

# PRODUCTIVIDAD Y SUS DETERMINANTES EN LA COMPETICIÓN DE LA UEFA CHAMPIONS LEAGUE

Manuel ESPITIA-ESCUER  
Lucía Isabel GARCÍA-CEBRIÁN

Universidad de Zaragoza

Ramón SALA-GARRIDO

Universidad de Valencia

## Resumen

Los resultados de la competición deportiva internacional de la UEFA Champions League son analizados en el presente trabajo bajo la óptica de la productividad de los equipos que en ella compiten. El análisis se extiende a lo largo de las temporadas 2014-2015 a 2017-2018 y la metodología utilizada es el análisis de fronteras eficientes que permite determinar de entre todos los equipos participantes aquellos que constituyen el conjunto que alcanza los máximos valores en la productividad obtenida dados los recursos disponibles. Constituye, por tanto, este conjunto un referente para los demás equipos que pueden observar cuáles son los aspectos a mejorar para situarse al mismo nivel que el conjunto de equipos más productivos. En el análisis se han introducido variables propias del desarrollo del juego incluyendo entre los *outputs* los deseados y los no deseados desde la óptica competitiva.

*Palabras clave:* productividad, índice de Malmquist-Luenberger, equipos de fútbol.

## Abstract

In the present study, results of the international sport competition UEFA Champions League are analyzed from the perspective of productivity of the competing teams. The analysis covers the period stretching between the seasons 2014-2015 and 2017-2018. Efficient frontier analysis will be employed as methodology, which enables to determine, among all participants, the group of teams achieving highest productivity values, given the available resources. The group is therefore a model for all other teams, which may identify in it the aspects to be improved in order to reach the level of the most productive teams. Variables pertinent to game development are considered in the analysis, including desirable and undesirable outputs from a competitive perspective.

*Key words:* productivity, Malmquist-Luenberger index, football teams.

*JEL classification:* M10, Z20.

## I. INTRODUCCIÓN Y MOTIVACIÓN

DESDE el punto de vista de la producción y el proceso productivo, el *output* de la actividad realizada por los equipos de fútbol se obtiene en el momento del partido, mientras que las actividades que se programan a lo largo del resto de jornadas laborales son de entrenamientos, preparación, ensayos y pruebas. Dicho *output* se obtiene en competencia entre dos equipos de once jugadores cada uno durante el desarrollo del partido de noventa minutos. Se trata, por tanto, de una actividad muy intensiva en recursos humanos, con un uso regulado de los mismos, con un alto nivel de especialización en el desarrollo de las tareas asignadas a cada jugador y que se lleva a cabo en un espacio compartido por los jugadores de los equipos en competencia con una clara contraposición de objetivos entre un equipo y otro. La tecnología especial de cada equipo está incorporada en el mismo a través de su gestión, entrenamientos, preparación de los encuentros, diseño de la alineación, dirección

de cada partido por parte del equipo técnico y de los jugadores que interpretan las órdenes del entrenador y ponen en práctica en el desarrollo del partido.

En el mundo del fútbol es muy frecuente medir la *performance* individual de los jugadores a través de ratios sencillas como por ejemplo el *Most Valuable Player (MVP)* (1), estadística publicada por CIES Football Observatory. También se suele valorar la *performance* individual a través del cociente:

$$Performance = \frac{output}{tiempo}, \quad [1]$$

cuya interpretación sería la efectividad de cada jugador a través del número de acciones de un determinado tipo (*output*) que realiza por minuto. En el fútbol la acción más importante consiste en marcar goles, pero también resultan necesarias las acciones que consisten en dar asistencias para que los compañeros los marquen.

CUADRO N.º 1

**DATOS RELATIVOS A MINUTOS, GOLES, ASISTENCIAS Y RENDIMIENTO PARA SEIS JUGADORES DE LA LIGA ESPAÑOLA DE PRIMERA DIVISIÓN (TEMPORADA 2017-2018)**

JUGADOR	MINUTOS	GOLES	ASISTENCIAS	GOLES/Min	ASISTENCIAS/Min
MESSI	2.996	34	12	0,01135	0,00401
CRISTIANO RONALDO	2.277	26	7	0,01142	0,00307
GRIEZMANN	2.530	19	9	0,00751	0,00356
RODRIGO	2.695	16	7	0,00594	0,00260
MURIEL	1.604	17	2	0,01060	0,00125
WILLIAM JOSE	2.779	15	4	0,00540	0,00144

Tomando como ejemplo los datos de un número reducido de jugadores de la liga española de Primera División durante la temporada 2017-2018 se ha calculado el cociente de la ecuación [1] a partir de los datos que se muestran en el cuadro n.º 1.

Atendiendo a los resultados que se muestran en el cuadro n.º 1, se observa de forma inmediata que el jugador con mayor efectividad a la hora de marcar goles durante la temporada 2017-2018 fue Cristiano Ronaldo, ya que es el que presenta un mayor valor para la ratio correspondiente. Ahora bien, si se calculan las asistencias por minuto jugado, utilizando de igual forma la ecuación [1], el resultado es distinto, ya que Messi es el jugador que presenta mayor efectividad de forma destacada, seguido de Griezmann.

Se plantea, por tanto, la cuestión de que al considerar en el análisis más de una variable representativa del *output*, los resultados no son robustos. En consecuencia, se hace necesario incluir en la medición de la *performance* de los jugadores individuales una combinación de *outputs*. A su vez, una ratio consistente en dividir la combinación de *output* por el tiempo dedicado a su realización dejaría de tener una interpretación rigurosa. En cambio, la relación existente entre la combinación de *inputs* empleados para la realización de un conjunto de jugadas puede interpretarse como una aproximación a la utilización adecuada de sus recursos. Es entonces cuando se puede comenzar a calcular la medida de *performance* como:

$$Performance = \frac{f(output)}{h(inputs)}, \quad [2]$$

que coincide con la idea intuitiva de productividad.

Dado que los resultados deportivos se asignan a cada equipo y que las valoraciones individuales de los jugadores tienen un interés más bien de tipo técnico, se precisan también medidas de *performance* para el conjunto del club. El cociente presentado en la ecuación [2] podría ser de aplicación, pero además, en el numerador cabría incluir variables como faltas contra el equipo rival, fueras de juego de los delanteros e incluso los goles marcados por el equipo contrario, acciones que en nada mejoran el éxito deportivo del equipo, pero que son resultado de la gestión de sus *inputs*.

El análisis realizado en el presente trabajo está referido a los equipos que participaron en la UEFA Champions League durante las temporadas comprendidas entre 2014-2015 y 2017-2018. El interés por el análisis de esta competición viene del hecho de que se trata de un torneo internacional y de que puede haber cierta homogeneidad entre los clubs participantes, puesto que todos ellos han conseguido buenos resultados en las competiciones de sus países de origen. En los cálculos realizados se han tomado los datos de los partidos jugados en la fase de liguilla y en las fases eliminatorias. En la fase de liguilla participan 32 equipos divididos en ocho grupos, dentro de los cuales cada equipo juega contra los otros tres de su grupo en un sistema de ida y vuelta. El resto de las fases eliminatorias también se disputan con un sistema de ida y vuelta y la final es a partido único. En total se juegan 250 partidos por temporada; los equipos que no pasan la fase de liguilla juegan seis y los finalistas, trece ([www.uefa.com](http://www.uefa.com)).

Como se puede apreciar en el cuadro n.º 2, en la temporada 2015-2016 se ganaron más partidos; sin embargo, se marcaron más goles en la tempo-

CUADRO N.º 2

RESULTADOS GENERALES DE LA COMPETICIÓN POR TEMPORADA DE LA 2014-2015 A LA 2017-2018

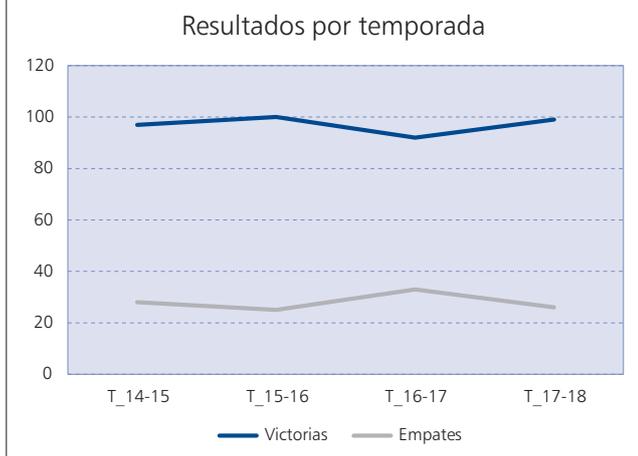
TEMPORADA 2014-2015	PARTIDOS JUGADOS	PARTIDOS GANADOS	PARTIDOS PERDIDOS	PARTIDOS EMPATADOS	GOLES A FAVOR	GOLES EN CONTRA
Suma	250	97	97	56	361	361
Máximo	13	11	5	4	33	24
Mínimo	6	0	0	0	1	5

TEMPORADA 2015-2016	PARTIDOS JUGADOS	PARTIDOS GANADOS	PARTIDOS PERDIDOS	PARTIDOS EMPATADOS	GOLES A FAVOR	GOLES EN CONTRA
Suma	250	100	100	50	347	347
Máximo	13	9	6	4	30	21
Mínimo	6	0	1	0	1	6

TEMPORADA 2016-2017	PARTIDOS JUGADOS	PARTIDOS GANADOS	PARTIDOS PERDIDOS	PARTIDOS EMPATADOS	GOLES A FAVOR	GOLES EN CONTRA
Suma	250	92	92	66	380	380
Máximo	13	9	6	5	36	24
Mínimo	6	0	1	0	0	2

TEMPORADA 2017-2018	PARTIDOS JUGADOS	PARTIDOS GANADOS	PARTIDOS PERDIDOS	PARTIDOS EMPATADOS	GOLES A FAVOR	GOLES EN CONTRA
Suma	250	99	99	52	401	401
Máximo	13	9	6	5	41	19
Mínimo	6	0	1	0	1	4

GRÁFICO 1  
EVOLUCIÓN DE LOS RESULTADOS POR TEMPORADA. PARTIDOS GANADOS (PERDIDOS) Y EMPATADOS



Fuente: Elaboración propia.

rada 2017-2018 y el equipo que marcó más goles lo hizo en esa temporada, siendo las temporadas 2014-2015 y 2016-2017 las que incluyen a los equipos que recibieron más goles. El mayor número de partidos empatados se produce en la temporada 2016-2017, lo que podría interpretarse como un mayor equilibrio entre los equipos ya que hubo menor número de partidos ganados, siendo la temporada 2014-2015 la que incluye al equipo que ha ganado más partidos. El mayor número de partidos ganados en cada temporada suele presentarlo el campeón de la competición y en las temporadas analizadas está entre nueve y once partidos.

