

ASPECTOS CUANTITATIVOS DEL ANÁLISIS DE REDES SOCIALES (*)

Mariano MATILLA-GARCÍA

UNED

Resumen

Este trabajo pretende mostrar hasta qué punto las herramientas de análisis econométrico habitual pueden ser un punto de partida para el estudio empírico de las redes sociales (redes de interacción social). Se muestra cuáles son las limitaciones técnicas actuales y los desafíos abiertos. También se incide sobre cuáles son los microfundamentos de los modelos econométricos recientes que sirven para analizar las interacciones sociales en forma de redes, barrios y grupos. Una vez hecho este recorrido, se pretende establecer los vínculos entre la reciente literatura econométrica (identificación y estimación) sobre las redes y la literatura en econometría espacial.

Palabras clave: interacciones, vecinos, redes, econometría espacial, matriz de conexiones W.

Abstract

This paper intends to show to what extent the tools of habitual econometric analysis can be a starting point for the empirical study of the social networks (networks of social interaction). They show what are the current technical limitations and open challenges. It also focuses on the micro-foundations of recent econometric models that analyze social interactions in the form of networks, neighborhoods and groups. Once this is done, the aim is to establish the links between the recent econometric literature (identification and estimation) on networks and literature in spatial econometrics.

Key words: interactions, neighborhoods, networks, spatial econometrics, W matrix.

JEL classification: C30, D85, L14, Z13.

I. INTRODUCCIÓN

EN este tipo de literatura es fundamental tener claro a qué nos referimos cuando hablamos de red social. Una red social es una estructura colectiva compuesta por individuos (u organizaciones) llamados «nodos», que están vinculados (conectados) por uno o más tipos específicos de interdependencia, como la amistad, el parentesco, el interés común, el intercambio financiero, la aversión, las relaciones sexuales o las relaciones en términos de creencias, los conocimientos o el prestigio.

Como veremos más adelante, en su forma más simple, una red social es un mapa que une (enlaza) individuos mediante lazos específicos, como puede ser la amistad –entre los agentes objeto de estudio–, y se denominan nodos. Los nodos a los que está conectado un individuo son los contactos sociales de esa persona o entidad. La red también se puede utilizar para medir el capital social –el valor que un individuo obtiene de la red social–. Estos conceptos se muestran a menudo en un diagrama de red social, donde los nodos son los puntos y los lazos son las líneas.

En los últimos treinta años, el análisis de redes sociales (relacionado con la teoría de redes) ha surgido simultáneamente como una técnica clave en varios dominios científicos. De hecho, ha ganado un

significativo seguimiento en antropología, biología, estudios de comunicación, economía, geografía, ciencia de la información, estudios organizacionales, psicología social y sociolingüística. Puede decirse, en términos más generales, que ha habido un renovado interés entre economistas académicos en los determinantes sociales del comportamiento individual y en los resultados agregados. La economía regional, urbana, laboral y familiar son áreas específicas que han hecho uso de redes formadas por vecinos, en el sentido amplio del término. En términos generales, los vecindarios no requieren ser definidos por la proximidad geográfica, sino que pueden estar fundamentados en la noción de «proximidad social», de la cual la proximidad espacial es una forma particular. La proximidad social enriquece el alcance de los estudios de interacción económica, y lo hace a través de la existencia y conformación de las redes sociales.

La potencia del análisis de redes sociales se deriva de su diferencia con los estudios científicos sociales tradicionales, en los que los atributos de los actores individuales son determinantes. Mientras que el análisis de redes sociales produce una visión alternativa, donde los atributos de los individuos son menos importantes que sus relaciones y lazos con otros actores dentro de la red. Este enfoque ha resultado ser útil para explicar muchos fenómenos del mundo real, si bien deja menos espacio para

aspectos individuales, o para la capacidad de los individuos para influir en su éxito, porque mucho de ello descansa dentro de la estructura de su red.

Esto se ilustra bastante bien mediante los denominados *efectos de compañero* (*peer effects*) que están extendidos en muchos ámbitos económicos, siendo la educación y la economía del trabajo dos de los campos más prominentes donde se han estudiado los efectos de los pares (de los compañeros). Se entiende que las influencias del grupo de pares producen un comportamiento imitativo debido a un deseo (genético) intrínseco de comportarse como otros en el grupo o bien debido a un comportamiento económico óptimo en el sentido de que el coste de una acción depende de si los demás también la hacen o no.

Los efectos de pares o de compañeros son importantes en la medida en que exista algún tipo de *multiplicador social*, que es uno de los principales intereses de este trabajo. Consideremos el siguiente ejemplo extraído del campo de la economía de la educación. Una responsable de políticas educativas de una comunidad autónoma quiere mejorar las tasas de éxito de los institutos de su entorno de acción política, y para este fin diseña proporcionar al azar becas. La responsable maneja, aconsejada por sus técnicos, dos posibilidades: elegir a estudiantes del conjunto de institutos de la región o elegir entre uno o dos (pero no más) institutos. Esta segunda alternativa nos puede parecer «absurda» si solo se considera (para tomar la decisión) el hecho evidente de que habrá un efecto directo sobre los estudiantes seleccionados. Sin embargo, debido a que los estudiantes del mismo instituto forman redes, puede haber una ventaja más atractiva para la segunda alternativa. A saber, la concentración de las becas en un instituto facilita que los estudiantes becados induzcan efectos de compañeros que afecten a todos los estudiantes de la escuela, incluyendo aquellos que no fueron becados, pero que están en la red del instituto. En otras palabras, hay un efecto amplificador de las consecuencias (de los efectos) de las becas gracias a la existencia de una red de contactos. Identificar estos multiplicadores es un objetivo central de la investigación econométrica en las redes sociales.

Las redes sociales tienen aplicaciones en otros contextos sociales y económicos, y la literatura pertinente ha mostrado interés en las áreas donde ocurren *spillovers* (efecto desbordamientos) entre industrias que comparten cierto grado de similitud (industrial, tecnológica o locacional) o entre indivi-

duos. Las redes sociales también se han utilizado para examinar cómo las organizaciones interactúan entre sí, caracterizando las muchas conexiones informales que vinculan a los ejecutivos, así como las asociaciones y conexiones entre los empleados individuales en diferentes organizaciones. Por ejemplo, el poder dentro de las organizaciones a menudo viene más del grado en que un individuo dentro de una red está en el centro de muchas relaciones que el título de trabajo real. Las redes sociales también juegan un papel clave en la contratación, en el éxito empresarial y en el desempeño en el trabajo. Las redes ofrecen a las empresas formas de recabar información, disuadir a la competencia y coludir en la fijación de precios o políticas.

