento seguido en la obtención de los errores de valoración consiste en calibrar el modelo BDT, obteniendo los valores de los parámetros $U(i)$ y $\sigma(i)$ que hacen consistente el modelo con la ETTI estimada para una fecha determinada. Manteniendo constantes esos parámetros $U(i)$ y $\sigma(i)$, se sustituye el tipo de interés instantáneo por el de la sesión siguiente,⁸ con lo que se obtienen nuevos precios de estado. Con dichos precios de estado obtenemos el precio de los bonos en esa nueva fecha y también su TIR. De la comparación de la TIR que se deduce de la ETTI observada correspondiente con la TIR de cada bono según el BDT, obtenemos los errores de valoración para los veinte bonos considerados.

⁷ Se ha escogido como valor del cupón el 4,75% por tratarse de la cuantía media de cupón pagado por los bonos españoles en los años que se analizan (1998 y 2001).

⁸ Dada la inestabilidad de los tipos de interés a muy corto plazo, utilizamos el tipo de interés a un mes como tipo instantáneo.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

$$error_{jdt} = y_{jdt} - y_{jdt}^{BDT} \quad (13)$$

donde $error_{jdt}$ es el error en TIR expresado en puntos básicos (p.b.) cometido al aplicar el modelo BDT d días después de la fecha de calibración t para valorar el bono j ; y_{jdt} es la TIR real del bono j en la fecha $t+d$; e y_{jdt}^{BDT} es la TIR del bono según el modelo BDT.

Estos cálculos se repiten con los tipos de interés instantáneos de las siete sesiones consecutivas a la de calibración y para los veinte tipos de bonos considerados. El procedimiento descrito se aplica para cada una de las 503 estimaciones de la ETTI. De esta forma nuestra muestra de datos está compuesta por 70.420 errores en TIR.⁹

2.3. Análisis de los resultados

La tabla 1 muestra la evolución del valor promedio de los errores de valoración en TIR durante los años 1998 (panel superior) y 2001 (panel inferior), a lo largo de los siete días posteriores a la calibración del modelo BDT. Los estadísticos para los bonos cupón cero aparecen en el panel izquierdo, y para los bonos con cupón periódico, en el panel derecho. La evolución de los valores medios es similar para ambos tipos de bonos, aunque existen ligeras diferencias que merece la pena destacar.

La figura 1 representa el panel izquierdo de la tabla 1, que hace referencia a los bonos cupón cero. En promedio, los errores cometidos en 1998 son negativos y decrecientes tanto con el número de días como con el vencimiento. Para los bonos cupón cero con vencimiento en un año, los errores en TIR se reducen de $-0,56$ puntos básicos (p.b.) un día después de la calibración a $-3,73$ p.b. cuando han transcurrido siete días. En el caso de bonos con plazo de diez años, el promedio varía desde $-0,84$ hasta $-5,01$ puntos básicos.

Si atendemos ahora al año 2001, observamos una evolución del error promedio muy diferente. Los errores son negativos a la hora de valorar bonos cupón cero con vencimientos a corto y medio plazo, hasta seis años, incrementándose tanto con los días transcurridos como con el vencimiento (es decir, haciéndose cada vez menos negativos y más cercanos a cero). Para vencimientos comprendidos entre siete y diez años, el error promedio es positivo, y se incrementa con el vencimiento y los días transcurridos desde la calibración. Esto es, el error promedio en TIR para bonos a los que les resta un (diez) año(s) hasta el vencimiento es de $-0,38$ p.b. ($0,03$ p.b.) un día después de la fecha de

⁹ Calibramos el modelo para 503 días, por lo que tenemos 503 calibraciones x 7 días x 2 cuantías del cupón x 10 plazos hasta el vencimiento = 70.420 datos.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

calibración y $-2,40$ p.b. ($0,29$ p.b.) cuando han transcurrido siete días. En promedio, los errores cometidos para los bonos que pagan cupón son ligeramente inferiores que para los bonos cupón cero. Esta diferencia se incrementa en los bonos con mayor plazo hasta vencimiento.

La tabla 2 muestra las desviaciones típicas de los errores en TIR. En general, podemos observar que la variabilidad de los errores es mayor para 2001 que para 1998, excepto para los bonos de mayor plazo. En las tablas 3-10 y figuras 2-5 presentamos la distribución en percentiles de los errores en TIR para los vencimientos de uno, tres, cinco y diez años, tanto para los bonos cupón cero como para los bonos que pagan cupón anual del 4,75%. Las columnas muestran los estadísticos de los errores en función del número de sesiones que han transcurrido desde la calibración del modelo (desde 1 día hasta 7 días).

Para los bonos con cupón de plazo igual al año (tablas 3 y 7; figuras 2.1-2.2) observamos cómo el 95% de los errores, cuando ha transcurrido un día tras la calibración, no superan los 10 p.b. en ninguna de las dos muestras. Los errores de no calibrar el BDT se incrementan conforme valoramos en días sucesivos, pero lo hacen en mayor cuantía en 2001, de manera que a los siete días los errores se mueven entre $8,09$ y $-18,14$ p.b. en 1998, y entre $22,09$ y $-23,95$ p.b. en 2001.

Conforme se incrementa el vencimiento de los bonos, mayores son los errores cometidos en 1998, aunque sucede lo contrario en 2001. Así, para los bonos de mayor plazo, esto es, diez años (tablas 6 y 10; figuras 5.1-5.2), los errores cometidos con el modelo BDT varían entre $11,97$ y $-22,19$ p.b. en 1998, y $15,49$ y $-15,33$ p.b. en 2001, siete días después de la fecha de calibración.

Respecto al análisis de la distribución en percentiles, hay que destacar que, en general, los errores cometidos en 1998 son predominantemente negativos, y su dispersión respecto del valor promedio es mayor que en 2001. Esta variabilidad aumenta con el plazo hasta el vencimiento, situación opuesta a la que se observa en 2001, periodo en el que además los errores promedio son negativos para los plazos cortos y positivos para los largos.

Basándonos en el análisis previo, para evaluar si el modelo BDT sin recalibrar valora con un nivel de precisión aceptable, es preciso fijar un límite de error permitido. Dicho umbral dependerá del propósito con el que se utilice el modelo (valoración o cobertura) y del tipo de activo que estemos valorando. En nuestro caso se trata de bonos, pero el modelo BDT, perteneciente al grupo de modelos denominados

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

consistentes con la estructura temporal de los tipos de interés, se utiliza fundamentalmente para valorar derivados de renta fija, por lo que el mejor criterio para establecer límites en los errores que se pueden cometer al valorar es el del gestor que utiliza el modelo.

Si, por ejemplo, consideramos como aceptable un error máximo de +/-10 p.b. en la TIR del bono, llegaríamos a la conclusión de que es posible valorar con el modelo hasta dos días después de su calibración. Esto es así porque en ningún caso los errores superan este umbral el día después de la calibración, y los errores se sitúan en torno a dicho límite dos días después de la calibración.

2.4. Análisis de los factores explicativos

A partir del análisis descriptivo anterior, observamos cómo la evolución de los errores de valoración en TIR es diferente según consideremos uno u otro periodo dentro de nuestra muestra (1998 ó 2001). En esta sección analizamos los principales factores que explican estas diferencias y la sensibilidad de los errores a los cambios en dichos factores.

Proponemos un modelo que trata de explicar los errores de valoración originados por la aplicación del modelo BDT en una fecha posterior a la de calibración, cuando se han producido variaciones en la ETTI. Se trata de movimientos reales, ya que basamos nuestro análisis en la curva cupón cero observada durante los siete días siguientes a la fecha de calibración. Consideramos para nuestro análisis los tres componentes que, según la literatura, definen la ETTI: nivel, pendiente y curvatura. Así, la hipótesis de partida es que el grado de variación de los factores es de diferente intensidad durante los dos periodos muestrales considerados, con lo que explicaríamos los distintos resultados obtenidos para los años 1998 y 2001.

Además de las variaciones producidas en las variables nivel, pendiente y curvatura de la ETTI, consideramos dichas variables en niveles, junto con la volatilidad histórica de los tipos de interés en la fecha de calibración y el plazo hasta el vencimiento del bono.

De esta forma, la variable dependiente, $error_{jdt}$, recoge el error en TIR expresado en puntos básicos (p.b.) cometido al aplicar el modelo BDT d días después de la fecha de calibración t para valorar el bono j . En concreto, calculamos $error_{jdt}$ como la TIR real del bono j en $t+d$ menos la TIR del bono calculada a partir del BDT en $t+d$, pero

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

calibrado en t . El resultado aparece multiplicado por 10.000 para expresar la diferencia en puntos básicos.

En cuanto a las variables explicativas, $Volatilidad_t$ es la desviación típica asociada a los tipos de interés a un mes en la fecha de calibración. $Nivel_t$ viene dado por el tipo de interés correspondiente al plazo de un año en la sesión de calibración t . $Pendiente_t$ se determina como diferencia entre el tipo de interés al contado a tres años menos el tipo de interés a tres meses. $Curvatura_t$ se obtiene como diferencia entre el tipo de interés a dos años menos el promedio de la suma de los tipos de interés a uno y tres años. Todas las variables explicativas aparecen expresadas en tantos por uno.¹⁰

Diferencias en nivel, $\Delta nivel_{dt}$, representa la variación del nivel de los tipos de interés a un año, y se calcula como la diferencia entre el tipo de interés del día de la calibración respecto al tipo de interés de la sesión que estemos considerando, es decir, la sesión d días posterior a la de calibración correspondiente al error que tratamos de explicar. Las variaciones $\Delta pendiente_{dt}$ y $\Delta curvatura_{dt}$ han sido calculadas siguiendo el mismo criterio.

Adicionalmente, incluimos el plazo hasta el vencimiento en años del bono j como variable explicativa mediante variables ficticias ($d2_j, d3_j, \dots, d10_j$). De esta forma, $d2_j$ toma valor 1 cuando el bono j tiene un plazo hasta la amortización de dos años, y cero en otro caso.