Entre los *outputs* no deseados, el número de partidos perdidos (cuyo valor es igual al de partidos ganados) ha ido oscilando alrededor de 100, con un mínimo de 92 en la temporada 2016-2017, mientras que en el resto de las temporadas han sido 97, 100 y 99 partidos.

Teniendo en cuenta que la victoria genera mayor *output* en cualquier encuentro, no parece despen-

derse de la observación del gráfico 1 una mejora en la obtención de *output* a lo largo de las temporadas. La explicación de este resultado puede estar en que el volumen de *output* está limitado por partido y existe un límite máximo que está regulado y se mantiene constante. En la fase de liguilla son los puntos y en la fase de eliminatoria las victorias, o el número de goles en caso de empate, los que determinan el paso a la fase siguiente. Esta igualdad en la cantidad de *output* obtenida diferencia este sector de otros sectores de la economía donde la tecnología incorporada en los activos de capital resulta fundamental para aumentar el *output* a lo largo del tiempo, situación que no se corresponde con la tecnología intensiva en mano de obra que utilizan los equipos de fútbol.

El análisis de la productividad en la competición de la Champions League resulta de notable interés, ya que de este análisis se pueden derivar patrones de comportamiento que podrían aconsejar modificaciones en el planteamiento de las actividades de los clubs. Los recursos consumidos para obtener un determinado *output* deportivo resultan relevantes, ya que, aunque desde una óptica popular pueda parecer que no hay límite a la utilización de recursos financieros con los que adquirir todo tipo de recursos, en los fichajes de jugadores de calidad las restricciones existen no solo por las capacidades limitadas de los propios clubs, sino también por los programas de *fair play* financiero del regulador de la competición, la UEFA.

El presente análisis está dedicado a evaluar el cambio en la productividad de los equipos participantes en la UEFA Champions League (UCL) en presencia de *outputs* no deseados. Entre los *outputs* que genera el sistema competitivo de los partidos de fútbol existen los denominados *outputs* no deseados por los equipos, es decir, aquellos que desearían no tener entre los resultados de la competición. Los partidos perdidos son un ejemplo de *outputs* no deseados, ya que no proporcionan ingresos para el equipo. Para realizar este análisis se utiliza el índice de productividad de Malmquist-Luenberger (*MLPI*, por sus siglas en inglés) en lugar del tradicional índice de productividad de Malmquist (*MPI*, por sus siglas en inglés). El trabajo se estructura de forma que después de la introducción se presenta la metodología, se continúa con los resultados y se cierra con las conclusiones y recomendaciones.

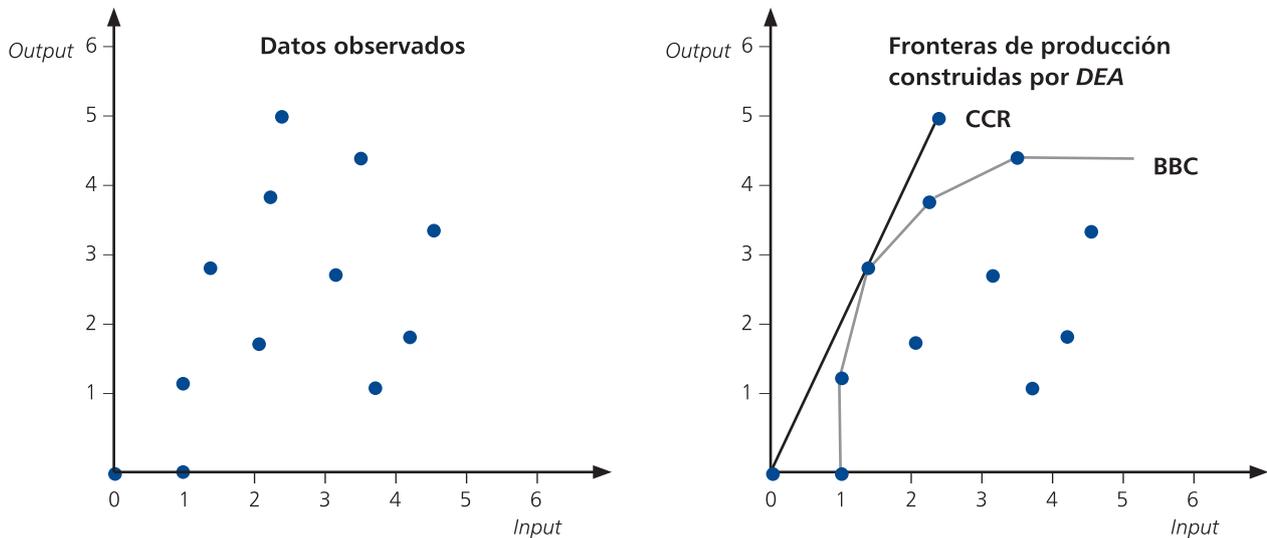
## II. METODOLOGÍA

La idea intuitiva de productividad es el cociente entre el *output* obtenido por una organización y la cantidad de *input* consumido. No obstante, esta definición solamente es de aplicación en aquellos procesos en los que la organización obtiene un solo producto con un único recurso productivo.

Tal como señala Grosskopf (1993), la productividad ha preocupado desde hace mucho tiempo y se han adoptado diferentes enfoques para llevar a cabo su medida; entre esos enfoques cabe destacar, por una parte, el propuesto por algunos autores que consideran que el crecimiento en la productividad y el progreso técnico son sinónimos y, por otra, la corriente de investigación que considera que son diferentes. El presente trabajo se enmarca en esta última corriente, según la cual el crecimiento en la productividad es el cambio neto en el *output* debido al cambio en la eficiencia (2) y al cambio técnico; por su parte, el cambio en la eficiencia se interpreta como la modificación en la distancia entre una observación y su frontera de producción y el cambio técnico se pone de manifiesto a través de cambios en la propia frontera de producción (Grosskopf, 1993). De estas definiciones se desprende, a su vez, que el enfoque adoptado para la medición y evaluación de la eficiencia ha de ser a través de fronteras.

El enfoque de fronteras parte de los datos reales de una muestra de unidades en lo que se refiere a las cantidades de *inputs* utilizadas y a las de *outputs* obtenidas. La frontera de producción es la envolvente de los procesos productivos de la muestra analizada formada bajo el supuesto de que ninguna observación real puede encontrarse por encima de la frontera así establecida y únicamente se pueden encontrar observaciones en la propia frontera y por debajo. Para el cálculo de la envolvente a partir de los datos reales como una frontera se han propuesto varios métodos; en este trabajo se va a utilizar el conocido como análisis envolvente de datos (*DEA*, por sus siglas en inglés) que propone la construcción, a partir de los datos reales de la muestra a estudiar, de fronteras no paramétricas deterministas, es decir, no se hacen hipótesis previas sobre la forma funcional de dicha frontera y todas las posibles desviaciones de los datos reales respecto de la frontera se consideran resultado de la ineficiencia. Por tanto, las unidades que delimitan la frontera de producción se consideran unidades eficientes y las que se encuentran por debajo de esa frontera son consideradas unidades ineficientes.

GRÁFICO 2  
INTERPRETACIÓN GRÁFICA DE LA METODOLOGÍA DEL ANÁLISIS ENVOLVENTE DE DATOS



Fuente: Elaboración propia.

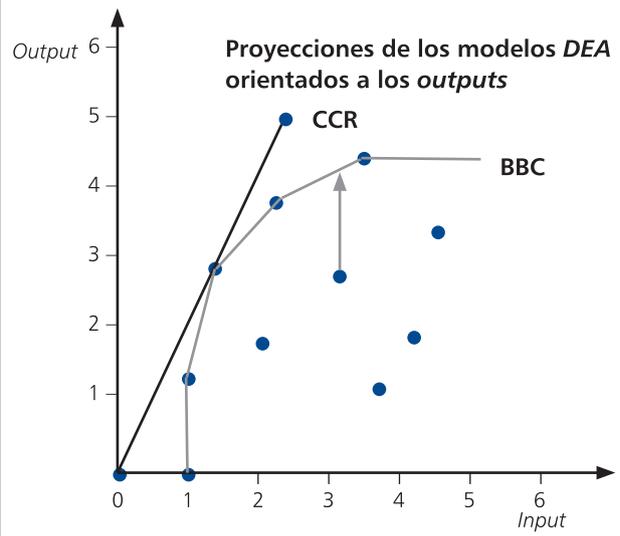
En el gráfico 2 se muestra la construcción de la frontera de producción mediante la envolvente. En realidad se han representado dos fronteras que se corresponden con dos versiones diferentes del método *DEA*. El *DEA* fue introducido por primera vez en 1978 por Charnes, Cooper y Rhodes. En su trabajo los autores suponen rendimientos constantes a escala y es por ello que a esa primera versión se la conoce como modelo *DEA-CCR*. Más tarde, en Banker, Charnes y Cooper (1984) se planteó una segunda versión del *DEA* asumiendo rendimientos variables a escala, por lo que a la medición de la eficiencia bajo dicha hipótesis se la denomina modelo *DEA-BCC*.

Una vez conocida la envolvente, la ineficiencia de cada unidad se calcula como la distancia entre su posición en el gráfico y la frontera de producción eficiente. En el gráfico 3, en el que se ha adoptado una orientación al *output*, puede observarse que dicha distancia toma una dirección hacia arriba, ya que indica el aumento que ha de producirse en el *output* para que la organización bajo análisis se convierta en eficiente.

Con el fin de posibilitar los cálculos de eficiencia en los casos en los que los procesos productivos son *multiinput* y *multioutput*, el método *DEA* plantea una formulación matemática que consiste en la

resolución de un problema de programación lineal para cada unidad cuyo resultado es un índice de eficiencia que coincide con la distancia que la separa de la frontera eficiente.

GRÁFICO 3  
REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS INEFICIENCIAS CON ORIENTACIÓN AL OUTPUT



Bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala y con una orientación al *output*, que es la versión del *DEA* con la que se van a hacer los cálculos en este trabajo, la formulación matemática de dicho problema de programación lineal para un mismo instante de tiempo ( $t$ ) es la que se muestra en la ecuación [3]:

$$\begin{aligned}
 & \text{Max } D_o^t(y^t, x^t) = \theta \\
 & \text{s.a:} \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq x_{ij0} \quad i = 1, \dots, m \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq \theta y_{rj0} \quad r = 1, \dots, s \\
 & \lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n
 \end{aligned} \quad [3]$$

El *score*  $\theta$  o valor de la eficiencia debe estar comprendido entre  $[1, \infty)$ . No obstante, a efectos de comparación con los modelos de orientación al *input*, se suele calcular el inverso de  $\theta$  de forma que la ratio de eficiencia está comprendido entre  $(0, 1)$  y así se ha hecho en el presente trabajo.