En este trabajo nos interesamos, particularmente, por la modelización econométrica y los problemas de estimación que aparecen cuando se trata de conjuntos de datos sociales en red. Tratamos de proporcionar una visión sinóptica que puede ser perspicaz para los teóricos y los profesionales. Las herramientas de análisis econométrico para el estudio empírico de las redes sociales se basan, generalmente, en modelos lineales. También tratamos de establecer los vínculos entre la literatura econométrica reciente sobre las redes y la literatura bastante bien establecida basada en herramientas y métodos estadísticos desarrollados en la econometría espacial. Al hacerlo, el juego de roles de las sociomatrices es crucial. Estas matrices son también importantes al considerar el problema de identificar interacciones sociales en varios contextos empíricos.

El trabajo está organizado del siguiente modo: en la segunda sección se relaciona el análisis de redes de interacción social con el análisis económico básico clásico, dando una perspectiva global del tipo de preguntas relevantes en la economía como disciplina científica. Las secciones tercera y cuarta describen esencialmente los elementos de toda red y los procesos de generación de redes observables en el ámbito económico social. La quinta sección pretende repasar los microfundamentos de las redes así como los problemas de medición cuantitativa e identificación que existen en la práctica econométrica.

II. INTERACCIONES SOCIALES A TRAVÉS DE REDES SOCIALES

Las interacciones sociales son unidades centrales para las ciencias sociales y, en particular, para la economía. Las redes sociales claramente pue-

den ayudar a la comprensión y al estudio de las interacciones sociales. Esto es así, principalmente, porque las interacciones estudiadas a través de las redes sociales parecen adecuadas para resolver un problema relevante en las ciencias sociales, a saber: la observación de grandes diferencias en los resultados en ausencia de diferencias estadísticamente relevantes en los fundamentos. El análisis de redes sociales ha pasado de ser una metáfora sugerente a un enfoque analítico de un paradigma, con sus propios enunciados teóricos, métodos, *software* de análisis de redes sociales e investigadores.

El término «red social», tal como se utiliza en este trabajo, debe distinguirse del que se utiliza para referirse a las plataformas (redes sociales o sitios) que sirven para construir redes sociales o relaciones sociales entre personas que comparten intereses, actividades, antecedentes o, en general, conexiones de la vida real. En su mayoría, estas plataformas están basadas en la web, proporcionando medios para que los usuarios interactúen, compartan información y opiniones en diferentes formas. En este sentido, las plataformas de redes sociales o sitios web o servicios web son, en términos generales, los medios de comunicación social. Estos servicios de redes sociales proporcionan medios para la interacción social; y, por tanto, son también un objeto de investigación académica, ya que desempeñan un papel clave que permite a las personas interactuar sobre una base regular, o incluso esporádicamente. Estas interacciones influyen en nuestras decisiones, preferencias, información, restricciones y expectativas.

Las redes sociales han sido objeto de estudio académico mucho antes de la existencia de Internet. La comprensión de cómo las redes sociales (interacciones) influye en la actividad económica ha sido central para la economía desde Adam Smith, particularmente en *The Theory of Moral Sentiments* (más claramente que en *The Wealth of Nations*) donde Smith se centró en explicar el comportamiento económico de los agentes económicos que interactúan principalmente con conocidos o con un número reducido de agentes precisamente conectados. En este marco, las redes sociales facilitan formas particulares de externalidades en las que las decisiones o acciones de un grupo de referencia afectan sobre las preferencias del individuo. El grupo de referencia puede ser de parientes, vecinos, amigos, compañeros, etc., dependiendo del contexto en el que se tomen las decisiones o acciones. Como en Smith, estas acciones o interacciones no están necesariamente reguladas por el mecanismo de precios.

Quizá la contribución inicial más notable a la literatura económica sobre las interacciones sociales es el análisis formal de Schelling (1971, 1972) sobre la influencia de los grupos sociales en el comportamiento individual. De particular interés es cómo los modelos de Schelling tienen implicaciones para la clasificación de agentes (individuos) y actividades (empresas) a través del espacio. La segregación a través del espacio es un equilibrio posible cuando hay algún tipo de modelo(s) de interacción incluso para individuos que están dispuestos y contentos de vivir en un vecindario integrado, mientras su grupo no forme una pequeña minoría. Esta línea de razonamiento basada en interacciones (posiblemente, interacciones de no-mercado) también ayuda a explicar aglomeraciones de ciudades, movimientos sociales masivos rápidos, así como la conducta masiva de las modas. Aparte de Schelling y con anterioridad a él, hay otros autores menos formales que también han contribuido a la literatura sobre las interacciones sociales: sin ánimo de ser exhaustivo destacamos a Veblen (1934) de consumo conspicuo, Duesenberry (1949) y Leibenstein (1950).

Esta perspectiva histórica invita a la siguiente reflexión: si las interacciones sociales son centrales desde los orígenes del análisis económico y algunos eruditos relevantes eran conscientes de ello, ¿cómo es posible que los economistas no prestaran suficiente atención a su estudio?

Lo cierto es que los economistas académicos sí han prestado atención a la interacción social. El corazón de la teoría de juegos no cooperativa invita a los economistas a entender todas las interacciones como juegos, siendo los mercados casos especiales de interacciones. Una vez que la economía ha ampliado su alcance, resulta realista tratar y analizar las interacciones económicas de no mercado. Tal es el caso del estudio de la evolución de: las instituciones y las normas sociales, los patrones de empleo, los resultados escolares, la participación en los programas sociales, la segregación residencial, los índices de criminalidad, la difusión de ideas, la ecología humana, los estudios organizacionales, las aglomeraciones industriales y el diseño urbano, entre otros. Todos estos temas han sido cubiertos por el análisis económico, aunque no todos ellos por medio de análisis de redes sociales.

El estudio de las interacciones sociales a través de las redes sociales es más reciente. La razón principal de este retraso es la (escasa) disponibilidad de datos, junto con la dificultad inherente de extraer inferencias a partir de los datos. Desde este punto

de vista, el análisis de redes sociales forma parte de la ciencia de las redes, que considera y representa a los individuos por nodos y las conexiones entre ellos por medio de enlaces (aristas). La ciencia de las redes (*network science*) no solo considera redes complejas como redes sociales, sino también redes de telecomunicaciones, redes informáticas, redes biológicas y redes semántico-cognitivas, etcétera.

Muchos (aunque no todos) de los servicios y bienes de mercado se contratan a través de redes y, por tanto, los precios, los productos y los términos de intercambio que progresivamente van apareciendo en tales mercados en red pueden depender crucialmente de quién está conectado a quién. Tiene sentido que, durante siglos, se hayan mantenido muchas interacciones económicas toda vez que existía (estaba tejida) una red social. En la actualidad, dependiendo del tamaño del mercado, esto también es cierto. Esto ha sido ampliamente estudiado para el mercado de trabajo donde las redes tienen el rol de transmitir información a los trabajadores sobre oportunidades de empleo específicas, y también desempeñan el rol de transmitir información a las empresas sobre cómo de bien se ajustan potencialmente los distintos trabajadores a los puestos disponibles. En general, hay transacciones que podrían beneficiarse de poder ser situadas en el contexto de una red de transacciones, siempre y cuando la red pueda ayudar a eludir las dificultades inherentes a una transacción dada: por ejemplo, aquellas en las que la reputación y las relaciones repetidas son fundamentales para realizar transacciones.