La tabla 11 presenta el valor medio y la desviación típica de los errores y de las variables que se considera determinan dichos errores. Dichos estadísticos se han calculado para el total de la muestra, así como para los periodos muestrales de 1998 y 2001.

El error medio en TIR es de $-1,5$ p.b., lo que indica que el BDT sin recalibrar tiende a ofrecer TIR mayores a las reales y, por tanto, a infravalorar el precio de los bonos. Este hecho se produce con mayor intensidad en 1998. Para analizar las implicaciones de esta ligera infravaloración, podemos buscar su conexión con la gestión de carteras. En la cobertura de carteras de renta fija basadas en el concepto de *duración*, los gestores asumen errores negativos en los precios ante una variación de los tipos de

¹⁰ Así, por ejemplo, si la TIR de un bono según el BDT es del 3,10%, su TIR real del 3,05% y el tipo de interés al contado para el plazo de un año es del 3,5%, tendríamos $error_{j,dt} = -5$ y $nivel_t = 0,035$.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

interés, sea cual sea su signo, de forma que los precios de acuerdo con la *duración* son siempre menores a los reales. Los gestores están adoptando una actitud prudente.¹¹

Siguiendo este argumento, la infraestimación en precios observada en nuestras estimaciones se puede considerar menos preocupante que una sobrevaloración. Un error negativo implica que la TIR real es menor que la TIR según el BDT sin recalibrar, de donde el precio real del bono es mayor que el precio que se obtiene a partir del modelo BDT.

La forma de la ETTI predominante en la muestra es ligeramente creciente y convexa respecto al origen, como así indican el valor promedio de la pendiente (10,47 p.b.) y curvatura (-2,52 p.b.). En el año 1998 es más plana que en 2001. Además, el valor medio de las diferencias en nivel, pendiente y curvatura denota que los movimientos de las ETTI en 1998 son prácticamente paralelos, y más pronunciados los correspondientes a 2001. La tabla 12 muestra la evolución, a lo largo de las siete sesiones posteriores a la calibración, y para los años 1998 y 2001, de las variaciones promedio para las variables que suponemos determinan la ETTI.

Con todo lo anterior, el modelo general propuesto es el siguiente:

$$\begin{aligned} error_{jdt} = & \beta_0 + \beta_1 \cdot volatilidad_t + \beta_2 \cdot nivel_t + \beta_3 \cdot pendiente_t + \beta_4 \cdot curvatura_t \\ & + \beta_4 \cdot \Delta nivel_{dt} + \beta_5 \cdot \Delta pendiente_{dt} + \beta_6 \cdot \Delta curvatura_{dt} + \beta_7 \cdot d2_j + \beta_8 \cdot d3_j + \beta_9 \cdot d4_j + \\ & + \beta_{10} \cdot d5_j + \beta_{11} \cdot d6_j + \beta_{12} \cdot d7_j + \beta_{13} \cdot d8_j + \beta_{14} \cdot d9_j + \beta_{15} \cdot d10_j + \varepsilon_{jdt} \end{aligned} \quad (14)$$

Al mismo tiempo, proponemos un modelo alternativo que difiere del anterior únicamente en que las variables aparecen expresadas en valor absoluto. Con ellos pretendemos analizar la incidencia de los factores explicativos en la cuantía del error con independencia de su signo.

$$\begin{aligned} |error_{jdt}| = & \beta_0 + \beta_1 \cdot volatilidad_t + \beta_2 \cdot nivel_t + \beta_3 \cdot pendiente_t + \beta_4 \cdot curvatura_t \\ & + \beta_4 |\Delta nivel_{dt}| + \beta_5 |\Delta pendiente_{dt}| + \beta_6 |\Delta curvatura_{dt}| + \beta_7 \cdot d2_j + \beta_8 \cdot d3_j + \beta_9 \cdot d4_j + \\ & + \beta_{10} \cdot d5_j + \beta_{11} \cdot d6_j + \beta_{12} \cdot d7_j + \beta_{13} \cdot d8_j + \beta_{14} \cdot d9_j + \beta_{15} \cdot d10_j + \varepsilon_{jdt} \end{aligned} \quad (15)$$

La tabla 13 muestra el resultado de la estimación por mínimos cuadrados ordinarios del modelo general y el modelo alternativo para toda la muestra (70.420

¹¹ La duración, o *duration*, es una herramienta frecuentemente utilizada en la cobertura de carteras de renta fija. Esta medida asume una relación lineal entre los movimientos en los tipos de interés y los cambios que éstos generan en los precios de los bonos. Así, cuando se produce una variación en los tipos de interés, los gestores están soportando un error al utilizar la duración para predecir el cambio en los precios de los bonos, de forma que estos precios son siempre menores a los reales. Ante un incremento (descenso) en los tipos de interés, la caída (aumento) en los precios es mayor (menor) que la que realmente ocurre. La predicción de la duración es prudente en ambos casos.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

observaciones). Asimismo, en la tabla 14 aparece el resultado de la aplicación del modelo general restringiendo el tamaño muestral en función del plazo hasta el vencimiento de los bonos, por lo que el número de observaciones para cada estimación se reduce a 7.042. En estos casos, el modelo se estima sin las variables artificiales correspondientes al plazo.

El modelo general planteado explica aproximadamente el 64% de los errores en TIR (panel izquierdo de la tabla 13), frente al modelo alternativo, cuyo poder explicativo se reduce al 35%. Prácticamente todos los coeficientes estimados son significativamente distintos de cero, salvo $\Delta curvatura$ y la variable ficticia correspondiente al plazo de dos años. Estos resultados denotan el elevado poder explicativo del modelo.

Los coeficientes estimados asociados a la *Volatilidad* presentan signo negativo en ambos modelos, lo que sugiere que cuanto mayor es la volatilidad histórica, menores son los errores en TIR. También son significativos los coeficientes asociados a las variables, *Nivel*, *Pendiente* y *Curvatura*, que recogen la forma inicial de la ETTI. De esta forma, los *inputs* del modelo BDT en el momento de calibración, la volatilidad y la forma inicial de la ETTI influyen en el signo y cuantía de los errores de valoración en los que se incurre al utilizar el BDT sin recalibrar. Estos errores se pueden reducir utilizando un valor para la volatilidad más elevado en la calibración inicial.

Los coeficientes asociados a $\Delta nivel_{dt}$ y $\Delta pendiente_{dt}$ son también significativos estadísticamente, y muestran que, por cada punto básico de incremento en el nivel o la pendiente, entre el momento de la calibración y el momento en el que el BDT se utiliza para valorar, el error en TIR aumentará 0,70 p.b. (generado por $\Delta nivel_{dt}$) o 0,25 p.b. (motivado por $\Delta pendiente_{dt}$). Por su parte, los coeficientes estimados para las variables ficticias correspondientes al vencimiento de los bonos sugieren que los errores en TIR se incrementan ligeramente con la fecha de amortización de los bonos.

Los resultados obtenidos para el modelo alternativo (tabla 13; panel derecho) indican que los errores en TIR expresados en valor absoluto son menores cuanto mayores son el nivel y la volatilidad que se utilizan como entradas del modelo. Por el contrario, cuando la ETTI inicial presenta una mayor curvatura y sus movimientos son de mayor magnitud, mayores son los errores.

La tabla 14 muestra los parámetros estimados para diez submuestras en función del plazo hasta el vencimiento de los bonos. El valor del coeficiente de determinación

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

ajustado varía desde el 99% para bonos con plazo igual a un año hasta el 43% para los bonos a diez años.¹² La figura 6 representa la evolución de los parámetros estimados; en la parte superior aparecen los parámetros correspondientes a las variables que describen la situación en el momento de la calibración. El efecto sobre los errores en TIR es mayor para los bonos que vencen a medio y a largo plazo, siendo la pendiente y la curvatura las variables que tienen un mayor impacto sobre los errores cometidos. Una volatilidad inicial más elevada genera errores en TIR negativos y, consecuentemente, una infravaloración de los bonos. Esta infravaloración es menos perjudicial en lo referente a la gestión de carteras de renta fija que una sobrevaloración. Así, el modelo BDT sin recalibrar podría ser mantenido durante un periodo más dilatado cuando la ETTI inicial presenta un menor nivel y pendiente, junto con valores elevados para la curvatura y la volatilidad histórica, especialmente para bonos a medio y largo plazo.

El panel inferior de la figura 6 ilustra las variables que describen movimientos de la ETTI respecto de su forma inicial. La relación entre el plazo hasta vencimiento y los incrementos en nivel y pendiente es prácticamente lineal, mientras que tiene forma de joroba en el caso de las variaciones en curvatura. Los coeficientes estimados son positivos salvo el correspondiente a la variable $\Delta curvatura_{dt}$ para bonos que vencen a medio y largo plazo. Así, incrementos en nivel, pendiente y curvatura producen errores en TIR positivos, que son los errores que más preocupan a los gestores de carteras, ya que implican una sobrevaloración de los precios de los bonos, especialmente de aquellos que vencen en el corto plazo. Pero son los incrementos en la curvatura los que tienen mayor efecto sobre los errores en TIR, aunque son de signo negativo en los bonos que tienen un mayor plazo hasta la amortización.

Visto lo anterior, llegamos a la conclusión de que las diferencias observadas en función del periodo muestral (1998 ó 2001) en los errores en TIR se pueden explicar por las diferencias en la forma de la ETTI inicial y los movimientos de distinta intensidad que tienen lugar entre la fecha de calibración del modelo BDT y el momento en que BDT se utiliza para valorar.

¹² El tipo de interés de referencia para calcular el nivel, la pendiente y la curvatura es el tipo a corto. Esto podría afectar a la evolución del coeficiente de determinación ajustado.

3. Conclusiones

El objetivo de este trabajo consiste en analizar los factores de los que depende la frecuencia óptima de recalibración del modelo de Black, Derman y Toy (1990), es decir, el tiempo que se puede mantener el modelo sin recalibrar sin que ello genere errores de valoración significativos. Para ello contrastamos los factores que determinan la cuantía de los errores de valoración en TIR y, por tanto, la estabilidad de la calibración inicial.