El concepto de eficiencia es un concepto estático que mide el aprovechamiento de los recursos de una organización en comparación con un conjunto de unidades para un momento determinado del tiempo. Pero, a veces, interesa conocer la evolución de eficiencia de una organización en el tiempo, con lo cual se introduce el concepto de productividad. Aunque hay varios índices para evaluar el cambio en la productividad basado en la metodología *DEA*, el más conocido y usual es el índice de productividad de Malmquist (*MPI*).

Una de las formulaciones que admite el índice de Malmquist es la que se presenta en la fórmula [4]:

$$\text{MIP}_0(y^t, x^t, y^{t+1}, x^{t+1}) = \left[ \frac{D_o^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_o^t(y^t, x^t)} \frac{D_o^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_o^{t+1}(y^t, x^t)} \right]^{1/2} \quad [4]$$

donde  $D_o^t(y^t, x^t)$  es la ratio de eficiencia o distancia a la frontera eficiente en el momento  $t$  y  $D_o^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})$  tiene el mismo significado, pero para el momento  $t + 1$ .

Una formulación equivalente del índice de Malmquist es la que se presenta en la fórmula [5], donde se ha descompuesto en dos partes:

$$\text{MIP}_0(y^t, x^t, y^{t+1}, x^{t+1}) = \frac{D_o^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_o^t(y^t, x^t)} \left[ \frac{D_o^t(y^{t+1}, x^{t+1})}{D_o^{t+1}(y^{t+1}, x^{t+1})} \frac{D_o^t(y^t, x^t)}{D_o^{t+1}(y^t, x^t)} \right]^{1/2} \quad [5]$$

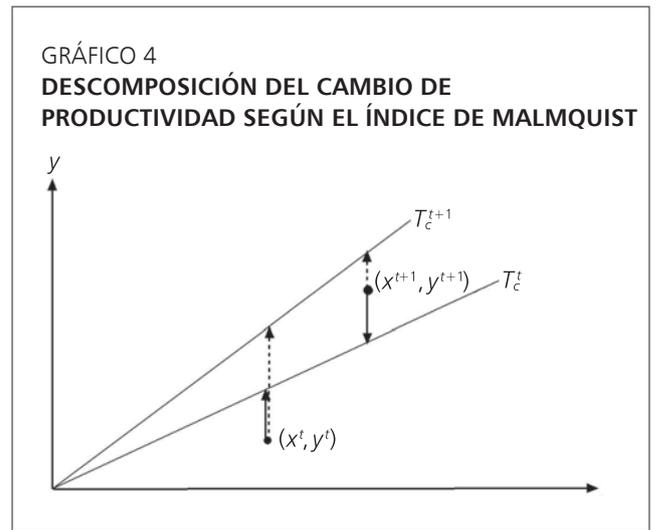
El primer término de la ecuación [5] refleja el cambio en la eficiencia de un período a otro (*MECH*), mientras que el segundo término refleja el

cambio técnico (*MTCH*) entre los dos períodos  $t$  y  $(t + 1)$ .

En el gráfico 4 se representan las fronteras de los períodos  $t$  y  $t+1$  bajo el supuesto de rendimientos constantes a escala junto con dos observaciones de *input* y *output* correspondientes a esos dos períodos. La flecha continua es la representación gráfica de la ratio de eficiencia o distancia entre cada observación y la frontera correspondiente al período  $t$ , mientras que la discontinua es lo mismo respecto a la frontera del período  $t+1$ . A partir de estos valores se calcula el cambio técnico, que viene a ser la distancia entre las dos fronteras; en el caso representado en el gráfico 4, dicho cambio supone progreso técnico porque para una determinada cantidad de *input* los puntos de la frontera correspondiente al período  $t+1$  suponen la obtención de una cantidad mayor de *output*. La flecha continua para la observación del período  $t$  y la discontinua para la observación del período  $t+1$  representan las distancias a sus fronteras eficientes y son los términos que entran a formar parte del cálculo del cambio en la eficiencia.

Normalmente, en la evaluación de la eficiencia de las organizaciones se considera que los *outputs* son el resultado de la transformación de los *inputs* mediante un proceso productivo y que su producción es beneficiosa para la organización; no obstante, los procesos productivos también pueden dar como resultado los denominados *outputs* no deseados, es decir, que suponen un perjuicio más que una mejora en la eficiencia.

La teoría de la producción postula la existencia de una referencia tecnológica que proporciona una



descripción completa de todas las relaciones tecnológicamente viables entre los *inputs* y *outputs*. Se supone que una unidad decisional (*Decision Making Unit* o *DMU*) emplea un vector de *inputs*  $x = (x_1, \dots, x_N) \in \mathcal{R}_+^N$  para producir un vector de *outputs*  $y = (y_1, \dots, y_M) \in \mathcal{R}_+^M$ , y que en el proceso se generan un conjunto de *outputs* no deseables  $b = (b_1, \dots, b_L) \in \mathcal{R}_+^L$ , donde  $P(x)$  describe la tecnología de producción:

$$P(x) = \{(y, b): x \text{ can produce } (y, b)\} \quad [6]$$

Formalmente, el conjunto de referencia de los *outputs* satisface las siguientes hipótesis según Chung, Färe y Grosskopf (1997) y Ball et al. (1994):

- Rendimientos constantes a escala, lo que significa que los *outputs* aumentan en la misma proporción que los *inputs* (ecuación [7]).
- Fuerte deseabilidad, es decir, se pueden reducir los *outputs* deseados sin necesidad de reducir los *outputs* no deseados (ecuación [8]).
- Deseabilidad débil de los *outputs* no deseados según la cual, para un nivel dado de *inputs*, los *outputs* no deseados únicamente pueden reducirse si los *outputs* deseados se reducen simultáneamente (ecuación [9]).
- Los *outputs* deseados y no deseados se producen conjuntamente (ecuación [10]).

$$P(\lambda x) = \lambda P(x), \lambda > 0 \quad [7]$$

$$(y, b) \in P(x) \text{ e } y' \leq y \text{ implica que } (y', b) \in P(x) \quad [8]$$

$$(y, b) \in P(x) \text{ y } 0 \leq \theta \leq 1 \text{ implica que } (\theta y, \theta b) \in P(x) \quad [9]$$

$$\text{Si } (y, b) \in P(x) \text{ y } b = 0 \text{ entonces } y = 0 \quad [10]$$

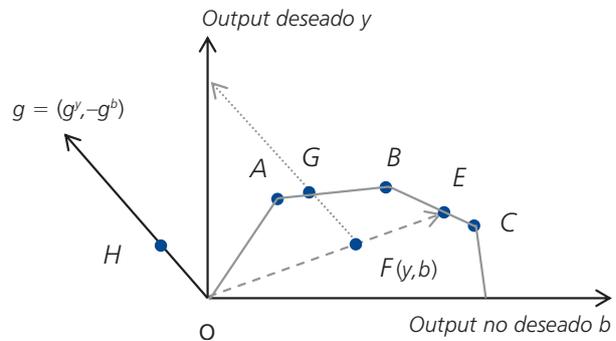
El cálculo del cambio en la productividad ante la presencia de *outputs* no deseados en un proceso productivo se basa en la obtención del índice de Malmquist Luenberger (*MLPI*) desarrollado por Chung, Färe y Grosskopf (1997). Este enfoque utiliza la función de distancia direccional hasta la frontera eficiente en lugar de la función de distancia de *output* utilizada en el *MPI* convencional, lo que permite la inclusión de *outputs* no deseados.

La función distancia direccional se define como:

$$\vec{D}_o(x, y, b; g) = \sup\{\beta: (y, b) + \beta g \in P(x)\}, \quad [11]$$

donde  $g$  es el vector de dirección en la que se escalan los *outputs*  $g = (g^y, -g^b)$ , tal que  $g^y \in \mathcal{R}_+^M$  y  $g^b \in \mathcal{R}_+^L$ . En este caso,  $g = (1, -1)$  de tal forma que los *outputs* deseados se incrementan mientras que los *outputs* no deseados se reducen.

GRÁFICO 5  
FUNCIÓN DISTANCIA DIRECCIONAL EN PRESENCIA DE OUTPUTS NO DESEADOS



Fuente: Elaboración propia.

La función de distancia direccional tiene dos ventajas. Por una parte, busca aumentar los *outputs* deseados mientras disminuye los no deseados; por otra, previene los problemas computacionales asociados con el cálculo de la eficiencia de *outputs* como solución a un problema de programación no lineal.

El gráfico 5 representa el cálculo de la eficiencia mediante el uso de la función distancia direccional en presencia de *outputs* no deseados.

El área bajo la curva en el gráfico 5 representa el conjunto de posibilidades de producción. Los puntos OABC ilustran la frontera eficiente. La unidad F, que está ubicada debajo de la frontera eficiente, es ineficiente y produce  $(y, b)$  *outputs* deseados y no deseados, respectivamente. Al considerar la función de distancia convencional, el rendimiento eficiente de la unidad F estaría ubicado en el punto E del conjunto de producción  $P(x)$  y, por tanto, sería la ratio  $OF/OE$ . Si los *outputs* deseados y no deseados aumentaran por un factor  $OF/OE$ , entonces la unidad F se convertiría en unidad eficiente. Si la función de distancia direccional se escalara en la dirección que aumenta los *outputs* deseados y disminuye los *outputs* no deseados, entonces dicha función se proyectaría en el punto G. En este caso, la relación sería  $OH/OG$ , donde  $OG$  es el rayo del origen  $(0,0)$  a  $g = (g^y, -g^b)$ .

El problema de programación lineal a resolver para calcular las ratios de eficiencia mediante la distancia direccional en presencia de *outputs* no deseados es el siguiente:

$$\bar{D}_o^t(x_k^t, y_k^t, b_k^t, g_k^t) = \text{Max } \beta$$

s.a.:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^K \lambda_k^t y_{km}^t &\geq (1 + \beta) y_{k'm}^t, & m = 1, 2, \dots, M \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^t b_{ki}^t &= (1 - \beta) b_{k'i}^t, & i = 1, 2, \dots, I \\ \sum_{k=1}^K \lambda_k^t x_{kn}^t &\leq x_{k'n}^t, & n = 1, 2, \dots, N \\ \lambda_k^t &\geq 0, & k = 1, 2, \dots, K \end{aligned} \quad [12]$$

donde la direcciones de crecimiento del *output* deseados son  $g^y = \beta y_{k'm}^t$  mientras que para los no deseados son:  $-g^b = -\beta b_{k'i}^t$ . Es decir, la ratio de eficiencia se calcula como la distancia a puntos de la frontera que supongan una disminución de las cantidades de *outputs* no deseados.