Aspectos o cuestiones económicas que caen fuera del mercado, como la difusión de opiniones, comportamientos (acciones criminales, filantrópicas, caridad), tecnología e incluso enfermedades, son también situaciones claras en las que las redes sociales desempeñan un papel central. El mismo papel sobre la red aparece en los procesos de aprendizaje en cualquier etapa cognitiva, haciendo de la educación un objetivo preferido de análisis de redes (Benhabit *et al.*, 2011).

¿Qué hace que la red sea importante, ya sea en actividades de mercado o ya sea en actividades fuera de mercado? La respuesta es que es relevante en la medida en que produzca la activación de un *multiplicador social*. Esto sucede cuando la utilidad marginal de emprender una acción por parte de un individuo aumenta con el promedio de sus compañeros que también realizan la acción en cuestión. Las redes sociales (su existencia y su arquitectura) facilitan y cualifica que un cambio en los fundamen-

tos tenga un *efecto directo* sobre el comportamiento y un *efecto indirecto* del mismo signo. Es decir, el comportamiento de los compañeros (de los pares) de un sujeto afecta claramente sus propias decisiones a través de efectos indirectos. El resultado de estos efectos indirectos es precisamente el multiplicador social. El tamaño del multiplicador social depende de la red social. Los fenómenos tales como las caídas drásticas de mercado (*crashes*), la localización de industrias, las normas sociales, parecen caracterizarse por grandes variaciones de la variable endógena en relación con un (relativamente pequeño) cambio en los fundamentos (*fundamentals*).

Los fundamentos económicos también son capaces de explicar la formación y evolución de las redes sociales. Los agentes (individuos y empresas) eligen sus relaciones basadas en los beneficios que surgen como una función de la red. Naturalmente, hay maneras bien establecidas y conocidas que explican la formación de redes en general. En este contexto, los individuos eligen la amistad que los hace felices (los benefician), también las empresas eligen a otras empresas con las que realizar transacciones, o empresas que seleccionan qué trabajadores contratar para mejorar propósitos específicos (reduciendo el riesgo, por ejemplo). Como dijimos al principio, hay otras maneras de explicar la formación y creación de redes, como el enfoque de red aleatoria, que intenta reproducir algunas características observadas de las redes sociales.

Un aspecto importante es que la red social merece ser estudiada siempre y cuando podamos llevar a cabo algún tipo de análisis empírico. Es decir, que queremos localizar regularidades y patrones, y también, si es posible, queremos hacer algunas inferencias para las relaciones económicas causales y no causales. Estos objetivos no son, de ninguna manera, sencillos de lograr.

Como ejemplo, Patacchini y Zenou (2010) trabajaron con la *Encuesta longitudinal nacional de salud adolescente* (AddHealth), analizando el papel del conformismo (es decir, la estrategia de mezclarse con el entorno y no hacer nada para llamar la atención sobre uno mismo) en la delincuencia juvenil desde una perspectiva de red. Las principales hipótesis son que el conformismo y la disuasión son factores clave para explicar las decisiones de los adolescentes de cometer crímenes. La encuesta ofrece información sobre la red de amistades para cada adolescente, pero hay problemas graves de identificación y medida debido a la simultaneidad (el problema de reflexión) y la endogeneidad (autoselección y efectos no observados de correlaciones entre grupos). La

conformidad significa efectos de pares y la disuasión refleja una colección de otros factores condicionantes (lazos familiares, vecindario residencial, ambiente escolar, etc.) que lleva a los autores a proponer un modelo mixto autorregresivo o modelo espacial. Utilizando la misma encuesta, AddHealth, Hsieh y Lee (2014) analizan los efectos de los compañeros sobre el rendimiento académico, el índice de GPA, y el comportamiento de fumar una vez más a través de un enfoque de redes sociales. Los autores explotan la información sobre la red de amistad de cada adolescente asumiendo que los jóvenes en grupos pequeños tienden a obtener un GPA (índice académico promedio) más alto y un comportamiento mejor respecto de su salud (fumar menos). En gran medida, ambos supuestos son corroborados en el estudio, lo que refuerza la importancia del grupo de amigos cercanos. Un tratamiento correcto de esta cuestión implica considerar la endogeneidad en la formación de la red de amistad y el sesgo de selección.

Los trabajos de Patacchini y Zenou y de Hsieh y Lee son ejemplos destacados de las singularidades inherentes a este delicado campo de investigación que requiere de técnicas analíticas muy específicas. En secciones posteriores trataremos modelos basados en la economía que hacen posible que los datos observados de la red social puedan usarse para realizar estudios econométricos. Antes de ello, describimos los elementos básicos de toda red y revisamos los procesos más generales de generación de redes.

III. ELEMENTOS DE UNA RED

Pensemos en agentes económicos: individuos, hogares, empresas u otras entidades de interés. Una red puede representar a estos agentes mediante gráficos en los que hay unos vértices, que son precisamente los agentes. Un gráfico g es un par de conjuntos (N_g, L_g) de nodos (también llamados vértices) N_g y aristas (o enlaces o links) L_g . El conjunto de nodos suele concebirse como un conjunto finito de elementos. Una arista representa un enlace o conexión entre dos nodos en N_g . Un gráfico *no está dirigido* cuando L_g es el conjunto de pares no ordenados con elementos en N_g , digamos $\{i, j\}$ con $i, j \in N_g$. Este tipo de gráfico es apropiado para representar relaciones recíprocas entre dos vértices. Un ejemplo son las redes (recíprocas) de intercambio informal de riesgos basadas en el parentesco o la amistad (por ejemplo, Fafchamps y Lund [2003]).

Para acomodar las *relaciones direccionales*, los bordes se modelizan mejor como pares ordenados,

digamos $(i, j) \in N_g \times N_g$. Estos gráficos, conocidos como gráficos dirigidos (o digrafos), son más adecuados para manejar relaciones que no requieren reciprocidad o para los que la dirección conlleva un significado particular, piénsese por ejemplo en una relación proveedor-cliente en una red de producción (por ejemplo, Atalay *et al.* [2011]). Otras generalizaciones permiten enlaces ponderados, tal vez representando distancias entre dos individuos o la intensidad de una relación particular, como sucede en la econometría y estadística espacial. Dichos pesos (ponderaciones) se pueden representar como una asignación desde el espacio de pares (no ordenados o ordenados) en la línea real.