En este sentido, implementamos el modelo a datos españoles durante los periodos muestrales 1998 y 2001. Con los parámetros resultantes de la calibración, aplicamos el modelo para valorar bonos con distinto cupón y plazo durante las siete sesiones siguientes a la de calibración, generando errores de valoración en TIR. El resultado obtenido varía ligeramente en función del periodo muestral y del plazo hasta el vencimiento del bono. Así, proponemos un modelo con la finalidad de analizar los factores de los que depende la estabilidad de las calibraciones.

Observamos cómo la conveniencia de implementar el modelo BDT sin recalibrar cuando se han producido movimientos en los tipos de interés desde la fecha de calibración depende principalmente de los cambios que se hayan producido en el nivel, la pendiente y la curvatura de la ETTI. También influyen la forma inicial de la ETTI y la volatilidad introducidas como *inputs* del modelo, además del plazo hasta la amortización de los activos que estemos valorando. El modelo que hemos propuesto permite determinar la conveniencia de recalibrar el modelo BDT, ante una variación de los tipos de interés, en función de la forma inicial de la ETTI y de la magnitud y el tipo de movimiento de ésta.

Las conclusiones que podemos destacar son que la frecuencia de recalibración del modelo BDT aplicado a la gestión de carteras puede reducirse cuando la ETTI inicial presenta valores bajos para el nivel y la pendiente, y altos para la curvatura y la volatilidad histórica. Es más, el modelo BDT sin recalibrar se puede utilizar durante un periodo más largo en el caso en que los movimientos en los tipos de interés que se hayan producido a partir del momento de la calibración hagan más plana la ETTI. Por su parte, los movimientos producidos en la curvatura de la ETTI suelen producir el mayor impacto en los errores en TIR, aunque dicho efecto es menos adverso en bonos que vencen a largo plazo.

4. Bibliografía

- Backus, D., S. Foresi y S. Zin (1998), “Arbitrage Opportunities in Arbitrage-Free Models of Bond Pricing”, *Journal of Business and Economic Statistics*, vol. 16, enero.
- Bali, T. (1999), “Implementation of the BDT Model with different volatility estimators: applications to eurodollar futures options”, *Journal of Fixed Income*, vol. 8: 4.
- Black F., E. Derman y W. Toy –BDT– (1990), “A one-factor model of interest rates and its application to Treasury bond options”, *Financial Analyst Journal*, enero-febrero.
- Black, F. y P. Karasinski (1991), “Bond and option pricing when short-term rates are lognormal”, *Financial Analysts Journal*, julio/agosto: 52-59.
- Benninga, S. y Z. Wiener (1998), “Binomial Term Structure Models”, *Mathematica in Education and Research*, vol. 7, nº 3.
- Boyle, P., K. S. Tan, y W. Tian (2001), “Calibrating the Black-Derman-Toy model: some theoretical results”, *Applied Mathematical Finance*, vol. 8: 27-48.
- Bühler, W., M. Uhrig-Homburg, U. Walter y T. Weber (1999), “An empirical comparison of Forward-Rate and Spot-Rate Models for valuing interest-rate options”, *The Journal of Finance*, vol. 54, nº1, febrero.
- Buetow, G.W.Jr., B. Hanke y F. J. Fabozzi (2001), “Impact of different interest rate models on bond value measures”, *The Journal of Fixed Income*, diciembre.
- Clelow, L. y C. Strickland (2000), *Implementing Derivatives Models*, John Wiley & Sons.
- Cox, J., J. Ingersoll y S. Ross (1985), “A theory of the term structure of interest rates”, *Econometrica*, 53: 385-407.
- De La Grandville, O. (2001), *Bond pricing and portfolio analysis (protecting investors in the long run)*, The Mit Press.
- Díaz, A. (2003), www.uclm.es/areas/aef/webettis.htm.
- F. Navas, J. (1999), “Consistent versus non-consistent term structure models: Some evidence from the Spanish Market”, *The Journal of Fixed Income*, diciembre.
- Fabozzi, F. J. (2002), *Interest Rate, Term Structure and Valuation Modeling*, John Wiley and Sons.
- Ferguson, R. y S. Raymar (1998), “A comparative analysis of several popular term structure estimation models”, *The Journal of Fixed Income*, vol 7, nº 4, marzo: 17-33.

**EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL
MERCADO ESPAÑOL**

- Heath, D., R. Jarrow y A. Morton (1992), “Bond pricing and the term structure of interest rates”, *Econometrica*, 60: 225-262.
- Ho, T. S. Y. y S.-B. Lee. (1986), “Term structure movements and pricing interest rate contingent claims”. *The Journal of Finance*, diciembre.
- Hull, J. C. (1997), *Options, futures and other derivatives*, Prentice Hall.
- Hull, J. y A. White (1990), “Pricing interest rate derivative securities”, *Review of Financial Studies*, 3: 573-592.
- Jackson, M. y M. Staunton (2001), *Advanced Modelling in Finance using Excel and VBA*, John Wiley and Sons.
- Jamshidian, F. (1991), “Forward induction and construction of Yield Curve Diffusion Models”, *Journal of Fixed Income*, 1.
- Jarrow R. A. y S. M. Turnbull (2000), *Derivative Securities*, South-Western College Publishing.
- Jegadeesh, N. y B. Tuckman (2000), *Advanced Fixed-Income Valuation Tools*, John Wiley and Sons.
- Moraleda, J. M. y A. Pelsser (2000), “Forward versus Spot Interest Rate Models of the Term Structure: an empirical comparison”, *Journal of Derivatives*, vol. 7.
- Skinner, F. y A. Díaz (2003), “An Empirical Study of Credit Default Swaps”, *Journal of Fixed Income*, junio, vol. 13, nº 1.
- Vasicek, O. A. (1977), “An Equilibrium Characterization of the Term Structure”, *Journal of Financial Economics*, 5: 177-188.
- Vasicek, O.A. y H.G. Fong (1982), “Term structure modelling using exponential splines”, *The Journal of Finance*, 37: 339-348.
- Yan, H. (2001), “ Dynamic models of the term structure”, *AIMR*, vol. 57, nº 4, julio / agosto.

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

TABLA 1

MEDIAS DE LOS ERRORES EN TIR EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE DÍAS TRANSCURRIDOS DESDE LA CALIBRACIÓN Y DEL PLAZO HASTA EL VENCIMIENTO DEL BONO

Error en TIR es la diferencia entre la TIR real del bono j en la fecha $t+d$ menos la TIR del bono según el modelo BDT d días después a la fecha de calibración t , todo ello multiplicado por 10.000 para expresar la diferencia en puntos básicos.

Plazo	Bonos cupón cero							Bonos con cupón anual del 4,75%						
	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	t+6	t+7	t+1	t+2	t+3	t+4	T+5	t+6	t+7
	- Año 1998:													
1	-0,56	-1,08	-1,63	-2,14	-2,69	-3,21	-3,73	-0,56	-1,08	-1,63	-2,14	-2,69	-3,21	-3,73
2	-0,59	-1,16	-1,71	-2,26	-2,85	-3,39	-3,93	-0,59	-1,16	-1,71	-2,26	-2,84	-3,39	-3,92
3	-0,65	-1,27	-1,85	-2,44	-3,06	-3,63	-4,20	-0,65	-1,26	-1,84	-2,43	-3,05	-3,62	-4,18
4	-0,70	-1,35	-1,97	-2,58	-3,23	-3,82	-4,41	-0,69	-1,34	-1,95	-2,57	-3,21	-3,80	-4,38
5	-0,74	-1,42	-2,07	-2,70	-3,36	-3,97	-4,58	-0,73	-1,40	-2,05	-2,68	-3,33	-3,94	-4,54
6	-0,77	-1,47	-2,15	-2,80	-3,47	-4,09	-4,71	-0,76	-1,45	-2,12	-2,76	-3,43	-4,05	-4,66
7	-0,80	-1,51	-2,22	-2,88	-3,56	-4,19	-4,82	-0,78	-1,49	-2,18	-2,83	-3,51	-4,13	-4,75
8	-0,82	-1,55	-2,27	-2,94	-3,62	-4,26	-4,90	-0,80	-1,52	-2,22	-2,89	-3,56	-4,19	-4,82
9	-0,83	-1,57	-2,31	-2,99	-3,68	-4,32	-4,96	-0,81	-1,54	-2,26	-2,93	-3,61	-4,24	-4,88
10	-0,84	-1,59	-2,34	-3,02	-3,71	-4,36	-5,01	-0,82	-1,55	-2,28	-2,95	-3,64	-4,27	-4,91
	- Año 2001:													
1	-0,38	-0,74	-1,09	-1,41	-1,73	-2,07	-2,40	-0,38	-0,74	-1,09	-1,41	-1,73	-2,07	-2,40
2	-0,32	-0,57	-0,83	-1,05	-1,29	-1,54	-1,80	-0,32	-0,58	-0,83	-1,06	-1,31	-1,56	-1,81
3	-0,24	-0,42	-0,60	-0,76	-0,94	-1,12	-1,30	-0,25	-0,43	-0,62	-0,78	-0,96	-1,14	-1,33
4	-0,17	-0,28	-0,40	-0,50	-0,62	-0,74	-0,86	-0,18	-0,30	-0,43	-0,53	-0,66	-0,79	-0,92
5	-0,10	-0,16	-0,23	-0,27	-0,34	-0,41	-0,48	-0,11	-0,19	-0,26	-0,32	-0,40	-0,48	-0,56
6	-0,05	-0,06	-0,08	-0,08	-0,11	-0,14	-0,16	-0,06	-0,09	-0,13	-0,15	-0,19	-0,23	-0,27
7	-0,01	0,02	0,03	0,06	0,06	0,07	0,07	-0,03	-0,02	-0,03	-0,01	-0,03	-0,04	-0,05
8	0,02	0,07	0,11	0,16	0,18	0,20	0,22	0,00	0,02	0,04	0,08	0,08	0,08	0,08
9	0,03	0,09	0,14	0,21	0,23	0,26	0,29	0,01	0,05	0,08	0,12	0,13	0,14	0,15
10	0,03	0,10	0,15	0,20	0,23	0,26	0,29	0,01	0,05	0,09	0,12	0,13	0,15	0,16

**EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL
MERCADO ESPAÑOL**

TABLA 2

DESVIACIONES TÍPICAS DE LOS ERRORES EN TIR EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE DÍAS TRANSCURRIDOS DESDE LA CALIBRACIÓN Y DEL PLAZO HASTA EL VENCIMIENTO DEL BONO

Error en TIR es la diferencia entre la TIR real del bono j en la fecha $t+d$ menos la TIR del bono según el modelo BDT d días después a la fecha de calibración t , todo ello multiplicado por 10.000 para expresar la diferencia en puntos básicos.