Para el cálculo del cambio en la productividad ante la presencia de *outputs* no deseados, Chung Färe, y Grosskopf (1997) definen el *MLPI* como:

$$MLPI_t^{t+1} = \left[ \frac{(1 + \bar{D}_o^t(x^t, y^t, b^t, g^t))}{(1 + \bar{D}_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))} * \frac{(1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^t, y^t, b^t, g^t))}{(1 + \bar{D}_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))} \right]^{1/2} [13]$$

El *MLPI*, puede descomponerse en dos factores similares a los factores en los que puede descomponerse el *MPI*: cambio en la eficiencia (*MLECH*, ecuación [14]) y cambio tecnológico (*MLTCH*, ecuación [15]).

$$MLECH_t^{t+1} = \frac{(1 + \bar{D}_o^t(x^t, y^t, b^t, g^t))}{(1 + \bar{D}_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))} [14]$$

$$MLTCH_t^{t+1} = \left[ \frac{(1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^t, y^t, b^t, g^t))}{(1 + \bar{D}_o^t(x^t, y^t, b^t, g^t))} * \frac{(1 + \bar{D}_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))}{(1 + \bar{D}_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}, b^{t+1}, g^{t+1}))} \right]^{1/2} [15]$$

El cálculo del *MLPI* precisa la resolución para cada una de las *DMU* analizadas de cuatro problemas de programación lineal similares a la fórmula [12] (véase Anexo 1).

En cuanto a la comparabilidad entre el *MPI* y el *MLPI*, cabe tener en cuenta algunas consideraciones:

- El *MLPI* se ha definido de tal manera que cuando la dirección  $g$  es  $(g^y, g^b)$  en lugar de  $(g^y, -g^b)$ , el *MLPI* coincide con el *MPI* (Chung, Färe y Grosskopf, 1997).
- La función de distancia convencional utilizada para obtener el *MPI* es un caso especial de la función distancia direccional utilizada para obtener el *MLPI*. La relación entre las dos es:  $\bar{D}_o(x, y, b; g) = (1/D_{o(x, y, b)}) - 1$  (Chung, Färe y Grosskopf, 1997).
- Parar Managi (2003), una generalización del *MPI* basada en la función distancia direccional

es el índice de productividad de Luenberger (*LPI*, por sus siglas en inglés), el cual fue propuesto por Luenberger (1992) y Chambers, Chung y Färe, (1996) y está basado en la función de escasez. Una de las principales ventajas del *LPI* es que no requiere la elección de una orientación *input* u *output*, a diferencia del *MPI* (Epure, Kerstens y Prior, 2011). Sin embargo, los índices *MPI* con orientación *input* y *output* proporcionan resultados idénticos bajo rendimientos constantes a escala, lo que significa que no importa qué orientación se utilice (Kortelainen, 2008). Debido a que en nuestra aplicación empírica se asumieron rendimientos constantes a escala, la selección de la orientación fue irrelevante. Por ello la combinación del *MPI* con el *LPI* es el índice *MLPI* que indica una mejora de la productividad cuando su valor es superior a uno y un retroceso de la productividad cuando su valor es inferior a uno.

Tomando en cuenta estas especificaciones y siguiendo a Chung, Färe y Grosskopf (1997), se ha considerado el *MLPI* para calcular el cambio de productividad de los equipos de fútbol analizados en el presente trabajo.

### III. RESULTADOS

En este trabajo se ha tomado como muestra de estudio los equipos de fútbol que han participado en la fases de grupos y eliminatorias de la UEFA Champions League y se ha analizado la evolución de su productividad en su actividad durante los partidos jugados.

En el ámbito deportivo, las variables representativas del *output* son las relacionadas con los resultados obtenidos en las competiciones. Puesto que la UEFA Champions League es un torneo tipo *round robin*, el número de partidos jugados se ha tomado como una variable de *output* al ser un indicador de la fase a la que ha llegado cada equipo. Por otra parte, los equipos que han llegado a la misma fase de la competición han podido tener un patrón diferente en cuanto al número de partidos ganados, empatados y perdidos, por lo que también se ha tomado como variable de *output* la que aquí se ha denominado partidos con dinero, es decir, una variable calculada como la suma de todos los partidos ganados más un tercio de los partidos empatados; estas ponderaciones se basan en el esquema

de reparto de remuneración que hace la propia UEFA. Asimismo, los partidos perdidos se han tenido en cuenta y se han introducido como *output* no deseado, ya que se trata de una variable que no produce *output* deportivo y, en consecuencia, no proporciona ingresos a los equipos, por lo que los equipos tratan de minimizar su magnitud. Además, los equipos pueden ganar a sus rivales con una diferencia en goles muy ajustada o muy amplia y en la normativa de la competición los goles a favor y en contra se toman en consideración para resolver casos de empate en la fase eliminatoria, por lo que también se han introducido como variables de *output* los goles a favor y los goles en contra, estos últimos como la inversa de la variable original.

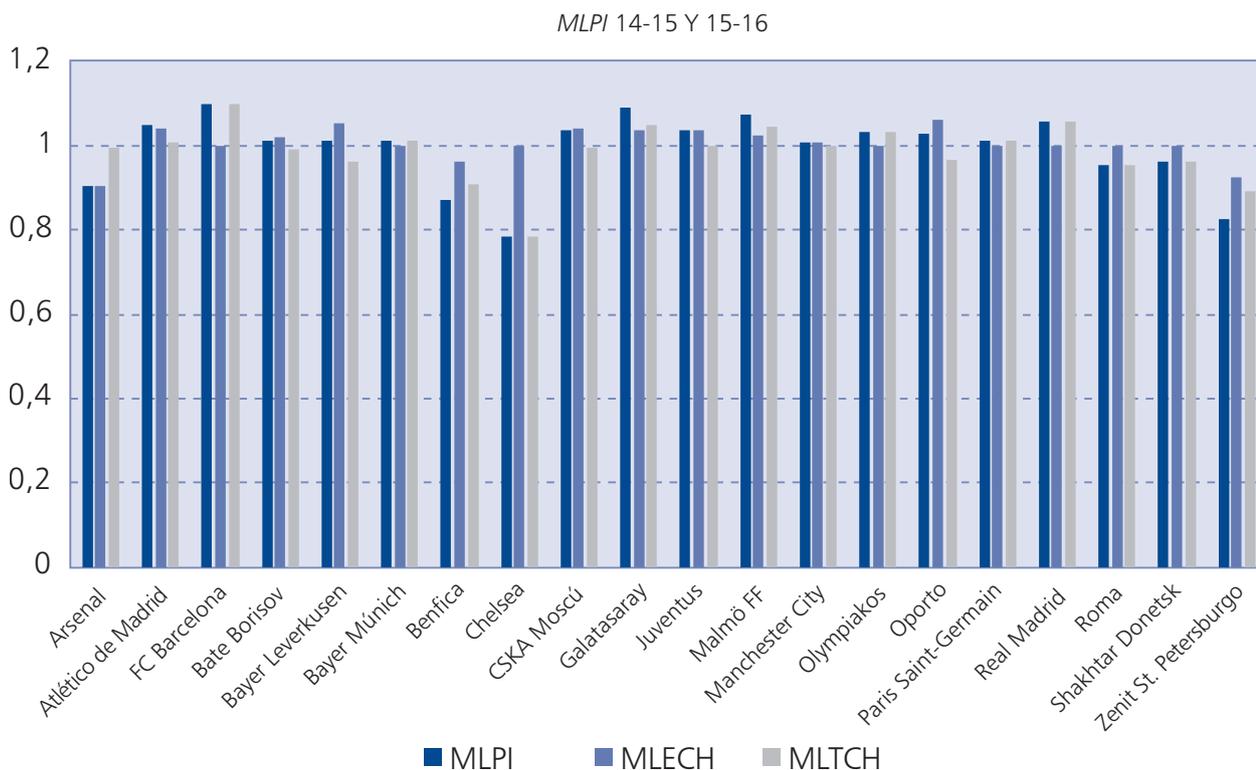
Como variables representativas del *input* se han considerado todas las jugadas realizadas durante los partidos, diferenciando entre jugadas de ataque y jugadas defensivas. Las jugadas de uno y otro tipo son acciones de juego que pretenden alcanzar el

objetivo del propio equipo o impedir que el equipo contrario alcance el suyo, de ahí que todas las acciones tienen su relevancia en la consecución del objetivo final, ya que se trata de un objetivo contingente entre los equipos que compiten.

Las variables representativas de los *inputs* y de los *outputs* se han tomado para el conjunto de cada temporada estudiada. Los datos han sido suministrados por Opta Sport y las temporadas que se han estudiado en este trabajo son las comprendidas entre los años 2014 y 2018 con el fin de disponer de una información más homogénea (3).