Por este motivo, usamos en este trabajo una representación habitual de la econometría espacial, esto es, representamos un gráfico a través de su adyacencia o matriz de incidencia o conexiones \mathbf{W} , de orden cardinal $(N_g) \times$ cardinal (N_g) , donde cada línea representa un nodo diferente. Los componentes de \mathbf{W} marcan si un borde entre los nodos i y j (o de i a j en un digrafo) está presente o no y posiblemente su peso (en gráficos ponderados). Un gráfico sin autoenlaces y como máximo un enlace entre cualquier par de nodos se presenta fácilmente por una matriz de conexiones \mathbf{W} . En tal caso, el elemento i, j de la matriz \mathbf{W}^k , $k \in \{1, \dots, N-1\}$, nos indica el número de posibles caminos de longitud k entre los agentes i y j .

IV. GENERACIÓN DE REDES SOCIALES

La cuestión interesante que muchos investigadores se hacen es ¿cuáles son los posibles procesos generadores de datos que dan lugar a redes sociales y económicas potencialmente observables? Si G es un conjunto particular (es decir, con unas características que sean de nuestro interés) de gráficos, se puede definir un espacio de probabilidad $(G, \sigma [G], P)$, donde $\sigma (G)$ es un σ -álgebra de eventos en el espacio muestral, G , y P es una medida de probabilidad en el espacio medible $(G, \sigma [G])$.

Uno de los primeros modelos generadores, conocidos por modelos de gráficos aleatorios de Erdős-Renyi, supone que la probabilidad es uniforme en la clase de gráficos con un número dado de nodos, $n =$ cardinal (N_g) , y un número particular de aristas, $e =$ cardinal (L_g) , para $g \in G$. Otro modelo de gráfico aleatorio básico es aquel en el que los bordes entre dos nodos cualquiera siguen una distribución independiente de Bernoulli con igual probabilidad, p . Para un número suficiente-

mente grande de nodos y una probabilidad suficientemente pequeña de formación de enlaces p , entonces la distribución del número de vecinos que tiene un nodo se aproxima a una distribución de Poisson. Estos gráficos aleatorios no reproducen las importantes dependencias observadas en las redes sociales.

Una categoría de modelos que parece mejorar la representación de las regularidades habitualmente encontradas en los sistemas sociales implica modelos en los que los nodos se incorporan secuencialmente en el gráfico y forman lazos más o menos al azar. Estos modelos son capaces de reproducir características que el marco simple anterior es incapaz de hacer. En particular, reproducen redes en las que la distancia más larga entre dos nodos (diámetro de la red) suele ser pequeña, mientras que simultáneamente hay altos niveles de agrupamiento (*clustering*, entendido como la propensión de que dos vecinos de un nodo dado también están directamente enlazados). Se suelen conocer como modelos de «mundo-pequeño» (*small world models*). Incluso así, hay características que estos modelos no recogen, y para recogerlas lo hacen al coste de perder otras características. De esta manera, la literatura ha ido avanzando por esta vía de las redes aleatorias.

Alternativamente, otro enfoque se basa en la construcción de modelos estadísticos para trabajar directamente con datos de redes. Este enfoque desarrolla modelos que son versátiles en términos de estimación. Es decir, son modelos que permiten estimar qué patrones y correlaciones hay entre varias características que aparecen en los datos de la red social. Las categorías más relevantes son los modelos de gráficos aleatorios exponenciales y los modelos de detección de comunidades. Los primeros expresan la probabilidad $P(g)$ que una red determinada g se genere como una función de un conjunto finito de diferentes estadísticos de la red, como puede ser el número de conexiones, el diámetro, el grado, etcétera. Los segundos se fundamentan en la idea de que una sociedad tiene unas comunidades básicas subyacentes que el investigador quiere descubrir a partir de examinar los datos de la red. Es decir, es como si se quisiera descubrir una estructura latente que genera los datos observados. Esto puede ilustrarse a partir de una red de colaboraciones científicas en la que se pretende identificar comunidades (digamos disciplinas o ámbitos de investigación) que tienen influencia destacable en las relaciones generadas, ya sean estas comunidades obvias o no.

Finalmente, otro enfoque totalmente diferente sería el que se origina en la literatura económica, y examina las consecuencias de las decisiones de relaciones de los agentes. La premisa básica es que los agentes eligen las relaciones con el fin de maximizar su bienestar. Éstos pueden ser individuos que eligen amistades (compañeros, coautores) que los hagan felices o los beneficien de alguna manera, o bien pueden ser empresas que eligen otras empresas con las cuales negociar. La cuestión es que los agentes no solamente se ven afectados por sus propias decisiones de con quién relacionarse (amigos), sino también por las elecciones que sus amigos hacen al respecto de con quién ser amigos. Lo que se desarrolla en los siguientes apartados incide directamente sobre esta perspectiva.

V. MICROFUNDAMENTOS DEL ANÁLISIS ECONÓMICO (MÉTRICO) (1)

Consideramos que la interacción social tiene lugar dentro de una red de n agentes. Un modelo de interacciones sociales estudia el comportamiento conjunto de los agentes que son miembros de esta red. El objetivo principal es describir probabilísticamente las opciones de los agentes, a las que nos referiremos mediante y_i , que se hacen a partir de un conjunto de resultados posibles Y_i . Para cada i , denotamos con y_{-i} las elecciones de otros agentes en la red, que son fuentes potenciales de interacciones sociales.

Cada agente en la red es descrito por un vector de atributos, digamos, \mathbf{x}_i^* . Este vector contiene atributos observables (a otros agentes y al economista) y atributos no observables relativos al agente i , así que $\mathbf{x}_i^* = [\mathbf{x}_i, \mathbf{z}_i]$ donde \mathbf{z}_i se refiere a un conjunto de atributos no observables.

Las elecciones del agente y_i , $i = 1, 2, \dots, N$ representan la maximización de alguna función de pago. Como representamos agentes económicos que interactúan a través de la red, es razonable considerar que una decisión pueda afectar a las acciones de otros agentes a través de los tres elementos clave que proporcionan los microfundamentos del problema de decisión: las *preferencias* (representadas por la función de pago y recolectada en el conjunto Y_i) y las *expectativas*; es decir, alguna estructura sobre las creencias que cada agente posee sobre comportamientos de otros en la red.

La función de pago es una función de utilidad para la cual la utilidad del agente depende de: (i) la

acción propia del individuo, (ii) atributos propios, (iii) acciones de los miembros de la red y (iv) atributos de dichos miembros. Una forma común de función de utilidad es

$$U_i = v_i(\mathbf{x}_i^*, \mathbf{x}_{-i}^*) y_i - \frac{1}{2} y_i^2 + \beta \cdot f(y_i, y_{-i}), \quad [1]$$

donde $|\beta| < 1$.

v_i es la parte privada de la función de utilidad que depende de los atributos de los miembros, pero también (véase más abajo) en la red. El término medio refleja los costes privados de la acción. $f(\cdot)$ es un componente social de utilidad que depende de las acciones propias del agente, de las acciones de otros agentes y también (véase más adelante) de la estructura de la red.