Plazo	Bonos cupón cero							Bonos con cupón anual del 4,75%						
	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	t+6	t+7	t+1	t+2	t+3	t+4	T+5	t+6	t+7
	- Año 1998:													
1	5,22	5,97	6,48	6,90	7,67	8,37	8,84	5,22	5,97	6,48	6,90	7,67	8,37	8,84
2	4,93	5,72	6,55	7,23	7,63	8,62	8,92	4,90	5,69	6,52	7,19	7,60	8,59	8,89
3	5,08	5,98	6,79	7,52	7,79	8,81	9,07	5,03	5,92	6,73	7,45	7,74	8,75	9,01
4	5,05	6,16	6,94	7,68	8,04	8,98	9,28	5,00	6,08	6,87	7,60	7,95	8,89	9,19
5	5,03	6,32	7,13	7,90	8,40	9,28	9,62	4,97	6,22	7,03	7,79	8,26	9,15	9,48
6	5,04	6,48	7,36	8,19	8,80	9,65	10,02	4,97	6,35	7,21	8,02	8,60	9,46	9,81
7	5,06	6,61	7,60	8,48	9,18	10,03	10,42	4,97	6,46	7,40	8,25	8,92	9,76	10,13
8	5,08	6,73	7,83	8,75	9,52	10,38	10,78	4,98	6,54	7,58	8,46	9,19	10,03	10,41
9	5,14	6,86	8,09	8,99	9,82	10,69	11,10	5,01	6,62	7,77	8,65	9,41	10,27	10,64
10	5,36	7,07	8,41	9,25	10,14	11,02	11,42	5,14	6,75	7,99	8,82	9,64	10,49	10,86
	- Año 2001:													
1	5,01	6,58	8,59	9,94	11,42	12,43	13,58	5,01	6,58	8,59	9,94	11,42	12,43	13,58
2	4,64	6,68	8,47	9,92	11,18	12,27	13,28	4,62	6,66	8,45	9,90	11,17	12,26	13,27
3	4,45	6,49	8,14	9,47	10,62	11,64	12,58	4,43	6,47	8,13	9,47	10,63	11,65	12,59
4	4,16	6,21	7,77	9,01	10,10	11,05	11,92	4,15	6,20	7,77	9,03	10,12	11,08	11,96
5	3,96	6,02	7,52	8,70	9,73	10,63	11,45	3,96	6,01	7,52	8,72	9,76	10,66	11,50
6	3,85	5,90	7,37	8,50	9,49	10,35	11,13	3,83	5,88	7,36	8,51	9,51	10,37	11,16
7	3,74	5,78	7,24	8,34	9,30	10,13	10,89	3,72	5,75	7,22	8,33	9,30	10,13	10,90
8	3,58	5,59	7,06	8,15	9,10	9,91	10,67	3,55	5,56	7,03	8,13	9,09	9,90	10,67
9	3,43	5,39	6,85	7,95	8,91	9,71	10,48	3,39	5,36	6,82	7,92	8,88	9,68	10,45
10	3,42	5,28	6,71	7,82	8,81	9,62	10,36	3,32	5,21	6,65	7,74	8,72	9,52	10,28

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

TABLA 3
DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO UN AÑO 1998

	BONO CON CUPÓN 1 AÑO 1998							BONO CUPÓN CERO 1 AÑO 1998						
	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días
Media	-0,55	-1,22	-1,86	-2,40	-3,00	-3,60	-4,14	-0,55	-1,22	-1,86	-2,40	-3,00	-3,60	-4,14
Desv típica	4,61	5,58	6,20	6,67	7,21	8,04	8,41	4,61	5,58	6,20	6,67	7,21	8,04	8,41
Máximo	18,55	18,68	20,53	21,28	17,50	19,24	15,41	18,55	18,68	20,53	21,28	17,50	19,24	15,41
Min	-19,30	-28,67	-25,60	-25,32	-26,24	-30,28	-34,44	-19,30	-28,67	-25,60	-25,32	-26,24	-30,28	-34,44
Perc 95	6,50	6,46	7,03	6,44	7,19	8,72	8,09	6,50	6,46	7,03	6,44	7,19	8,72	8,09
perc 75	1,93	1,97	2,07	1,43	1,35	1,19	1,12	1,93	1,97	2,07	1,43	1,35	1,19	1,12
perc 50	-0,23	-1,33	-1,26	-2,09	-2,27	-2,25	-3,22	-0,23	-1,33	-1,26	-2,09	-2,27	-2,25	-3,22
perc 25	-2,99	-4,16	-5,42	-5,75	-6,62	-8,16	-9,02	-2,99	-4,16	-5,42	-5,75	-6,62	-8,16	-9,02
perc 5	-8,12	-8,74	-12,02	-14,47	-15,05	-18,08	-18,14	-8,12	-8,74	-12,02	-14,47	-15,05	-18,08	-18,14

TABLA 4
DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO TRES AÑOS 1998

	BONO CON CUPÓN 3 AÑOS 1998							BONO CUPÓN CERO 3 AÑOS 1998						
	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días
Media	-0,64	-1,29	-1,96	-2,60	-3,18	-3,80	-4,37	-0,64	-1,29	-1,97	-2,60	-3,19	-3,80	-4,38
Desv típica	4,78	5,79	6,57	7,33	7,70	8,70	8,94	4,83	5,84	6,63	7,39	7,76	8,76	9,00
Máximo	15,99	18,85	23,45	22,67	19,94	26,19	15,07	16,62	19,49	24,25	23,54	20,84	27,33	15,92
Min	-15,26	-20,80	-21,92	-27,72	-27,11	-30,85	-29,64	-15,32	-21,03	-22,03	-27,66	-27,50	-31,09	-29,86
Perc 95	5,53	7,59	7,56	8,55	8,54	8,82	9,35	5,52	7,62	7,45	8,58	8,65	9,41	9,39
perc 75	2,14	2,46	2,13	2,11	1,50	1,91	1,76	2,16	2,52	2,10	2,14	1,48	1,95	1,73
perc 50	-0,70	-1,46	-1,87	-2,30	-2,12	-2,80	-3,37	-0,71	-1,46	-1,87	-2,35	-2,16	-2,84	-3,32
perc 25	-3,09	-4,86	-5,71	-6,75	-7,85	-9,32	-10,70	-3,13	-4,89	-5,79	-6,79	-7,98	-9,37	-10,78
perc 5	-8,90	-10,88	-14,11	-15,15	-16,53	-17,88	-19,77	-8,81	-10,79	-14,15	-15,23	-16,33	-17,92	-20,23

TABLA 5
DISTRIBUCION EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO CINCO AÑOS 1998

	BONO CON CUPÓN 5 AÑOS 1998							BONO CUPÓN CERO 5 AÑOS 1998						
	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días
Media	-0,72	-1,39	-2,11	-2,77	-3,40	-4,03	-4,66	-0,73	-1,40	-2,13	-2,79	-3,42	-4,06	-4,69
Desv típica	4,77	6,06	6,98	7,75	8,35	9,18	9,48	4,82	6,16	7,09	7,87	8,49	9,32	9,62
Máximo	19,25	30,52	35,21	34,18	33,87	41,24	30,96	19,87	31,81	36,60	35,59	35,49	43,08	32,69
Min	-15,91	-23,38	-22,97	-25,87	-32,25	-33,08	-33,59	-16,18	-23,71	-23,12	-26,28	-32,92	-33,71	-34,18
Perc 95	5,65	7,04	7,78	8,41	8,92	9,97	9,23	5,68	7,45	7,91	8,82	9,14	9,96	9,24
perc 75	2,20	1,79	1,90	1,62	0,99	1,26	1,12	2,22	1,79	1,91	1,67	0,89	1,28	0,94
perc 50	-0,65	-1,51	-1,77	-2,42	-2,97	-3,61	-4,04	-0,65	-1,49	-1,76	-2,50	-3,09	-3,65	-3,79
perc 25	-3,18	-4,72	-5,76	-7,13	-8,16	-9,56	-10,22	-3,17	-4,92	-5,91	-7,20	-8,08	-9,70	-10,36
perc 5	-8,51	-10,67	-14,55	-15,21	-15,98	-18,99	-20,12	-8,60	-10,72	-14,61	-15,41	-16,24	-19,30	-20,53

TABLA 6
DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO DIEZ AÑOS 1998

	BONO CON CUPÓN 10 AÑOS 1998							BONO CUPÓN CERO 10 AÑOS 1998						
	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días
Media	-0,79	-1,49	-2,18	-2,84	-3,50	-4,16	-4,77	-0,81	-1,52	-2,21	-2,87	-3,54	-4,21	-4,82
Desv típica	4,89	6,69	7,89	8,80	9,66	10,53	10,94	5,04	6,96	8,25	9,20	10,12	11,02	11,47
Máximo	22,37	40,95	44,11	42,02	44,05	50,48	43,70	24,29	43,14	46,13	43,88	46,29	52,69	46,35
Min	-20,01	-26,45	-28,31	-31,88	-38,30	-38,07	-38,39	-22,58	-28,31	-30,72	-33,34	-39,66	-39,25	-39,52
Perc 95	5,94	7,23	9,84	10,06	11,04	11,36	11,97	5,91	7,55	10,26	10,57	11,06	11,46	11,70
perc 75	1,88	1,48	1,40	1,48	0,50	0,38	0,03	1,76	1,48	1,40	1,52	0,72	0,72	0,07
perc 50	-0,80	-1,28	-1,93	-2,96	-3,13	-3,53	-3,95	-0,78	-1,26	-1,78	-2,59	-3,25	-3,73	-4,16
perc 25	-3,18	-4,72	-6,07	-6,55	-8,27	-9,40	-11,03	-3,31	-4,74	-6,21	-6,58	-8,58	-9,82	-10,81
perc 5	-8,23	-11,24	-15,20	-17,34	-18,39	-20,82	-22,19	-8,45	-11,52	-15,62	-17,54	-19,62	-21,59	-22,80