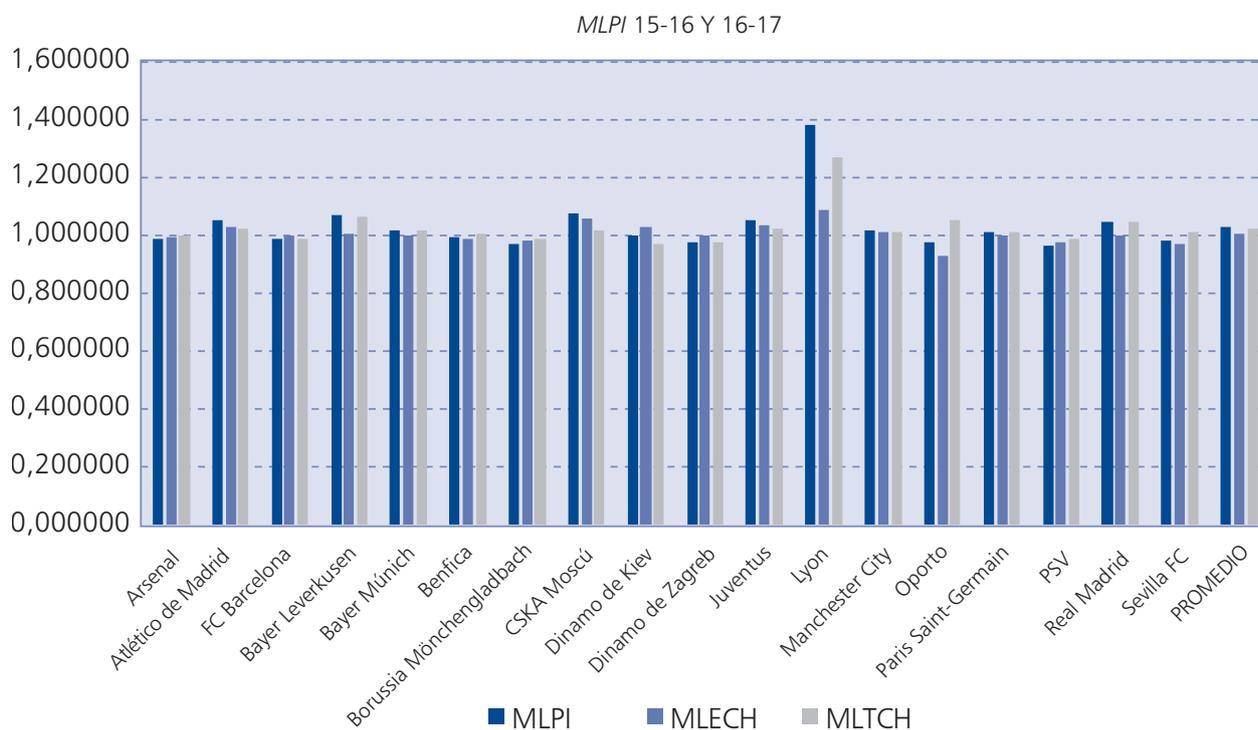
El análisis que se realiza toma como referencia inicial la eficiencia de la temporada 2014-2015 y, a partir de estos resultados, se estudia la evolución de la productividad de los equipos que participan en la UEFA Champions League en temporadas consecutivas hasta la 2017-2018.

GRÁFICO 6  
EVOLUCIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD (MLPI), DE LA EFICIENCIA (MLECH) Y DEL CAMBIO TÉCNICO (MLTCH) EN LA TEMPORADA 2015-2016 RESPECTO DE LA TEMPORADA 2014-2015



Fuente: Elaboración propia.

GRÁFICO 7

**EVOLUCIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD (MIPL), DE LA EFICIENCIA (MLECH) Y DEL CAMBIO TÉCNICO (MLTCH) EN LA TEMPORADA 2016-2017 RESPECTO DE LA TEMPORADA 2015-2016**

Fuente: Elaboración propia.

Los equipos que participan en la UEFA Champions League de forma continuada en todo el horizonte temporal de cuatro temporadas considerado en este trabajo son diez (Atlético de Madrid, FC Barcelona, Bayern Múnich, Benfica, CSKA Moscú, Juventus, Manchester City, Oporto, Paris Saint-Germain y Real Madrid) de un total de 38 equipos distintos. Este subconjunto de equipos que de forma continuada están presentes en todas las ediciones consideradas en este trabajo está formado por tres de la liga de España, dos de Portugal y uno de Alemania, Francia, Inglaterra, Italia y Rusia. En las últimas diez temporadas, estos equipos aparecen 14 veces entre los finalistas y 26 veces entre los semifinalistas.

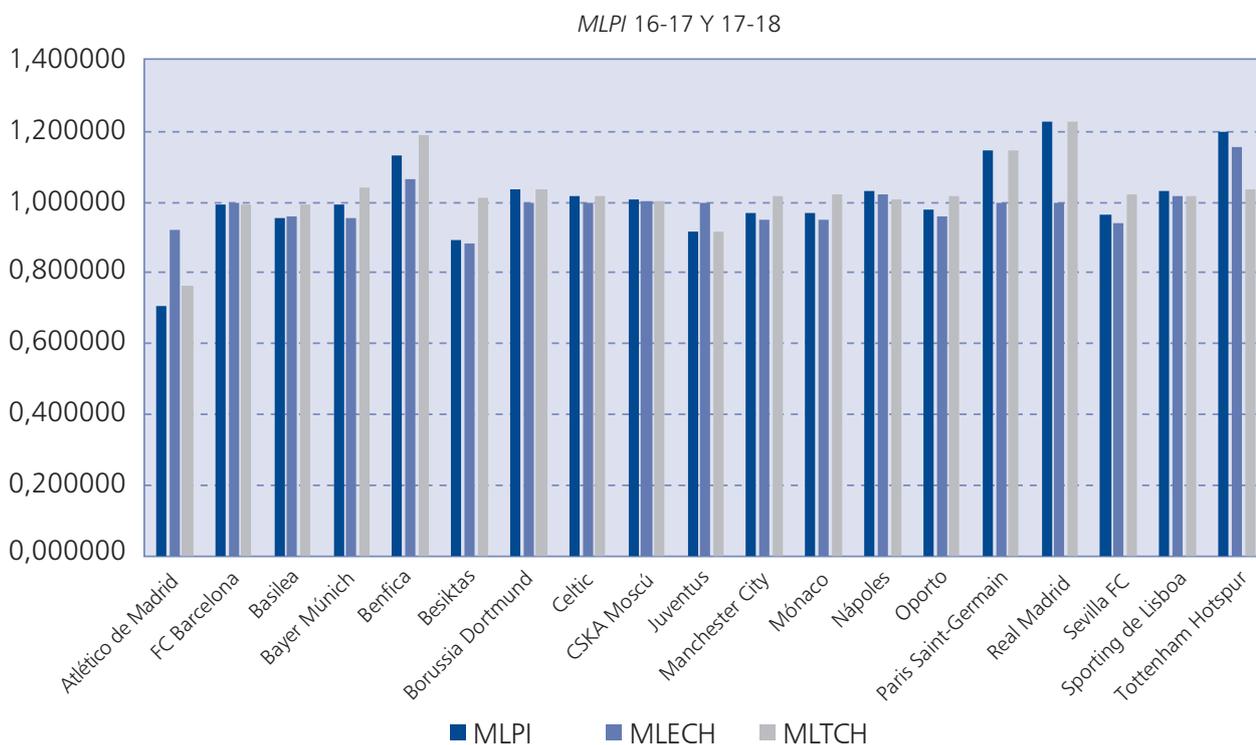
Tienen continuidad, además de los diez equipos comunes a las cuatro temporadas analizadas, tres equipos más que participaron en la UEFA Champions League en tres temporadas consecutivas: Arsenal y Bayer Leverkusen en las temporadas comprendidas entre 2014 y 2017 y Sevilla FC, entre 2015 y 2018.

Estos cuatro equipos que han tenido continuidad en tres de las temporadas provienen de las ligas de Alemania, España e Inglaterra.

Dado que para el cálculo del índice de Malmquist-Luenberger se necesita información de dos temporadas consecutivas, los resultados obtenidos hacen referencia a la evolución de la productividad de los equipos que han participado en dos temporadas seguidas entre las temporadas 2014-2015, 2015-2016, 2016-2017 y 2017-2018. Estos resultados se muestran en el Anexo 2 y se resumen en los gráficos 6, 7 y 8.

Atendiendo a los valores promedio obtenidos, se observa que en las temporadas 2016-2017 y 2017-2018 aumenta el índice de productividad, en la primera de ellas como resultado del aumento de sus dos componentes, y en la segunda se observa un incremento en el progreso técnico que compensa la disminución en la eficiencia. En la temporada 2015-2016 se observa que disminuyen el índice

**GRÁFICO 8**  
**EVOLUCIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD (MIPL), DE LA EFICIENCIA (MLECH) Y DEL CAMBIO TÉCNICO (MLTCH) EN LA TEMPORADA 2017-2018 RESPECTO DE LA TEMPORADA 2016-2017**



Fuente: Elaboración propia.

de productividad y el de cambio técnico mientras que aumenta ligeramente el índice de eficiencia. Estos resultados provienen de distintos patrones de comportamiento de los indicadores individuales en cada par de temporadas consecutivas del horizonte temporal estudiado.

Del análisis individual por equipos, en la temporada 2015-2016 se constata un retroceso en el índice de progreso técnico respecto de la anterior temporada en más de la mitad de los equipos (once equipos), por lo que se puede considerar un efecto generalizado. No obstante, cinco equipos con retroceso en el índice de progreso técnico (Bate Borisov, Bayer Leverkusen, CSKA Moscú, Juventus y Oporto) lo compensan con un aumento del índice de eficiencia dando como resultado final un incremento en su productividad. Por otro lado, todos los clubs que presentan mejoras en progreso técnico, además, mejoran su eficiencia o la mantienen, por tanto, se trata de equipos que

consiguen un ahorro sustancial en el consumo de recursos frente al resto.

Los equipos que han mejorado su productividad durante la temporada 2016-2017 respecto a la 2015-2016 han experimentado un aumento en su eficiencia unido a una mejora en su progreso técnico, por lo que la diferencia en el buen aprovechamiento de los recursos respecto del resto se ha hecho mayor.

Por último, en la temporada 2017-2018 respecto de la 2016-2017 únicamente cuatro equipos de la muestra (Atlético de Madrid, FC Barcelona, Basilea y Juventus) presentan retroceso técnico; como, además, su ratio está cercana a la unidad, el promedio para el conjunto de la competición es superior a uno. Esos cuatro equipos presentan una disminución en su productividad, porque, aunque algunos mantienen su nivel de eficiencia, no es suficiente para compensar dicho retroceso. Asimismo,

del resto de equipos, los que presentan disminución en la eficiencia tienen como resultado una bajada en su productividad porque, aunque presentan un aumento en el progreso técnico, no se compensa la caída en la eficiencia observada. Solamente nueve equipos de la muestra (Benfica, Borussia Dortmund, Celtic, CSKA Moscú, Nápoles, Paris Saint-Germain, Real Madrid, Sporting de Lisboa y Tottenham Hotspur) aumentan su productividad en la temporada 2017-2018 con respecto a la anterior. Se puede decir, por tanto, que en esta temporada cualquier valor inferior a uno en alguno de los componentes del índice es indicativo de una disminución de la productividad.

Los equipos que se han mantenido estables en la competición durante todo el período constituyen un grupo de equipos que parecen mostrar una clara definición de su objetivo de participación continuada en la competición. Son, por tanto, candidatos a llegar a las fases finales y a desarrollar un estilo de juego que dé lugar a resultados acordes con el objetivo, en los que se aprecien evoluciones positivas de los determinantes de la productividad. No obstante, hay que poner de manifiesto que se trata de determinantes que se obtienen en competencia y que no dependen únicamente de las habilidades del equipo, sino que se ven condicionados por los equipos competidores.