En la parte privada de la función de utilidad, los efectos de red se denominan (véase Manski [1993]) *efectos contextuales* o *efectos exógenos*, capturando la influencia directa de los atributos de otros en las decisiones de la entidad i . En la parte social de la función de utilidad, las influencias de la red se conocen como *efectos endógenos* (también referidos como efectos de compañeros), capturando la influencia de las decisiones de los miembros de la red sobre las acciones propias del agente i .

La estructura de la red se introduce en la función de utilidad a través de las sociomatrices o matrices de adyacencia \mathbf{W}_e (endógena) y \mathbf{W}_x (exógena). Ambas matrices pueden ser iguales o pueden ser diferentes. Estas matrices se pueden redefinir para normalizar la información de sus filas y columnas.

Una formulación típica –y recientemente publicada– usando estas matrices es la de Blume *et al.* (2015):

$$v_i(\mathbf{W}_x, \mathbf{X}) = \mathbf{x}_i^* \boldsymbol{\gamma}^* + \mathbf{W}_{x(i)} \mathbf{X} \boldsymbol{\delta}$$

donde \mathbf{X} es una matriz $N \times K$ de atributos de agentes conectados en la red y $\mathbf{W}_{x(i)}$ denota la fila i -ésima de la matriz. El segundo término captura los efectos contextuales (exógenos) sobre el comportamiento de i . Mientras que el primer término indica que la utilidad privada marginal es lineal en los atributos del individuo. Siempre que \mathbf{x}_i^* incorpore características no observables (privadas) del agente i , es conveniente reescribir esa expresión de la siguiente manera:

$$v_i(\mathbf{W}_x, \mathbf{X}) = \mathbf{x}_i \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{W}_{x(i)} \mathbf{X} \boldsymbol{\delta} + \mathbf{u}_i$$

donde \mathbf{u}_i se refiere a un vector de atributos aleatorios a nivel individuo descriptivos del agente i , por lo que captura la heterogeneidad individual no observable para el analista. Para simplificar, muchos estudios suponen que solo hay un atributo observable y también una característica no observable, aunque no es obligatorio ya que los resultados son fácilmente generalizables. Para completar, obsérvese que $\mathbf{W}_{x(i)} \mathbf{X} = \sum_j \mathbf{W}_{x,ij} X_j$ de modo que el producto puede ser entendido como un promedio ponderado contextual de los vectores de atributos de los agentes.

Por otro lado, el término $f(y_i, y_{-i}, \cdot)$ captura los efectos endógenos $f(y_i, y_{-i}, \mathbf{W}_e)$ y su forma depende de si modelizamos las interacciones sociales como resultados emergentes de las normas sociales o de complementariedades estratégicas. En particular, podemos considerar la acción media de los compañeros del agente i , que es

$$\mathbf{W}_{e(i)} \mathbf{y} = \sum_j \mathbf{W}_{e,ij} y_j$$

En este caso, el agente i puede obtener utilidad del siguiente tipo

$$f(y_i, y_{-i}, \mathbf{W}_e) = \mathbf{W}_e \mathbf{y} y_i = \sum_j \mathbf{W}_{e,ij} y_j y_i$$

lo que implica que un agente obtiene satisfacción por unirse o coincidir (en su acción) con sus compañeros. Por tanto, la función de utilidad será

$$U_i = (y x_i + \boldsymbol{\delta} \mathbf{W}_{x(i)} \mathbf{X} + u_i) y_i - \frac{1}{2} y_i^2 + \beta \cdot \mathbf{W}_{e(i)} \mathbf{y} y_i \quad [2]$$

donde $|\beta| < 1$.

Simétricamente, el agente puede obtener desutilidad cuando no se adecúa con los miembros de la red, es decir, hay una presión social (norma social) para adecuarse, y por tanto la función de utilidad [1] se puede caracterizar como

$$U_i = (y x_i + \boldsymbol{\delta} \mathbf{W}_{x(i)} \mathbf{X} + u_i) y_i - \frac{1}{2} y_i^2 + \frac{1}{2} \beta \cdot (y_i - \mathbf{W}_{e(i)} \mathbf{y})^2 \quad [3]$$

donde $-1 < \beta < 0$. El último término es una distancia entre la acción del agente i y el promedio ponderado de los miembros en red.

Las funciones de utilidad dadas en las expresiones [2] y [3] y postulan la existencia de interac-

ciones sociales tanto endógenas como exógenas. Particularmente, la utilidad marginal asociada con un cambio en y_i aumenta con respecto a la acción media de los miembros de la red, $\mathbf{W} \mathbf{y}$. En las dos funciones de utilidad de [2] y [3], el parámetro β capta la intensidad o el alcance de cualquier interacción social endógena a través de la red:

$$\frac{\partial U_i}{\partial y_i \partial \mathbf{W}_e \mathbf{y}} = \beta$$

refleja que los efectos propios y de los compañeros son complementos.

Por otro lado, la utilidad marginal de y_i también varía con los atributos miembros:

$$\frac{\partial U_i}{\partial y_i \partial \mathbf{W}_x \mathbf{x}} = \delta$$

que indexa la fuerza de efectos exógenos o efectos contextuales. Se puede apreciar que este efecto es común a las dos configuraciones de utilidad, lo que sugiere que ambas caracterizaciones son, en este sentido, equivalentes.

En resumen, $U_i(y_i, y_{-i}, \cdot)$, en cualquiera de las configuraciones, muestra (y por tanto caracteriza) que la utilidad de un agente depende de su propia elección y de las opciones de los demás. Para buscar la mejor función de respuesta de cada agente, se considera que todas las acciones se eligen simultáneamente en un entorno donde la información es incompleta. Cada agente toma la decisión de maximizar la utilidad esperada dada su información privada y la información pública sobre otros, es decir, dado $[x, z_i] \in \mathbb{R}^{N+1}$. Para formar creencias (expectativas) se considera que hay una distribución de probabilidad *a priori*, digamos μ , del conjunto de todos $[x, z_i]$, $i = 1, \dots, N$. Entonces, una distribución condicional de μ dado $[x, z_i]$ refleja la creencia del agente i en los atributos o características de otros miembros de la red (ver Blume *et al.*, 2011, para más detalles sobre las formaciones de expectativas).

Para encontrar la mejor respuesta en este juego de información simultáneamente incompleto (véase Blume, *et al.*, 2015), se requiere el concepto de equilibrio de Bayes-Nash. Una acción de equilibrio es tal que ningún agente puede aumentar su utilidad cambiando su acción dada las acciones de todos los demás agentes de la red, asumiendo que las creencias son correctas.