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

TABLA 7
DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO UN AÑO 2001

	BONO CON CUPÓN 1 AÑO 2001							BONO CUPÓN CERO 1 AÑO 2001						
	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días
Media	-0,37	-0,78	-1,18	-1,54	-1,89	-2,26	-2,61	-0,37	-0,78	-1,18	-1,54	-1,89	-2,26	-2,61
Desv típica	5,04	6,63	8,67	10,02	11,51	12,54	13,70	5,04	6,63	8,67	10,02	11,51	12,54	13,70
Máximo	21,63	20,21	27,06	30,97	39,21	43,31	44,51	21,63	20,21	27,06	30,97	39,21	43,31	44,51
Min	-14,63	-16,78	-22,44	-24,67	-37,55	-36,28	-45,36	-14,63	-16,78	-22,44	-24,67	-37,55	-36,28	-45,36
Perc 95	8,09	10,10	13,37	16,99	19,07	19,75	22,09	8,09	10,10	13,37	16,99	19,07	19,75	22,09
perc 75	2,40	3,21	3,59	4,20	4,70	4,48	3,50	2,40	3,21	3,59	4,20	4,70	4,48	3,50
perc 50	-0,61	-1,13	-1,57	-2,61	-2,73	-2,91	-3,24	-0,61	-1,13	-1,57	-2,61	-2,73	-2,91	-3,24
perc 25	-3,34	-4,78	-6,37	-7,18	-8,65	-10,23	-11,23	-3,34	-4,78	-6,37	-7,18	-8,65	-10,23	-11,23
perc 5	-8,52	-11,32	-15,17	-17,01	-21,16	-20,14	-23,95	-8,52	-11,32	-15,17	-17,01	-21,16	-20,14	-23,95

TABLA 8
DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO TRES AÑOS 2001

	BONO CON CUPÓN 3 AÑOS 2001							BONO CUPÓN CERO 3 AÑOS 2001						
	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días
Media	-0,24	-0,48	-0,72	-0,93	-1,13	-1,34	-1,55	-0,23	-0,47	-0,71	-0,91	-1,11	-1,31	-1,52
Desv típica	4,44	6,52	8,19	9,53	10,70	11,74	12,67	4,46	6,54	8,20	9,53	10,69	11,73	12,65
Máximo	16,46	19,03	26,13	29,83	34,21	39,24	43,36	16,31	19,06	26,01	29,75	34,28	39,11	43,43
Min	-13,31	-21,62	-25,40	-26,37	-30,15	-35,11	-33,25	-13,52	-21,90	-25,40	-26,35	-29,86	-35,09	-33,12
Perc 95	7,54	11,52	14,18	14,81	18,11	18,69	19,92	7,66	11,44	14,19	14,82	18,06	18,73	19,98
perc 75	2,10	2,88	4,01	4,39	5,55	5,26	5,26	2,11	2,99	4,07	4,36	5,51	5,31	5,29
perc 50	-0,39	-1,11	-1,73	-1,50	-2,14	-2,63	-3,19	-0,56	-1,06	-1,61	-1,58	-2,18	-2,48	-3,23
perc 25	-3,26	-4,86	-6,05	-7,47	-8,45	-8,80	-9,74	-3,33	-4,86	-6,03	-7,51	-8,46	-8,79	-9,81
perc 5	-6,45	-9,50	-12,53	-14,84	-15,92	-18,69	-20,26	-6,42	-9,53	-12,54	-14,93	-16,00	-18,65	-20,18

TABLA 9
DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO CINCO AÑOS 2001

	BONO CON CUPÓN 5 AÑOS 2001							BONO CUPÓN CERO 5 AÑOS 2001						
	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días
Media	-0,13	-0,28	-0,42	-0,53	-0,63	-0,74	-0,85	-0,12	-0,26	-0,38	-0,48	-0,58	-0,68	-0,78
Desv típica	3,95	6,03	7,54	8,72	9,76	10,66	11,49	3,95	6,03	7,53	8,70	9,73	10,62	11,44
Máximo	14,35	19,91	22,94	26,02	31,04	35,15	40,19	14,11	20,02	23,06	26,48	30,85	35,05	40,01
Min	-10,50	-16,63	-17,23	-18,76	-19,48	-25,62	-24,50	-10,39	-16,40	-16,59	-18,15	-18,94	-24,86	-23,74
Perc 95	6,54	11,29	12,71	14,42	17,23	17,13	19,68	6,51	11,27	12,62	14,28	17,21	16,82	19,56
perc 75	2,03	2,82	4,01	4,68	4,98	5,52	6,54	2,09	2,83	4,08	4,85	5,11	5,79	6,80
perc 50	-0,60	-0,40	-0,86	-0,81	-1,35	-1,10	-1,58	-0,53	-0,58	-0,88	-0,90	-1,28	-1,00	-1,53
perc 25	-2,96	-4,48	-5,64	-7,12	-7,97	-8,45	-8,84	-2,92	-4,46	-5,58	-7,13	-8,00	-8,43	-8,94
perc 5	-5,56	-9,60	-11,24	-13,18	-14,74	-15,96	-18,67	-5,52	-9,71	-11,18	-13,24	-14,83	-15,92	-18,61

TABLA 10
DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO DIEZ AÑOS 2001

	BONO CON CUPÓN 10 AÑOS 2001							BONO CUPÓN CERO 10 AÑOS 2001						
	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días	1 día	2 días	3 días	4 días	5 días	6 días	7 días
Media	-0,03	-0,06	-0,08	-0,07	-0,04	0,00	0,02	-0,02	-0,02	-0,02	0,01	0,07	0,13	0,18
Desv típica	3,31	5,18	6,63	7,73	8,69	9,50	10,28	3,41	5,24	6,67	7,78	8,76	9,57	10,34
Máximo	14,22	18,92	20,05	24,24	26,67	30,44	32,84	16,02	20,98	19,45	24,08	26,22	29,84	31,81
Min	-8,35	-13,36	-15,41	-17,28	-19,15	-23,22	-24,60	-9,16	-14,13	-15,75	-18,05	-20,01	-24,14	-25,19
Perc 95	4,98	8,85	11,94	13,49	14,70	15,79	15,49	5,16	8,77	12,07	13,79	14,95	16,63	16,37
perc 75	1,91	3,24	3,97	4,65	5,58	5,99	7,40	1,89	3,08	3,90	4,69	5,35	6,28	7,82
perc 50	-0,21	-0,43	-0,52	-0,25	-0,58	-0,44	-0,66	-0,12	-0,30	-0,67	-0,19	-0,30	-0,71	-0,35
perc 25	-2,16	-3,41	-4,45	-5,49	-6,65	-7,03	-7,48	-2,18	-3,31	-4,29	-5,49	-6,59	-6,92	-6,99
perc 5	-5,17	-7,71	-9,75	-11,29	-12,34	-13,87	-15,33	-5,35	-7,74	-9,99	-11,41	-12,68	-13,93	-15,34

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

TABLA 11

DESCRIPCIÓN DE LA MUESTRA

Error en TIR es la diferencia entre la TIR real del bono j en la fecha $t+d$ menos la TIR del bono según el modelo BDT d días después de la fecha de calibración t , todo ello multiplicado por 10.000 para expresar la diferencia en puntos básicos.

El resto de variables se expresan en el análisis en tanto por uno, aunque en esta tabla aparecen multiplicadas por 100, por lo que están expresadas en tanto por ciento.

	Error en TIR	Volatilidad x100	Nivel x100	Pendiente x100	Curvatura x100	Δ Nivel x100	Δ Pend. x100	Δ Curvat. x100
Toda la muestra:								
Medía	-1,50	0,8722	3,9152	0,1047	-0,0252	-0,0194	0,0083	0,0003
Desv.típ.	8,51	0,4941	0,4643	0,2782	0,0260	0,0905	0,1605	0,0169
Observ.	70.420	70.420	70.420	70.420	70.420	70.420	70.420	70.420
Año 1998:								
Medía	-2,65	0,8450	3,8401	0,0530	-0,0300	-0,0230	0,0006	0,0000
Desv.típ.	8,06	0,4537	0,4126	0,2429	0,0290	0,0758	0,1494	0,0172
Observ.	34.860	34.860	34.860	34.860	34.860	34.860	34.860	34.860
Año 2001:								
Medía	-0,38	0,8989	3,9887	0,1554	-0,0205	-0,0158	0,0158	0,0007
Desv.típ.	8,78	0,5295	0,4991	0,3005	0,0218	0,1027	0,1703	0,0166
Observ.	35.560	35.560	35.560	35.560	35.560	35.560	35.560	35.560

TABLA 12

VARIACIONES MEDIAS EN LA FORMA DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS SEGÚN DÍAS TRANSCURRIDOS DESDE LA CALIBRACIÓN

Días desde calibración	t+1	t+2	t+3	t+4	t+5	t+6	t+7
Año 1998:							
Δ Nivel x100	-0,0060	-0,0117	-0,0176	-0,0232	-0,0289	-0,0343	-0,0395
Δ Pendiente x100	-0,0011	-0,0012	0,0006	0,0005	0,0009	0,0019	0,0026
Δ Curvatura x100	-0,0001	-0,0001	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
Año 2001:							
Δ Nivel x100	-0,0042	-0,0083	-0,0122	-0,0159	-0,0195	-0,0233	-0,0271
Δ Pendiente x100	0,0031	0,0075	0,0118	0,0160	0,0201	0,0242	0,0280
Δ Curvatura x100	0,0000	0,0003	0,0005	0,0007	0,0009	0,0011	0,0012