GRÁFICO 9

**EVOLUCIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD DE LOS EQUIPOS QUE SE HAN MANTENIDO A LO LARGO DE LAS TEMPORADAS EN LA COMPETICIÓN**

Productividad	T 15-16 s 14-15	T 16-17 s 15-16	T 17-18 s 16-17	Evolución
Atlético de Madrid	1,0505	1,0501	0,7061	
FC Barcelona	1,0990	0,9903	0,9944	
Bayern Múnich	1,0119	1,0190	0,9946	
Benfica	0,8738	0,9918	1,1319	
CSKA Moscú	1,0395	1,0768	1,0063	
Juventus	1,0383	1,0552	0,9160	
Manchester City	1,0095	1,0188	0,9668	
Oporto	1,0278	0,9790	0,9778	
Paris Saint-Germain	1,0143	1,0144	1,1435	
Real Madrid	1,0598	1,0474	1,2257	
PROMEDIO	1,0224	1,0243	1,0063	

Fuente: Elaboración propia.

GRÁFICO 10

**EVOLUCIÓN DE LA EFICIENCIA DE LOS EQUIPOS QUE SE HAN MANTENIDO A LO LARGO DE LAS TEMPORADAS EN LA COMPETICIÓN**

Eficiencia	T 15-16 s 14-15	T 16-17 s 15-16	T 17-18 s 16-17	Evolución
Atlético de Madrid	1,0407	1,0273	0,9228	
FC Barcelona	1,0000	1,0000	1,0000	
Bayern Múnich	1,0000	1,0000	0,9562	
Benfica	0,9622	0,9876	1,0639	
CSKA Moscú	1,0431	1,0565	1,0031	
Juventus	1,0395	1,0340	1,0000	
Manchester City	1,0072	1,0089	0,9507	
Oporto	1,0611	0,9317	0,9603	
Paris Saint-Germain	1,0000	1,0000	1,0000	
Real Madrid	1,0000	1,0000	1,0000	
PROMEDIO	1,0154	1,0046	0,9857	

Fuente: Elaboración propia.

Para este subconjunto de equipos se puede observar en el gráfico 9 una tendencia creciente en la evolución promedio de la productividad. El CSKA Moscú, Paris Saint-Germain y el Real Madrid son los únicos equipos con una tendencia creciente de esta variable con valores superiores a la unidad en todas las temporadas. El Benfica sigue un patrón en el que su productividad disminuye todas las temporadas y solamente en la de 2017-2018 aumenta sensiblemente con respecto a la anterior. Los casos del FC Barcelona y del Oporto merecen mención aparte porque su productividad aumenta en la temporada 2015-2016 y disminuye en las siguientes, posiblemente debido al cambio del equipo técnico y sistema de juego.

El gráfico 10 manifiesta la tendencia de la eficiencia, que, en media resulta negativa en la temporada 2017-2018. La mitad de los equipos mejoran o mantienen su eficiencia en las temporadas estudiadas. Atlético de Madrid, Bayern Múnich y Manchester City disminuyen su eficiencia en la temporada 2017-2018 y solo Benfica y Oporto presentan dos valores por debajo de la unidad a lo largo del período estudiado.

El gráfico 11 presenta la evolución del cambio técnico, que en promedio resulta positivo todas las temporadas estudiadas. No obstante, únicamente Bayern Múnich, Manchester City, Paris Saint-Germain y Real Madrid experimentan

GRÁFICO 11

**EVOLUCIÓN DEL PROGRESO TÉCNICO DE LOS EQUIPOS QUE SE HAN MANTENIDO EN LA COMPETICIÓN A LO LARGO DE TODAS LAS TEMPORADAS**

Progreso Técnico	T 15-16 s 14-15	T 16-17 s 15-16	T 17-18 s 16-17	Evolución
Atlético de Madrid	1,0094	1,0222	0,7652	
FC Barcelona	1,0990	0,9903	0,9944	
Bayern Múnich	1,0119	1,0190	1,0401	
Benfica	0,9081	1,0043	1,2879	
CSKA Moscú	0,9966	1,0192	1,0032	
Juventus	0,9989	1,0205	0,9160	
Manchester City	1,0023	1,0098	1,0170	
Oporto	0,9687	1,0508	1,0182	
Paris Saint-Germain	1,0143	1,0144	1,1435	
Real Madrid	1,0598	1,0474	1,2257	
PROMEDIO	1,0069	1,0198	1,0411	

Fuente: Elaboración propia.

progreso técnico todos los años considerados en este trabajo.

Entre los equipos que van rotando en las temporadas estudiadas en este trabajo no se detecta una tendencia predominante, ya que se observan tanto aumentos como disminuciones en su productividad.

Por último, cabe destacar el hecho de que en una misma temporada haya equipos que experimentan progreso técnico y otros retrocesos. Esto es indicativo de que las fronteras de producción para los dos períodos consecutivos se cortan y en la segunda temporada, unos equipos tienen su unidad

de referencia para el cálculo de la eficiencia más próxima al eje de coordenadas (progreso), mientras que en otros ocurre lo contrario (retroceso). Puesto que los resultados de los valores de progreso técnico tienen relación con la tecnología subyacente en los clubs de fútbol, puede resultar de interés verificar si un equipo se mantiene a lo largo de todas las temporadas estudiadas en la misma situación. Entre los equipos que participan en la UEFA Champions League en todas las temporadas estudiadas, Bayern Múnich, Manchester City, Paris Saint-Germain y Real Madrid experimentan siempre progreso técnico. Del resto, Atlético de Madrid, Benfica, CSKA Moscú y Oporto presentan progreso técnico en dos temporadas, mientras que

el FC Barcelona y la Juventus únicamente en una, no dándose ningún equipo que permanentemente experimente retroceso técnico. En la muestra estudiada hay tres equipos que participaron en la competición durante tres temporadas consecutivas y para los que se han podido calcular dos índices de Malmquist Luenberger consecutivos. Entre ellos, el Sevilla FC experimenta progreso tecnológico siempre; el Arsenal, un ligero retroceso tecnológico en las temporadas 2015-2016 y 2016-2017 y el Bayer Leverkusen, retroceso en 2015-2016 y progreso en 2016-2017. A la vista de estos resultados no se puede concluir que los equipos se mantengan siempre en una misma zona de cambio tecnológico, pero parece que el progreso técnico está más relacionado con la permanencia en la competición que el aumento en la productividad.

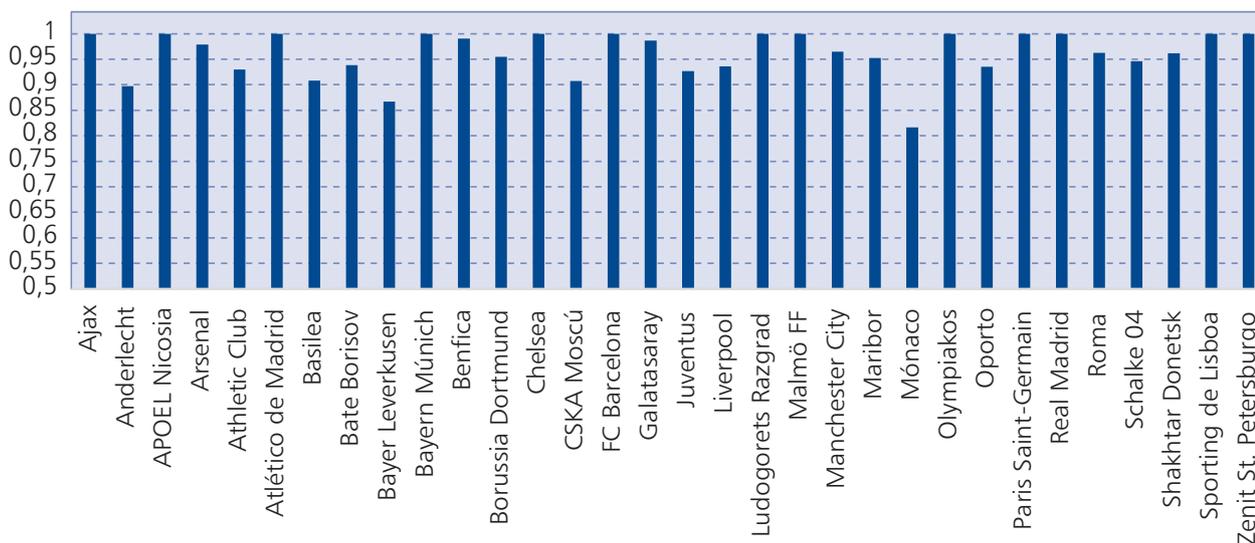
En el gráfico 12 se puede ver cómo queda configurada la frontera eficiente en la temporada 2014-2015. Los equipos que alcanzan el valor unitario son los que resultan eficientes. Son en total trece, entre los que se encuentran los que llegan a la final en esta temporada (FC Barcelona y Juventus) junto con otros equipos con resultados deportivos más modestos. Del resto se puede concluir que no aprovechan eficientemente los recursos de que disponen. Mónaco, Bayer Leverkusen y Anderlecht obtienen los coeficientes de eficiencia más bajos

de los 32 equipos que jugaron la UEFA Champions League en esa temporada.

En primer lugar, se observa que una actuación eficiente no parece estar relacionada con la permanencia en la competición: de los trece equipos que fueron eficientes en la temporada 2014-2015, solamente cinco (Atlético de Madrid, FC Barcelona, Bayern Múnich, Paris Saint-Germain y Real Madrid) permanecen en la competición durante todas las temporadas estudiadas en este trabajo y cuatro (Chelsea, Malmö F.F., Olympiakos y Zenit St. Petersburg) están presentes en la temporada siguiente. Por otra parte, algunos equipos que jugaron la UEFA Champions League entre 2014 y 2018 no fueron eficientes en la primera de esas temporadas.

Resulta de interés el análisis de la evolución de la eficiencia de los equipos que permanecen en la competición durante las temporadas analizadas en este trabajo junto con el nivel de eficiencia de partida. Los cinco equipos que resultaron eficientes en la temporada 2014-2015 presentan un cambio de la eficiencia igual a uno en todas las temporadas y sus variaciones en la productividad se deben exclusivamente al cambio técnico, que es mayoritariamente progreso técnico. En conclusión, se puede decir que estos equipos van adaptándose a los cambios en las fronteras eficientes: no pierden su eficiencia,

GRÁFICO 12  
EFICIENCIA Y FRONTERA EFICIENTE DE TODOS LOS EQUIPOS EN LA TEMPORADA 2014-2015



Fuente: Elaboración propia.

aunque mejore la frontera. En definitiva, no se vuelven más eficientes, pero van utilizando cada vez menos cantidad de recursos. Respecto a los equipos que permanecen en la competición desde 2014 a 2018, pero no eran eficientes en la temporada de partida, se observa mayoritariamente una mejora en su eficiencia, con lo cual el aprovechamiento de sus recursos es cada vez mejor.