Precisamente, la condición de primer orden para la acción óptima con [1], dados los perfiles de estrategia de otros agentes, genera la siguiente función de mejor respuesta

$$y_i = \frac{\gamma}{1+\beta} x_i + \frac{\delta}{1+\beta} \mathbf{W}_x \mathbf{x} + \frac{\beta}{1+\beta} \mathbf{W}_e E(\mathbf{y} | \mathbf{x}) + \frac{1}{1+\beta} u_i \quad [4]$$

El modelo econométrico implícito inducido por la expresión [4] conduce, después de configurar o restringir las sociomatrices, al conocido modelo lineal en las medias introducido en la literatura por Manski (1993) y seguido por otros estudiosos. En particular, los modelos lineales en las medias tienen la siguiente sociomatriz (compartida) para cada miembro de la red:

$$w_{ij} = \begin{cases} (N-1)^{-1} & \text{si } i \neq j \\ 0 & \text{si } i = j \end{cases}$$

El observador tiene un conjunto de datos formado a partir de una muestra aleatoria de redes, por lo que es posible que los agentes pertenezcan a una red, pero no a otras, por lo que el agente i podría no estar en red con el agente j . Así pues, dada esta sociomatriz, el modelo [4] se reduce a

$$y_i = \frac{\gamma}{1+\beta} x_i + \frac{\delta}{1+\beta} \bar{x} + \frac{\beta}{1+\beta} E(\bar{y} | \mathbf{x}) + \frac{1}{1+\beta} u_i \quad [5]$$

donde las acciones de los agentes varían en función de la acción media de aquellos a quienes está directamente conectado, \bar{y} , de sus propios atributos observados, x_i , de los atributos medios de los pares directos, \bar{x} , y finalmente de los atributos no observados, u_i .

Resulta interesante destacar que el entorno o localización (esencialmente los vecinos, el barrio, la zona) también pueden servir como un medio para analizar los efectos sociales (véase Durlauf, 2004). Los modelos basados en el vecindario generan sociomatrices a partir de las ubicaciones relativas de los agentes (individuos o empresas). A diferencia de los agentes de modelos lineales en las medias, estos modelos no están divididos en estructuras que no se superponen; sin embargo, sí considera que un agente i pueda tener conexio-

nes con más de un vecindario y, por tanto, su influencia puede ser más extendida que otro agente con menos conexiones. Para este tipo de modelos la sociomatriz es de la siguiente forma

$$w_{ij} = \begin{cases} (n_h)^{-1} & \text{si } j \in n_h \\ 0 & \text{si } j \notin n_h \end{cases}$$

en la que n_h es el número de agentes en el vecindario h , que son agentes a los que está conectado un agente dado, digamos el agente i .

Los modelos lineales en la media (ya sea a través de vecindarios u otros canales) comparten las características de que las interacciones sociales se generan a través del nivel de promedios específicos de grupo y de que existe un solo tipo de conexión entre agentes. Los sociólogos han insistido en que vale la pena considerar redes sociales mucho más ricas de manera que la red permita heterogeneidad en las interacciones a través de pares de agentes. Diferentes tipos de conexiones en una red social tienen un impacto en los resultados potenciales de la red.

Las sociomatrices pueden hacer frente a esta demanda. El modelo lineal en las medias básico asume que \mathbf{W} es binaria, simétrica, que los conectores de la red son bidireccionales y que hay transitividad en la estructura. Para este fin w_{ij} es 1 o 0. Para cada par de agentes i y j , $w_{ij} = 1$ si estos agentes están socialmente conectados y 0 de lo contrario. Sin embargo, \mathbf{W} puede expresar especificaciones más ricas de las relaciones sociales al permitir que los elementos de la sociomatriz sean números reales arbitrarios. En tales modelos, el grado de influencia j en i se mide por la magnitud y el signo del número real w_{ij} .

Por ejemplo, las conexiones entre agentes pueden estar separadas en dos grupos, digamos, fuertes y débiles. El agente i puede tener un número dado de conexiones débiles, n_{iw} , y conexiones fuertes n_{is} . Entonces, la sociomatriz tiene la siguiente forma

$$\begin{cases} (n_{iw} + n_{is})^{-1} & \text{si } j \text{ está débilmente conectado con } i \\ \theta (n_{iw} + n_{is})^{-1} & \text{si } j \text{ está fuertemente conectado con } i \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases}$$

donde el parámetro θ es una tasa indicativa de la fuerza de conexiones fuertes respecto de las conexiones débiles.

La ecuación de comportamiento [4] proporciona también un puente intuitivo entre la interacción social y la interacción espacial. Tal ecuación puede ser interpretada como un modelo espacial autorregresivo (SAR) con un desfase espacial. De hecho, la sociomatriz \mathbf{W}_e podría capturar la fuerza de las interacciones sociales entre dos agentes, pero también el efecto de cualquier clase de distancia social o geográfica. Esta relación ha sido defendida en Lee (2007), Bramoullé *et al.* (2009) y Lee *et al.* (2010), permitiendo una estructura social también en el término de error. En particular, las autocorrelaciones de tipo espacial en los errores suponen que el vector de *shocks*, para un agente dado de un grupo dado, consiste en la suma de afectos fijos específicos de grupo y un componente estocástico específico de grupo. Tales relaciones de grupo se caracterizan por otra sociomatriz, digamos \mathbf{W}_g , coincidente o no con \mathbf{W}_x y/o \mathbf{W}_e .

Identificación económica

Hemos comentado anteriormente que la ecuación de equilibrio de Bayes-Nash [4] abarca una rica variedad de estructuras o tipos de red, lo que de hecho indica que los modelos lineales, como los que se estudian y aplican en la literatura, tienen un fundamento de comportamiento económico. Aunque esta fundamentación microeconómica es importante, los investigadores han centrado más su atención en analizar en qué circunstancias (condiciones) se identifican los modelos implicados por [4].

La identificación es central en estos tipos de modelos, por lo que vale la pena ampliar un poco más su tratamiento antes de entrar en los detalles econométricos. En esencia, la identificación significa la capacidad de recuperar (α, δ, γ) a partir del conjunto de observables. En este entorno micromotivado, esto implica identificar los parámetros de la función de utilidad. Escribamos el modelo de [4] en forma matricial

$$\mathbf{y} = \gamma^* \mathbf{X} + \delta^* \mathbf{W}_x \mathbf{X} + \beta^* \mathbf{W}_e \mathbf{E}(\mathbf{y} | \mathbf{x}) + \tilde{\mathbf{u}}$$

Siempre que se observe el vector \mathbf{y} , el analista se enfrenta al siguiente modelo de muestreo análogo

$$\mathbf{y} = \gamma^* \mathbf{X} + \delta^* \mathbf{W}_x \mathbf{X} + \beta^* \mathbf{W}_e \mathbf{y} + \tilde{\mathbf{u}}$$

que puede resolverse en \mathbf{y}

$$\mathbf{y} = (\mathbf{I} - \beta^* \mathbf{W}_e)^{-1} (\gamma^* \mathbf{X} + \delta^* \mathbf{W}_x \mathbf{X}) + (\mathbf{I} - \beta^* \mathbf{W}_e)^{-1} \tilde{\mathbf{u}}$$