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

TABLA 13

ERRORES EN TIR EN FUNCIÓN DE LOS DETERMINANTES DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS Y DEL VENCIMIENTO DEL BONO

Modelo general (errores en TIR):

$$\begin{aligned} error_{jdt} = & \beta_0 + \beta_1 \cdot volatilidad_t + \beta_2 \cdot nivel_t + \beta_3 \cdot pendiente_t + \beta_4 \cdot curvatura_t \\ & + \beta_4 \cdot \Delta nivel_{dt} + \beta_5 \cdot \Delta pendiente_{dt} + \beta_6 \cdot \Delta curvatura_{dt} + \beta_7 \cdot d2_j + \beta_8 \cdot d3_j + \beta_9 \cdot d4_j + \\ & + \beta_{10} \cdot d5_j + \beta_{11} \cdot d6_j + \beta_{12} \cdot d7_j + \beta_{13} \cdot d8_j + \beta_{14} \cdot d9_j + \beta_{15} \cdot d10_j + \varepsilon_{jdt} \end{aligned} \quad (14)$$

Modelo alternativo (errores en TIR en valor absoluto):

$$\begin{aligned} |error_{jdt}| = & \beta_0 + \beta_1 \cdot volatilidad_t + \beta_2 \cdot nivel_t + \beta_3 \cdot pendiente_t + \beta_4 \cdot curvatura_t \\ & + \beta_4 |\Delta nivel_{dt}| + \beta_5 |\Delta pendiente_{dt}| + \beta_6 |\Delta curvatura_{dt}| + \beta_7 \cdot d2_j + \beta_8 \cdot d3_j + \beta_9 \cdot d4_j + \\ & + \beta_{10} \cdot d5_j + \beta_{11} \cdot d6_j + \beta_{12} \cdot d7_j + \beta_{13} \cdot d8_j + \beta_{14} \cdot d9_j + \beta_{15} \cdot d10_j + \varepsilon_{jdt} \end{aligned} \quad (15)$$

La variable $error_{jdt}$ está expresada en puntos básicos mientras que el resto de variables aparecen expresadas en tantos por uno. Así, por ejemplo, si la TIR de un bono según el BDT es del 3,10%, su TIR real del 3,05% y el tipo de interés al contado para el plazo de un año es del 3,5%, tendríamos $error_{jdt} = -5$ y $nivel_t = 0,035$.

La estimación se realiza utilizando la matriz de varianzas y covarianzas consistente con la heteroscedasticidad y autocorrelación propuesta por Newey-West. Estimación para toda la muestra (70.420 observaciones).

Variable	Modelo general		Modelo alternativo (variables en valor absoluto)	
	Coficiente	t-Student	Coficiente	t-Student
Constante	-4,66	(-9,60)	9,20	(22,18)
Volatilidad	-166,26	(-19,70)	-96,42	(-12,66)
Nivel	104,05	(10,59)	-136,92	(-16,01)
Pendiente	594,65	(31,88)	39,56	(2,07)
Curvatura	-3.141,82	(-17,16)	1.466,08	(8,33)
Δ Nivel	7.025,32	(232,80)	4.912,55	(102,01)
Δ Pendiente	2.546,70	(84,91)	267,22	(7,29)
Δ Curvatura	349,02	(1,14)	1.950,44	(5,94)
d2	0,11	(1,86)	0,10	(1,63)
d3	0,17	(2,69)	0,07	(1,06)
d4	0,23	(3,36)	-0,04	(-0,56)
d5	0,29	(3,92)	-0,10	(-1,47)
d6	0,34	(4,34)	-0,12	(-1,67)
d7	0,37	(4,44)	-0,13	(-1,87)
d8	0,39	(4,48)	-0,17	(-2,28)
d9	0,40	(4,34)	-0,18	(-2,39)
d10	0,38	(4,02)	-0,17	(-2,14)
R^2 Ajustado (%)	64,09		35,13	

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

TABLA 14

ERRORES EN TIR EN FUNCIÓN DE LOS DETERMINANTES DE LA ESTRUCTURA TEMPORAL DE LOS TIPOS DE INTERÉS PARA DISTINTAS MUESTRAS EN FUNCIÓN DEL PLAZO HASTA EL VENCIMIENTO DEL BONO PARA EL MODELO RESTRINGIDO

Modelo restringido (errores en TIR):

$$error_{jdt} = \beta_0 + \beta_1 \cdot volatilidad_t + \beta_2 \cdot nivel_t + \beta_3 \cdot pendiente_t + \beta_4 \cdot curvatura_t + \beta_4 \cdot \Delta nivel_{dt} + \beta_5 \cdot \Delta pendiente_{dt} + \beta_6 \cdot \Delta curvatura_{dt} + \varepsilon_{jdt} \quad (14)^*$$

La variable $error_{jdt}$ está expresada en puntos básicos mientras que el resto de variables aparecen expresadas en tantos por uno. Así por ejemplo si la TIR de un bono según el BDT es del 3,10%, su TIR real del 3,05% y el tipo de interés al contado para el plazo de un año es del 3,5%, tendríamos $error_{jdt} = -5$ y $nivel_t = 0,035$.

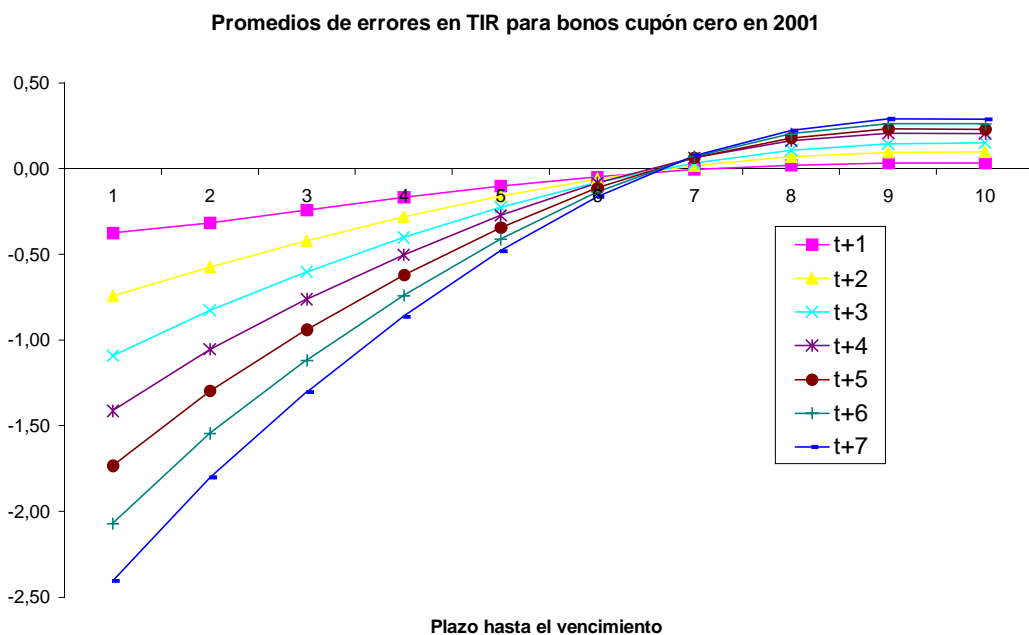
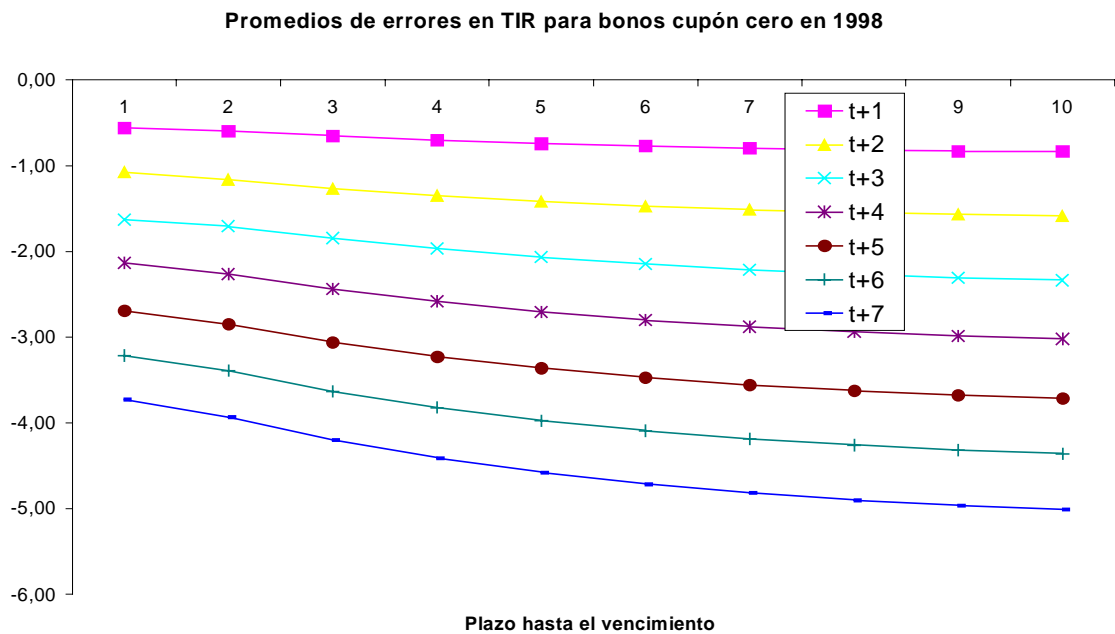
La estimación se realiza utilizando la matriz de varianzas y covarianzas consistente con la heterocedasticidad y autocorrelación propuesta por Newey-West. Estimación para distintas muestras en función del plazo hasta el vencimiento del bono (7.042 observaciones cada muestra).