Pero es conveniente relacionar los resultados obtenidos de eficiencia, productividad y cambio técnico con indicios de cómo se ha realizado el proceso productivo de los equipos de fútbol analizados.

En este sentido, un elemento a destacar en el Real Madrid, es que a lo largo de las temporadas ha ido experimentando progreso técnico. No es de extrañar, entonces, que haya sido capaz de ganar esta competición en tres temporadas consecutivas. Esto se puede explicar como el fruto de la tecnología de equipo que se ha desarrollado en la consecución del objetivo final. Esta tecnología podría concretarse en una mayor motivación y conjunción de los jugadores, mejor preparación de los encuentros, utilización más adecuada de los elementos que configuran la plantilla o mayor entendimiento con el entrenador en la ejecución de las acciones propias del juego de conjunto en cada partido. El equipo técnico representado en su entrenador sería el elemento clave en la definición y puesta en marcha de la propia tecnología del equipo. Por tanto, la figura del entrenador podría ser una posible explicación de la evolución de la productividad detectada.

Tal como puede observarse en el Anexo 3, en cada par de temporadas estudiadas se han producido seis cambios de entrenador. En la temporada 2015-2016 es de destacar que el cambio de entrenador en el Chelsea podría ser una plausible explicación de la notable bajada de su índice de progreso técnico, llegando a conseguir el score más bajo entre todos los equipos de la muestra en esa temporada, tanto en progreso técnico como en productividad. Se da la circunstancia de que este equipo ya no haya vuelto a participar en las siguientes ediciones de la Champions League.

En la temporada 2016-2017 se produjo un cambio en el entrenador del Sevilla FC que también produjo una reducción en la productividad. Resulta curioso destacar que el entrenador saliente fuera fichado por el Paris Saint-Germain, produciéndose un incremento en el progreso técnico de este equipo, y por ello en la productividad con respecto al período anterior.

En la última temporada estudiada se ha producido un cambio de entrenador en el Bayern Múnich y en el Sevilla FC y en los dos casos se ha producido una disminución en la productividad, debido fundamentalmente a un cambio en la eficiencia.

#### IV. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El trabajo presenta los resultados relativos a la evolución de la productividad de los equipos que participan en la UEFA Champions League en la fase competitiva entre las temporadas 2014-2015 y 2017-2018. Los resultados se han calculado bajo la óptica del análisis *DEA* obteniendo la frontera eficiente y la evolución de la misma a lo largo de las temporadas consecutivas y ponen de manifiesto circunstancias relevantes de la competición.

En resumen, en la temporada 2015-2016 la reducción en la productividad se produce por la disminución del coeficiente de cambio técnico que no se ve compensado por el aumento en el coeficiente de eficiencia; se observan incrementos en la productividad en la temporada 2016-2017 en la que están implicados los indicadores de eficiencia y progreso técnico y en la temporada 2017-2018 se observa un incremento en la productividad inducido por el progreso técnico a pesar de la reducción en la eficiencia.

Un análisis individual de los equipos refleja que CSKA Moscú, Real Madrid y Paris Saint-Germain aumentan su productividad en todas las temporadas, mientras que otros equipos como el Benfica, que ha estado presente en todas las ediciones, ven disminuir su productividad en todas las temporadas excepto la última analizada. El FC Barcelona y el Oporto ven aumentar su productividad en la temporada 2015-2016 y cambia de tendencia en todas las demás.

El Real Madrid, ganador de tres de las cuatro ediciones que forman parte del análisis, ha experimentado progreso técnico temporada a temporada hasta alcanzar su máximo en la última analizada. Cabría interpretar que este aspecto ha influido en su éxito en las últimas ediciones. El comportamiento unificado del grupo y de la dirección del mismo ha sido el determinante de este resultado. No obstante, no es el único equipo en el que se observa esta evolución en las ratios determinantes de la productividad.

El progreso técnico puede deberse al estilo de juego y al planteamiento de los partidos donde el elemento clave es el entrenador y todo el equipo que trabaja en estas tareas. No obstante, el efecto entrenador parece mostrar influencias poco claras en la mejora de la productividad de los equipos, ya que tras los cambios de entrenador se observan tanto mejoras como retrocesos en la productividad de los equipos. Solo se observa un claro efecto en los indicadores de productividad en casos muy concretos como el del Real Madrid. Los únicos equipos que no han cambiado de entrenador en todo el período analizados son Atlético de Madrid y Juventus.

Como conclusión general derivada de todo este análisis cabría decir que el proceso competitivo que se desarrolla a lo largo de la competición de la UEFA Champions League resulta muy intenso para todos los equipos participantes, ya que resulta especialmente difícil mantener de forma constante una evolución positiva de los determinantes de la productividad. Aun en el caso de alcanzar esta evolución positiva, no queda garantizado el éxito deportivo de los equipos que la obtienen. Por tanto, se podría calificar como una condición necesaria, pero no suficiente. Los equipos que permanecen a lo largo de todo el horizonte temporal analizado consiguen en promedio mejoras continuas en su productividad.

Las mejoras en productividad tienen componentes vinculados a los efectos propios de la tecnología de equipo, es decir, objetivo único y común a todos los miembros del mismo, entre los que se incluyen no solo los jugadores sino también el equipo técnico. Este determinante de la productividad resulta clave entre los diez equipos que han permanecido en la competición todas las temporadas estudiadas. Se observa un incremento continuado de este efecto en cuatro de estos equipos y en el promedio por temporada.

En cada temporada cambia el marco competitivo y resulta difícil reproducir un modelo de éxito sin alcanzar elevados niveles en los determinantes de la productividad. Cada edición supone, por tanto, un nuevo reto para todos los participantes que resulta, al parecer, más familiar para los equipos consolidados en la competición, aquellos que se repiten de forma continuada entre las sucesivas ediciones. Los equipos técnicos en muy pocos casos permanecen de forma estable en la dirección de los equipos que alcanzan estas últimas fases de la competición.

## NOTAS

(1) CIES Football Observatory calcula el *MVP* en base a las variables: robos, interceptaciones, pases, conducciones, asistencias y remates.

(2) El concepto de eficiencia a que se refiere este trabajo es la eficiencia técnica, que se debe distinguir de la eficiencia asignativa. La eficiencia técnica refleja la habilidad de una organización para obtener el máximo nivel de producción con unos recursos dados (orientación al *output*) o bien de minimizar el consumo de *inputs* para producir un determinado *output* (orientación al *input*). La eficiencia asignativa tiene en cuenta el coste de los *inputs*, y esta se consigue cuando se obtiene un nivel de *output* con un menor coste, o bien, cuando a partir de un determinado coste de los *inputs*, se consigue la mayor cantidad posible de *output*.

(3) En el año 2014 se llevó a cabo un cambio en el criterio de cuantificación de los datos puesto que la empresa Opta Sport adquirió a Geca Sport, empresa española que proporcionaba los datos de los equipos de fútbol. De ahí surgió la necesidad de unificar los criterios de cuantificación de los datos armonizando la metodología con la que emplea habitualmente Opta Sport.

## BIBLIOGRAFÍA

- BALL, V.; EDEN, C.; LOVELL, C. A. K.; NEHRING, R. F., y A. SOMWARU (1994), «Incorporating undesirable outputs into models of production: an application to U.S. agriculture», *Cahiers d'Economie et Sociologie Rurales*, 31: 60-74.
- BANKER, R. D.; CHARNES, A., y W. W. COOPER (1984), «Some Models for Estimating Technical and Scale Inefficiencies in Data Envelopment Analysis», *Management Science*, 30(9): 1078-1092.
- CHAMBERS, R. G.; CHUNG, Y., y R. FÄRE (1996), «Benefit and distance functions». *Journal Economic Theory*, 70(2): 407-419.
- CHARNES, A. W.; COOPER, W. W., y E. RHODES (1978), «Measuring the efficiency of decision making units», *European Journal Operations Research*, 3: 339-354.
- CHEN, P. C.; YU, M. M.; CHANG, C. C., y S. H. HSU (2007), «Productivity change in Taiwan's farmers' credit unions: a nonparametric risk-adjusted Malmquist approach», *Agricultural Economics*, 36: 221-231.
- CHUNG, Y. H.; FÄRE, R., y S. GROSSKOPF (1997), «Productivity and undesirable outputs: a directional distance function approach», *Journal Environmental Management*, 51(3): 229-240.
- EPURE, M.; KERSTENS, K., y D. PRIOR (2011), «Bank productivity and performance groups: a decomposition approach based upon the Luenberger productivity indicator», *European Journal Operations Research*, 211(3): 630-641.
- GROSSKOPF, S. (1993), «Efficiency and Productivity», en FRIED, H. O., LOVELL, C. A. K., y S. S. SCHMIDT (ed.): *The Measurement of Productive Efficiency. Techniques and Applications*, Oxford University Press.
- KORTELAINEN, M. (2008), «Dynamic environmental performance analysis: A Malmquist index approach», *Ecological Economics*, 64: 701-715.
- LUENBERGER, D. G., (1992), «New optimality principles for economic efficiency and equilibrium», *Journal of Optimization Theory and Applications*, 75: 221-264.
- MANAGI, S. (2003), «Luenberger and Malmquist productivity indices in Japan, 1955-1995», *Applied Economics Letters*, 10(9): 581-584.
- MOLINOS-SENANTE, M.; HERNÁNDEZ-SANCHO, F.; MOCHOLÍ-ARCE, M., y R. SALA-GARRIDO (2015), «Productivity growth of wastewater treatment plants—accounting for environmental impacts: a Malmquist-Luenberger index approach», *Urban Water Journal*, 13(5): 476-485.