A continuación, supongamos, por simplicidad, que las sociomatrices son las mismas y que solo hay efectos endógenos en el modelo. La última ecuación entonces se simplifica

$$\mathbf{y} = (\mathbf{I} - \beta^* \mathbf{W})^{-1} (\gamma^* \mathbf{X}) + (\mathbf{I} - \beta^* \mathbf{W})^{-1} \tilde{\mathbf{u}} \quad [6]$$

Si consideramos la expansión en serie habitual

$$(\mathbf{I} - \beta^* \mathbf{W})^{-1} = \sum_{k=0}^{\infty} \beta^{*k} \mathbf{W}^k$$

y la introducimos en [5] se tiene

$$\mathbf{y} = \sum_{k=0}^{\infty} \beta^{*k} \mathbf{W}^k (\gamma^* \mathbf{X}) + \sum_{k=0}^{\infty} \beta^{*k} \mathbf{W}^k \tilde{\mathbf{u}}$$

que operando se puede expresar del siguiente modo

$$\mathbf{y} = \gamma^* \mathbf{X} + \left[\beta^* \gamma^* \sum_{k=0}^{\infty} \beta^{*k} \mathbf{W}^{k+1} \right] \mathbf{X} + \left[\sum_{k=0}^{\infty} \beta^{*k} \mathbf{W}^k \right] \tilde{\mathbf{u}}$$

La última expresión muestra el *efecto del multiplicador social*, comentado en el ejemplo de la introducción, y sirve para poner de manifiesto la importancia de los efectos de las redes. Consideremos para ilustrarlo una política (pública o privada) que aumenta en d el valor de x_i correspondiente al agente i -ésimo. El cambio afecta, en primer lugar, al resultado directo del agente i -ésimo en $d\gamma^*$. Entonces, los contactos (en red) del agente i -ésimo reaccionarán como mejor respuesta (reacción) contribuyendo al aumento en el resultado experimentado por el agente i -ésimo, y, por tanto, todos los contactos (amigos) del agente experimentarán una variación del resultado, en concreto de $d\gamma^* \beta^* \mathbf{W}$. Como consecuencia de esta segunda ronda de reacciones, los amigos de los amigos del agente i cambian (como mejor respuesta) sus resultados por $d\gamma^* \beta^{*2} \mathbf{W}^2$. En general, en la k -ésima ronda de efectos, el cambio será $d\gamma^* \beta^{*(k-1)} \mathbf{W}^{(k-1)}$. El efecto a largo plazo o completo del cambio inicial en x_i sobre la respuesta óptima será

$$d\gamma^* (\mathbf{I} - \beta^* \mathbf{W})^{-1}$$

que tiene el significado de multiplicador social.

Obsérvese que de acuerdo con la noción de multiplicador social, los responsables de la formulación de políticas pueden aprovechar la estructura de la red social \mathbf{W} para orientar eficazmente las intervenciones; pueden hacerlo a bajo coste, siempre

y cuando el coste de perturbación x_i no varíe con i . Para que este resultado sea operativo, es preciso que los efectos endógenos (pero también los exógenos) puedan ser identificados y distinguidos de otras fuentes de heterogeneidad. Dicho de otra manera, los resultados de los miembros en una red común tienden a covariar. Aislar (identificar) la verdadera naturaleza de esta covarianza, ya sea a partir de efectos desbordamiento o de la propia heterogeneidad es útil. La distribución de los resultados únicamente puede modificarse añadiendo o eliminando los enlaces de las redes, siendo entonces una potencial herramienta política de bastante calado.

En paralelo, se aprecia el importante papel de las sociomatrices. Como en el contexto de la econometría espacial y la estadística espacial, las sociomatrices han sido consideradas como piezas centrales de análisis y, en general, se las ha considerado como información dada para el investigador o el analista. Es posible que las sociomatrices sean escogidas por razones teóricas, pero también es posible que sean solo construcciones empíricas. Por tanto, es una suposición común considerar la matriz \mathbf{W} como dada.

El hecho de que la gran mayoría de los estudios aplicados y teóricos hayan considerado que \mathbf{W}_e y \mathbf{W}_x sean la misma constituye, *a priori*, una limitación, porque no está suficientemente justificado por qué las ponderaciones deben coincidir. Por otra parte, parece más factible obtener información sobre la matriz de efectos exógenos, \mathbf{W}_x , que para \mathbf{W}_e , que captura una propensión primitiva a actuar de manera similar a otros. A veces se puede pensar que \mathbf{W}_x se forma a partir de algún tipo de distancia (social o incluso física). La investigación teórica reciente sobre cómo identificar el modelo consiste en buscar las restricciones que permiten la identificación cuando solo hay conocimiento de \mathbf{W}_x , pero no de \mathbf{W}_e .

La distinción entre \mathbf{W}_e y \mathbf{W}_x está bien establecida en un contexto de econometría espacial y, lo que es más importante, esta literatura ha tratado recientemente con el tema de sociomatrices desconocidas, precisamente indicando que bajo ciertas condiciones no necesariamente tienen que ser completamente conocidas. En la práctica, el observador-investigador tiene información sobre las conexiones entre individuos o empresas, pero no las sociomatrices mismas. En este contexto, el investigador necesita interpretar los datos sobre conexiones directas en términos de sociomatrices. Consideremos, por ejemplo, el caso de un conjunto de datos formado a partir de una encuesta en la que los encuestados indican a quien están conec-

tados, pero no los pesos correspondientes a cada relación. Una vez más, este hecho resalta el vínculo entre la literatura econométrica para las redes y la literatura econométrica espacial.

Identificación econométrica

Como se ha indicado, en las últimas décadas ha habido un resurgimiento del interés por la interacción social, los efectos de vecindad y las dinámicas sociales, lo que ha impulsado la investigación sobre el tema. Al mismo tiempo, la literatura aplicada ha recibido un fuerte impulso, especialmente después de los trabajos seminales de Manski (1993), Brock y Durlauf (2001) y Moffit (2001). El primero de ellos acuñó el término «problema de reflexión» que aparece cuando, observando el comportamiento de una población, intentamos inferir si el comportamiento en un grupo influye en las decisiones de los individuos que forman parte del mismo grupo. Es difícil desentrañar si el comportamiento colectivo del grupo está causando las decisiones de los individuos o el primero es un mero reflejo de estas últimas. Este problema aparece explícitamente en la ecuación [4], donde $E(\mathbf{y}|\mathbf{x})$ integra y_i , y ha sido la razón de una discusión econométrica intensa.

Una consecuencia de la reflexión es que hace que el modelo no sea identificado, a menos que las investigaciones introduzcan información adicional. La identificación es problemática en este tipo de modelos y debe ser revisada caso por caso. Por ejemplo, el problema con el ejemplo de (5) es que la media condicional de y es proporcional a las características medias de los agentes en la red, $E(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = (\gamma + \delta) E(\mathbf{x})$. Para romper con esta restricción se necesitaría más heterogeneidad en la forma, por ejemplo, de una muestra hecha de varias redes, una secuencia de sociomatrices con pesos diferentes de [5], no linealidades (Brock y Durlauf, 1995) o recurrir directamente a la aproximación experimentalista (Keane, 2010).