Plazo	Constante	Volatilidad	Nivel	Pendiente	Curvatura	Δ Nivel	Δ Pend	Δ Curvat	R ² Aj. (%)
1	0,64 (3,03)	8,16 (1,80)	-14,73 (-3,45)	-34,25 (-4,85)	219,94 (2,89)	9.790,02 (825,99)	1.156,15 (82,55)	-4.272,50 (-38,15)	99,24
2	-3,12 (-7,18)	-0,07 (-0,01)	64,93 (7,45)	174,14 (11,24)	-1.386,46 (-8,00)	9.103,22 (393,73)	1.103,08 (39,70)	17.134,05 (71,57)	97,21
3	-5,09 (-6,15)	-42,37 (-3,01)	109,24 (6,49)	367,78 (11,62)	-2.420,19 (-7,29)	8.237,72 (179,25)	1.509,03 (30,13)	16.659,01 (34,18)	89,69
4	-5,98 (-5,30)	-92,58 (-4,87)	130,82 (5,70)	537,67 (12,32)	-3.264,17 (-7,48)	7.546,08 (122,08)	2.043,23 (30,50)	10.890,62 (16,50)	80,22
5	-6,28 (-4,69)	-143,82 (-6,31)	140,10 (5,16)	679,40 (12,92)	-3.902,91 (-7,68)	6.980,34 (94,42)	2.545,85 (31,09)	4.442,68 (5,53)	70,73
6	-6,16 (-4,10)	-193,21 (-7,50)	141,01 (4,64)	787,13 (13,19)	-4.310,27 (-7,56)	6.501,58 (77,82)	2.969,15 (32,36)	-1.339,61 (-1,48)	62,66
7	-5,72 (-3,47)	-239,51 (-8,45)	135,72 (4,08)	856,34 (13,52)	-4.468,92 (-7,33)	6.079,29 (67,40)	3.295,27 (32,65)	-6.019,59 (-6,05)	56,43
8	-5,02 (-2,89)	-282,09 (-9,26)	125,68 (3,59)	883,54 (13,75)	-4.369,39 (-6,94)	5.691,89 (60,75)	3.518,01 (33,51)	-9.460,87 (-9,18)	51,70
9	-4,12 (-2,34)	-320,81 (-10,03)	112,02 (3,16)	870,55 (13,15)	-4.028,95 (-6,28)	5.330,37 (54,91)	3.643,08 (34,06)	-11.698,84 (-11,08)	47,73
10	-3,06 (-1,68)	-356,31 (-10,79)	95,69 (2,60)	824,16 (11,75)	-3.486,90 (-5,24)	4.992,72 (48,82)	3.684,19 (33,31)	-12.844,75 (-11,90)	43,75

EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

FIGURA 1

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS ERRORES EN TIR PROMEDIOS EN FUNCIÓN DEL NÚMERO DE DÍAS TRANSCURRIDOS DESDE LA CALIBRACIÓN Y DEL PLAZO HASTA EL VENCIMIENTO DEL BONO PARA 1998 Y 2001



EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

FIGURA 2

DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO UN AÑO

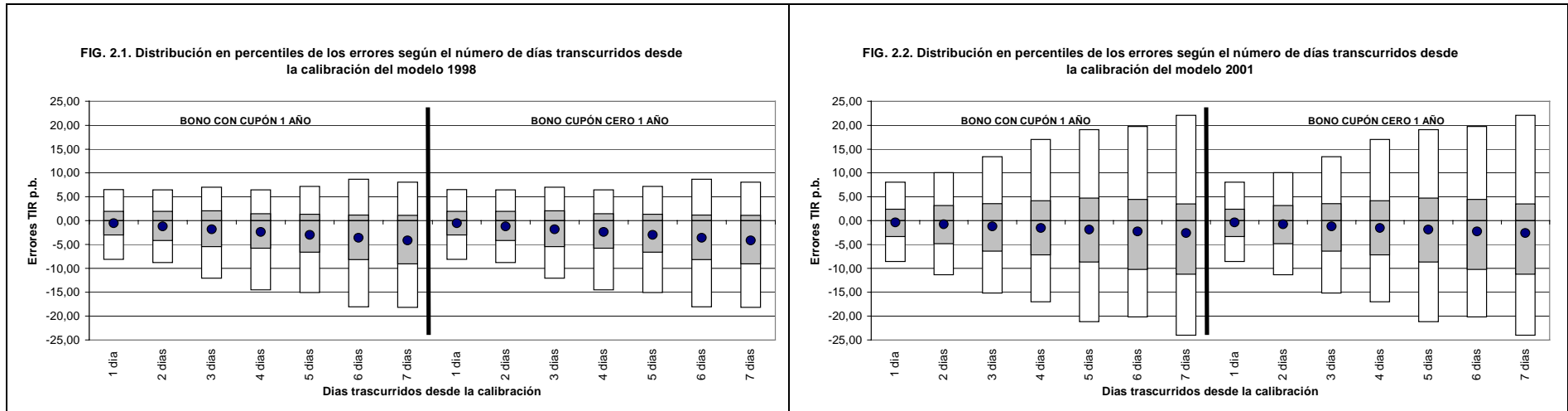
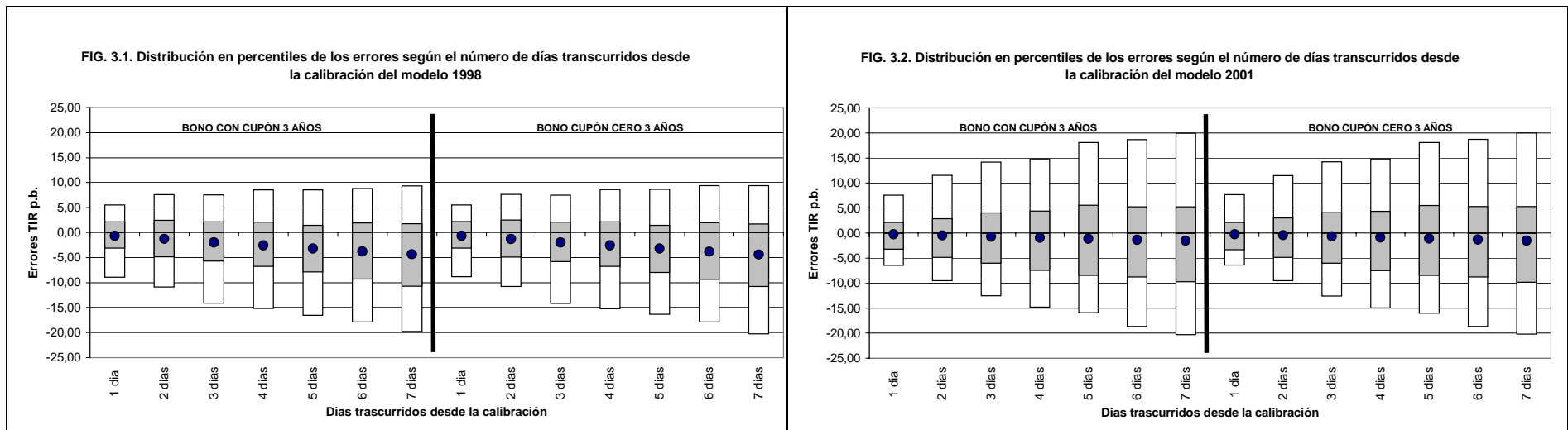