**ANEXO 1**

**PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL A RESOLVER EN EL CÁLCULO DE LA EVOLUCIÓN DE LA PRODUCTIVIDAD EN PRESENCIA DE *OUTPUTS* NO DESEADOS**

Los problemas A1 y A2 se resuelven para las *DMU* en el mismo período ( $t$  y  $t+1$ , respectivamente) y los otros dos problemas A3 y A4 se resuelven para períodos mixtos. Los problemas lineales a resolver son los siguientes:

$$\bar{D}_o^t(x_k^t, y_k^t, b_k^t, g_k^t) = \text{Max } \beta$$

s.t.:

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^t y_{km}^t \geq (1+\beta) y_{km}^t, \quad m = 1, 2, \dots, M$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^t b_{ki}^t = (1-\beta) b_{ki}^t, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad [A1]$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^t x_{kn}^t \leq x_{kn}^t, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$\lambda_k^t \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

$$\bar{D}_o^{t+1}(x_k^t, y_k^t, b_k^t, g_k^t) = \text{Max } \beta$$

s.t.:

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} y_{km}^{t+1} \geq (1+\beta) y_{km}^t, \quad m = 1, 2, \dots, M$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} b_{ki}^{t+1} = (1-\beta) b_{ki}^t, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad [A3]$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} x_{kn}^{t+1} \leq x_{kn}^t, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$\lambda_k^{t+1} \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

$$\bar{D}_o^{t+1}(x_k^{t+1}, y_k^{t+1}, b_k^{t+1}, g_k^{t+1}) = \text{Max } \beta$$

s.t.:

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} y_{km}^{t+1} \geq (1+\beta) y_{km}^{t+1}, \quad m = 1, 2, \dots, M$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} b_{ki}^{t+1} = (1-\beta) b_{ki}^{t+1}, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad [A2]$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^{t+1} x_{kn}^{t+1} \leq x_{kn}^{t+1}, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$\lambda_k^{t+1} \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

$$\bar{D}_o^t(x_k^{t+1}, y_k^{t+1}, b_k^{t+1}, g_k^t) = \text{Max } \beta$$

s.t.:

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^t y_{km}^t \geq (1+\beta) y_{km}^{t+1}, \quad m = 1, 2, \dots, M$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^t b_{ki}^t = (1-\beta) b_{ki}^{t+1}, \quad i = 1, 2, \dots, I \quad [A4]$$

$$\sum_{k=1}^K \lambda_k^t x_{kn}^t \leq x_{kn}^{t+1}, \quad n = 1, 2, \dots, N$$

$$\lambda_k^t \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

## ANEXO 2

## RESULTADOS DE LOS CAMBIOS EN LA PRODUCTIVIDAD Y SUS COMPENENTES PARA LOS EQUIPOS DE FÚTBOL QUE PARTICIPAN EN LA UEFA CHAMPIONS LEAGUE (TEMPORADAS 2014/2015 A 2017/2018)

TEMPORADA 2015-2016 SOBRE 2014-2015			TEMPORADA 2016-2017 SOBRE 2015-2016			TEMPORADA 2017-2018 SOBRE 2016-2017					
EQUIPO	MLPI(T-1,T)	MLECH(T-1,T)	MLTCH(T-1,T)	EQUIPO	MLPI(T-1,T)	MLECH(T-1,T)	MLTCH(T-1,T)	EQUIPO	MLPI(T-1,T)	MLECH(T-1,T)	MLTCH(T-1,T)
Arsenal	0,9041	0,9057	0,9983	Arsenal	0,9911	0,9913	0,9998				
Atlético de Madrid	1,0505	1,0407	1,0094	Atlético de Madrid	1,0501	1,0273	1,0222	Atlético de Madrid	0,7061	0,9228	0,7652
FC Barcelona	1,0990	1,0000	1,0990	FC Barcelona	0,9903	1,0000	0,9903	FC Barcelona	0,9944	1,0000	0,9944
								Basilea	0,9568	0,9617	0,9949
Bate Borisov	1,0137	1,0227	0,9912								
Bayer Leverkusen	1,0144	1,0531	0,9632	Bayer Leverkusen	1,0693	1,0038	1,0653				
Bayern Múnich	1,0119	1,0000	1,0119	Bayern Múnich	1,0190	1,0000	1,0190	Bayern Múnich	0,9946	0,9562	1,0401
Benfica	0,8738	0,9622	0,9081	Benfica	0,9918	0,9876	1,0043	Benfica	1,1319	1,0639	1,2879
								Besiktas	0,8933	0,8832	1,0114
				Borussia	0,9687	0,9810	0,9875	Borussia	1,0371	1,0000	1,0371
								Celtic	1,0164	1,0000	1,0164
Chelsea	0,7873	1,0000	0,7873								
CSKA Moscú	1,0395	1,0431	0,9966	CSKA Moscú	1,0768	1,0565	1,0192	CSKA Moscú	1,0063	1,0031	1,0032
				Dinamo Kiev	0,9992	1,0277	0,9723				
				Dinamo Zagreb	0,9783	1,0000	0,9783				
Galatasaray	1,0906	1,0380	1,0507								
Juventus	1,0383	1,0395	0,9989	Juventus	1,0552	1,0340	1,0205	Juventus	0,9160	1,0000	0,9160
				Lyon	1,3844	1,0909	1,2690				
Malmö	1,0750	1,0268	1,0470								
Manchester City	1,0095	1,0072	1,0023	Manchester City	1,0188	1,0089	1,0098	Manchester City	0,9668	0,9507	1,0170
								Mónaco	0,9710	0,9503	1,0217
								Nápoles	1,0312	1,0226	1,0084
Olympiakos	1,0354	1,0000	1,0354								
Oporto	1,0278	1,0611	0,9687	Oporto	0,9790	0,9317	1,0508	Oporto	0,9778	0,9603	1,0182
Paris Saint-Germain	1,0143	1,0000	1,0143	Paris Saint-Germain	1,0144	1,0000	1,0144	Paris Saint-Germain	1,1435	1,0000	1,1435
				PSV	0,9626	0,9749	0,9873				
Real Madrid	1,0598	1,0000	1,0598	Real Madrid	1,0474	1,0000	1,0474	Real Madrid	1,2257	1,0000	1,2257
Roma	0,9548	1,0000	0,9548								
Shaktar	0,9635	1,0021	0,9615								
				Sevilla FC	0,9801	0,9705	1,0099	Sevilla FC	0,9634	0,9413	1,0235
								Sporting de Lisboa	1,0331	1,0154	1,0174
								Tottenham	1,1964	1,1551	1,0358
Zenit SP	0,8267	0,9244	0,8943								
PROMEDIO	0,9945	1,0063	0,9876	PROMEDIO	1,0320	1,0048	1,0260	PROMEDIO	1,0085	0,9888	1,0304

## ANEXO 3

## CAMBIOS EN LOS ENTRENADORES DE LOS EQUIPOS QUE PERMANECEN EN LA UEFA CHAMPIONS LEAGUE ENTRE LOS AÑOS 2014 Y 2018

ENTRENADORES	2014-2015	2015-2016	2015-2016	2016-2017	2016-2017	2017-2018
<b>Arsenal</b>	A. Wenger	A. Wenger	<b>Arsenal</b>	A. Wenger	A. Wenger	
<b>Atlético de Madrid</b>	D. Simeone	D. Simeone	<b>Atlético de Madrid</b>	D. Simeone	D. Simeone	<b>Atlético de Madrid</b> D. Simeone D. Simeone
<b>FC Barcelona</b>	L. Enrique	L. Enrique	<b>FC Barcelona</b>	L. Enrique	L. Enrique	<b>FC Barcelona</b> L. Enrique A. Valverde
<b>Bate Borisov</b>	A. Yermakovic	A. Yermakovic	<b>Bayer Leverkusen</b>	R. Schmidt	R. Schmidt	<b>Basilea</b> U. Fisher R. Wicky
<b>Bayer Leverkusen</b>	R. Schmidt	R. Schmidt	<b>Bayern Múnich</b>	P. Guardiola	P. Guardiola	<b>Bayern Múnich</b> Ancelotti Sagnol/Heynckens
<b>Bayern Múnich</b>	P. Guardiola	P. Guardiola	<b>Benfica</b>	R. Vitoria	R. Vitoria	<b>Benfica</b> R. Vitoria R. Vitoria
<b>Benfica</b>	J. Jesus	R. Vitoria	<b>Borussia</b>	D. Hecking	D. Hecking	<b>Besiktas</b> S. Günes S. Günes
<b>Chelsea</b>	J. Mourinho	J. Mourinho/S. Holland	<b>CSKA Moscú</b>	L. Slutskiy	V. Goncharenko	<b>Borussia</b> T. Tuchel T. Tuchel/P. Bosz/P. Stöger
<b>CSKA Moscú</b>	L. Slutskiy	L. Slutskiy	<b>Dinamo Kiev</b>	O. Luzhny	O. Luzhny	<b>Celtic</b> B. Rodgers B. Rodgers
<b>Galatasaray</b>	H. Hamzaoglu	Tafarel/Denizli/Atik	<b>Dinamo Zagreb</b>	Z. Mamic	Z. Kranjkar/Sopi/Petev	<b>CSKA Moscú</b> V. Goncharenko V. Goncharenko
<b>Juventus</b>	M. Allegri	M. Allegri	<b>Juventus</b>	M. Allegri	M. Allegri	<b>Juventus</b> M. Allegri M. Allegri
<b>Malmö</b>	A. Areide	A. Areide	<b>Lyon</b>	B. Genesio	B. Genesio	<b>Manchester City</b> P. Guardiola P. Guardiola
<b>Manchester City</b>	M. Pellegrini	M. Pellegrini	<b>Manchester City</b>	M. Pellegrini	P. Guardiola	<b>Mónaco</b> L. Jardim L. Jardim
<b>Olympiakos</b>	Michel/V. Pereira	M. Silva	<b>Oporto</b>	Lopetegui/J. Peseiro	Nuno	<b>Nápoles</b> M. Sarri M. Sarri
<b>Oporto</b>	Lopetegui	Lopetegui/J. Peseiro	<b>Paris Saint-Germain</b>	L. Blanc	U. Emery	<b>Oporto</b> Nuno S. Conceição
<b>Paris Saint-Germain</b>	L. Blanc	L. Blanc	<b>PSV</b>	P. Cocu	P. Cocu	<b>Paris Saint-Germain</b> U. Emery U. Emery
<b>Real Madrid</b>	C. Ancelotti	R. Benítez/Z. Zidane	<b>Real Madrid</b>	Z. Zidane	Z. Zidane	<b>Real Madrid</b> Z. Zidane Z. Zidane
<b>Roma</b>	R. García	R. García	<b>Roma</b>	R. García	L. Spalleti	<b>Sevilla</b> Sampaoli Berizzo/Montella
<b>Shaktar</b>	M. Lucescu	M. Lucescu	<b>Sevilla FC</b>	U. Emery	Sampaoli	<b>Sporting de Lisboa</b> Berizzo/Montella Montella/Caparrós
<b>Zenit SP</b>	Villas-Boas	Villas-Boas				<b>Tottenham</b> M. Pochettino M. Pochettino