FIGURA 3

DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO TRES AÑOS



EL MODELO DE BLACK, DERMAN Y TOY EN LA PRÁCTICA. APLICACIÓN AL MERCADO ESPAÑOL

FIGURA 4

DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO CINCO AÑOS

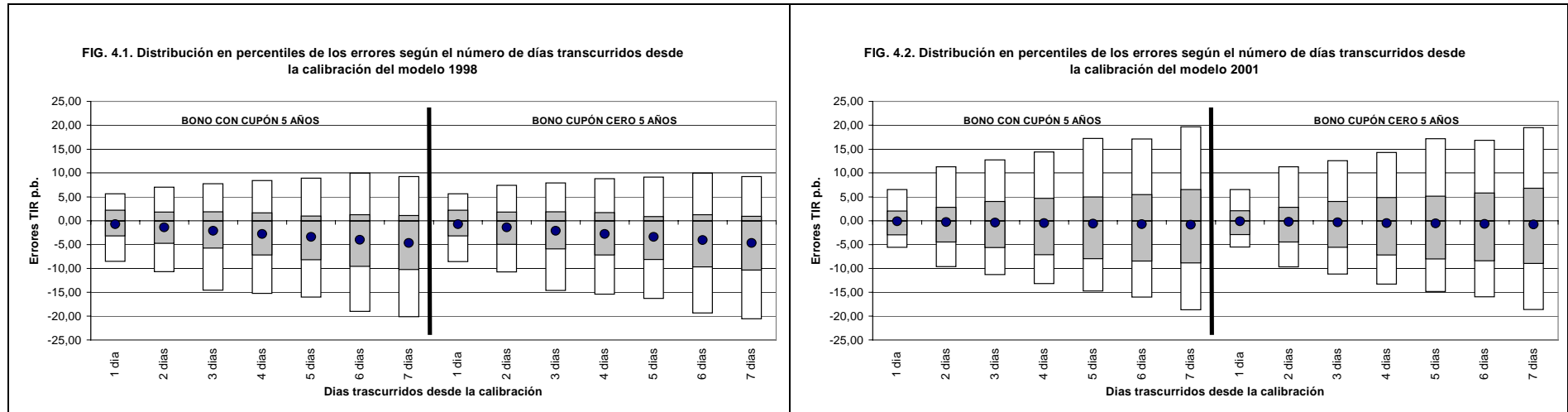


FIGURA 5

DISTRIBUCIÓN EN PERCENTILES DE LOS ERRORES DE VALORACIÓN EN TIR PARA BONOS CON VENCIMIENTO DIEZ AÑOS

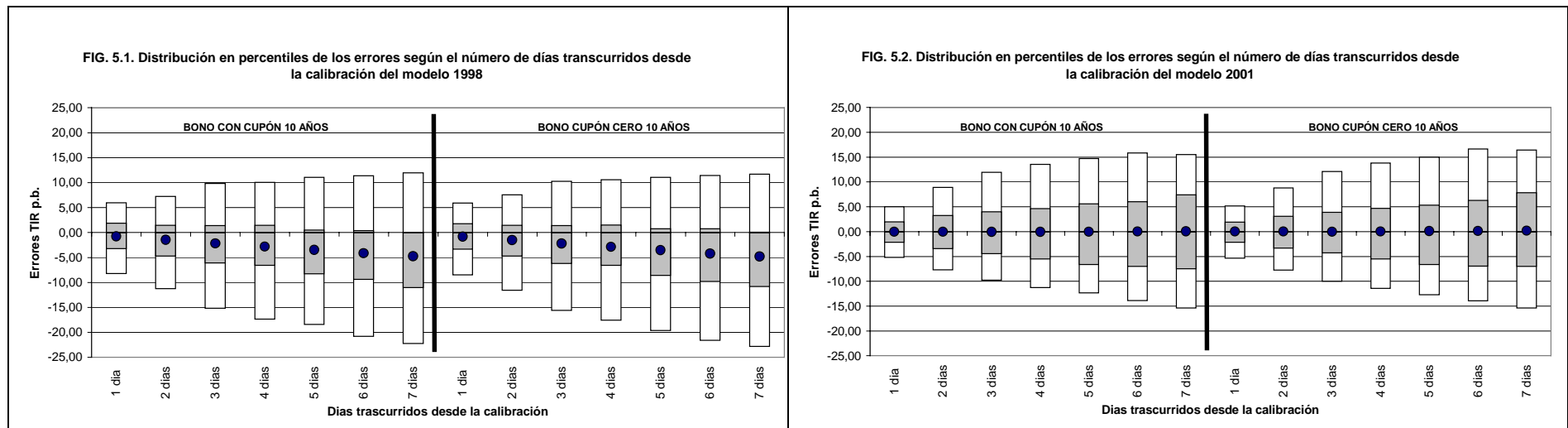
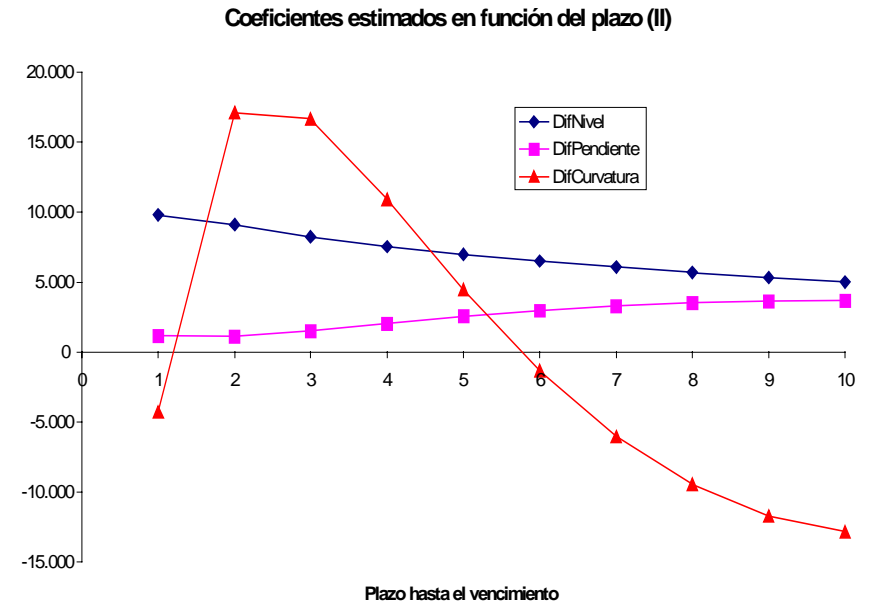
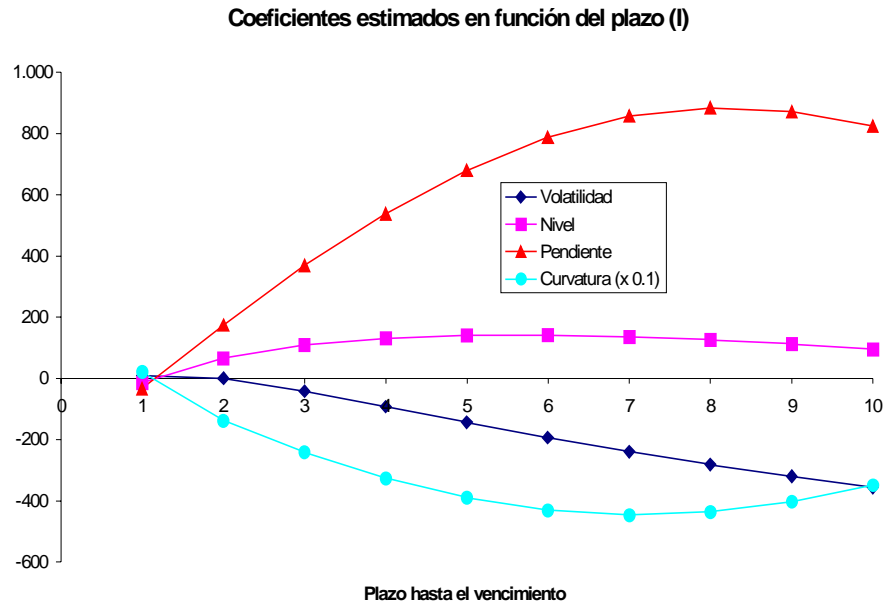


FIGURA 6
COEFICIENTES ESTIMADOS EN LAS REGRESIONES DEL MODELO RESTRINGIDO (14) QUE APARECEN EN LA TABLA 14



FUNDACIÓN DE LAS CAJAS DE AHORROS

DOCUMENTOS DE TRABAJO

Últimos números publicados

- 159/2000 Participación privada en la construcción y explotación de carreteras de peaje
Ginés de Rus, Manuel Romero y Lourdes Trujillo
- 160/2000 Errores y posibles soluciones en la aplicación del *Value at Risk*
Mariano González Sánchez
- 161/2000 Tax neutrality on saving assets. The spanish case before and after the tax reform
Cristina Ruza y de Paz-Curbera
- 162/2000 Private rates of return to human capital in Spain: new evidence
F. Barceinas, J. Oliver-Alonso, J.L. Raymond y J.L. Roig-Sabaté
- 163/2000 El control interno del riesgo. Una propuesta de sistema de límites
riesgo neutral
Mariano González Sánchez
- 164/2001 La evolución de las políticas de gasto de las Administraciones Públicas en los años 90
Alfonso Utrilla de la Hoz y Carmen Pérez Esparrells
- 165/2001 Bank cost efficiency and output specification
Emili Tortosa-Ausina
- 166/2001 Recent trends in Spanish income distribution: A robust picture of falling income inequality
Josep Oliver-Alonso, Xavier Ramos y José Luis Raymond-Bara
- 167/2001 Efectos redistributivos y sobre el bienestar social del tratamiento de las cargas familiares en
el nuevo IRPF
Nuria Badenes Plá, Julio López Laborda, Jorge Onrubia Fernández
- 168/2001 The Effects of Bank Debt on Financial Structure of Small and Medium Firms in some Euro-
pean Countries
Mónica Melle-Hernández
- 169/2001 La política de cohesión de la UE ampliada: la perspectiva de España
Ismael Sanz Labrador
- 170/2002 Riesgo de liquidez de Mercado
Mariano González Sánchez
- 171/2002 Los costes de administración para el afiliado en los sistemas de pensiones basados en cuen-
tas de capitalización individual: medida y comparación internacional.
José Enrique Devesa Carpio, Rosa Rodríguez Barrera, Carlos Vidal Meliá
- 172/2002 La encuesta continua de presupuestos familiares (1985-1996): descripción, representatividad
y propuestas de metodología para la explotación de la información de los ingresos y el gasto.
Llorenç Pou, Joaquín Alegre
- 173/2002 Modelos paramétricos y no paramétricos en problemas de concesión de tarjetas de credito.
Rosa Puertas, María Bonilla, Ignacio Olmeda

- 174/2002 Mercado único, comercio intra-industrial y costes de ajuste en las manufacturas españolas.
José Vicente Blanes Cristóbal
- 175/2003 La Administración tributaria en España. Un análisis de la gestión a través de los ingresos y de los gastos.
Juan de Dios Jiménez Aguilera, Pedro Enrique Barrilao González
- 176/2003 The Falling Share of Cash Payments in Spain.
Santiago Carbó Valverde, Rafael López del Paso, David B. Humphrey
Publicado en "Moneda y Crédito" n° 217, pags. 167-189.
- 177/2003 Effects of ATMs and Electronic Payments on Banking Costs: The Spanish Case.
Santiago Carbó Valverde, Rafael López del Paso, David B. Humphrey
- 178/2003 Factors explaining the interest margin in the banking sectors of the European Union.
Joaquín Maudos y Juan Fernández Guevara
- 179/2003 Los planes de stock options para directivos y consejeros y su valoración por el mercado de valores en España.
Mónica Melle Hernández
- 180/2003 Ownership and Performance in Europe and US Banking – A comparison of Commercial, Co-operative & Savings Banks.
Yener Altunbas, Santiago Carbó y Phil Molyneux
- 181/2003 The Euro effect on the integration of the European stock markets.
Mónica Melle Hernández
- 182/2004 In search of complementarity in the innovation strategy: international R&D and external knowledge acquisition.
Bruno Cassiman, Reinhilde Veugelers
- 183/2004 Fijación de precios en el sector público: una aplicación para el servicio municipal de suministro de agua.
M^a Ángeles García Valiñas
- 184/2004 Estimación de la economía sumergida en España: un modelo estructural de variables latentes.
Ángel Alañón Pardo, Miguel Gómez de Antonio
- 185/2004 Causas políticas y consecuencias sociales de la corrupción.
Joan Oriol Prats Cabrera
- 186/2004 Loan bankers' decisions and sensitivity to the audit report using the belief revision model.
Andrés Guiral Contreras and José A. Gonzalo Angulo
- 187/2004 El modelo de Black, Derman y Toy en la práctica. Aplicación al mercado español.
Marta Tolentino García-Abadillo y Antonio Díaz Pérez