El problema de identificación está estrechamente relacionado con la forma en que los individuos interactúan. Podemos distinguir dos enfoques principales: a través de las redes sociales (una estructura hecha de nodos, individuos, que están atados por algún tipo específico de dependencia como la amistad, la colaboración científica, la ubicación espacial, etc.) o en grupos (hay una partición de la población en subconjuntos para que cada individuo se vea afectado por todos los demás en su grupo, pero ninguno fuera de él; los ejemplos clásicos son

compañeros en un aula o patrones de segregación). Como se muestra en Bramoullé *et al.* (2009), la identificación es más fácil en el caso de la interacción grupal donde, en general, basta con que al menos dos grupos tengan diferentes tamaños (por supuesto, debe haber efectos sociales en el modelo). Esta es su proposición 2, donde la identificación surge debido al impacto de los tamaños de grupo en los coeficientes de forma reducida dentro de cada grupo. En el caso de la interacción a través de las redes sociales y de acuerdo con la proposición 3 de Bramoullé *et al.* (2009), las condiciones son también la existencia de interacciones sociales y además la restricción que la sociomatrix endógena, \mathbf{W}_e , su cuadrado, \mathbf{W}_e^2 y la matriz identidad, \mathbf{I} , sean linealmente independientes. En este caso, la identificación surge del uso de variables instrumentales construidas como potencias de la sociomatrix que multiplican las variables de x . Una condición suficiente es la existencia de tríadas intransitivas en la red que implican que los amigos de los amigos no son necesariamente mis amigos o que los vecinos de los vecinos no son necesariamente mis vecinos. El trabajo reciente de Blume *et al.* (2015), precisamente muestra que esta independencia es la norma más que excepción.

VI. CONCLUSIONES

Uno de los principales puntos que destaca este trabajo es que el tratamiento econométrico del análisis de la red social (interacción) es muy similar a lo que habitualmente se denomina econométrica espacial. La naturaleza misma de los modelos de interacción social y la economía espacial tienen un origen común, a saber, el multiplicador social. La distancia puede entenderse en términos físicos, pero no solo. Las distancias sociales, como un término que incluye nociones como distancias políticas, lingüísticas, cognitivas y genéticas —entre otras— son elementos centrales y comunes de la econométrica espacial y el análisis de redes sociales. Esto explica que ambas líneas de investigación, aunque a través de diferentes vías, han llevado a compartir las principales cuestiones técnicas, como por ejemplo el papel de las sociomatrices de tipo W , y las preocupaciones de identificación.

Hay varias cuestiones que son relevantes y no se han desarrollado. Por un lado, está el hecho singular de que el análisis de redes ha desarrollado su *software* específico. Por otro, está el hecho de cómo seleccionar el modelo de red y cómo estimarlo. El lector interesado puede completar la lectura de estos aspectos y otros en la obra editada de Commendatore *et al.* (2016).

NOTAS

(*) Especialmente estoy agradecido a mi coautor en estos y otros tópicos, JESÚS MUR, por su contrastada generosidad intelectual.

(1) En este apartado se sigue la exposición de MATILLA-GARCÍA y MUR (2016).

BIBLIOGRAFÍA

- ATALAY, E.; HORTACSU, A.; ROBERTS, J., y C. SYVERSON (2011), «Network Structure of Production», *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 108: 5199-5202.
- BENHABIB, J.; BISIN, A., y M. JACKSON (eds.) (2011), *Handbook of Social Economics*, vol. 1, Elsevier, North-Holland.
- BLUME, L. E.; BROCK, W. A.; DURLAUF, S. N., y Y. M. IOANNIDES (2011), «Identification of Social Interactions», en *Handbook of Social Economics*, ed. by BENHABIB, J. BISIN, A. and JACKSON, M. Volume 1, 853-964.
- BLUME, L. E.; BROCK, W. A.; DURLAUF, S. N., y R. JAYARAMAN (2015), «Linear social interactions models». *Journal of Political Economy*, 123: 444-96.
- BRAMOULLÉ, Y.; DJEBBARI, H., y B. FORTIN (2009), «Identification of peer effects through social networks», *Journal of Econometrics*, 150: 41-55.
- BROCK, W., y S. DURLAUF (1995), «Discrete Choice with Social Interactions I: Theory», *Working paper* 5291, Madison: Social Science Research Institute.
- (2001), «Interactions-base models», en HECKMAN, J. J., LEAMER, E. E. (eds.): *Handbook of Econometrics*, North-Holland, Amsterdam, pp. 3297-3380.
- COMMENDATORE, P.; MATILLA-GARCÍA, M.; VARELA, L. M., y J. S. CÁNOVA (2016), «Complex Networks and Dynamics», *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer Verlag, Suiza.
- DUESENBERY, J. S. (1949), *Income, Saving, and the Theory of Consumer Behavior*, Harvard University Press, Cambridge.
- DURLAUF, S. (2004), «Neighborhood Interactions», en *Handbook of Regional and Urban Economics* 4.
- FAFCHAMPS, M., y S. LUND, (2003), «Risk Sharing Networks in Rural Philippines», *Journal of Development Economics*, 71: 261-287.
- HSIEH C.-S., y L. F. LEE (2014), «A Social Interactions Model With Endogenous Friendship Formation and Selectivity», *Journal of Applied Econometrics*, doi: 10.1002/jae.2426
- KEANE, M. P. (2010), «Structural vs. Atheoretic Approaches to Econometrics», *Journal of Econometrics*, 156: 3-20
- LEE, L. (2007), «Identification and estimation of econometric models with group interactions, contextual factors and fixed effects», *Journal of Econometrics*, 140: 333-374
- (2010), «Identification and estimation of econometric models with group interactions, contextual factors and fixed effects», *Econometrics Journal*, 140: 333-74.
- LEE, L. F., y J. YU (2010a), «A dynamic panel estimator with both fixed and spatial effects», *Econometric Theory*, 26: 564-597
- (2012), «QML Estimation of Spatial Dynamic Panel Data Models with Time Varying Spatial Weights Matrices», *Spatial Economic Analysis*, 7: 31-74.
- LEE, L. F.; LIU, X., y X. LIN (2010b), «Specification and estimation of social interaction models with network structures», *The Econometrics Journal*, 13: 145-176.
- LEIBENSTEIN, J. (1950), «Bandwagon, Snob, and Veblen Effects in the Theory of Consumer's Behavior», *Quarterly Journal of Economics*, 44: 183-207.
- LIU, X., y L. F. LEE (2010), «GMM estimation of social interaction models with centrality», *Journal of Econometrics*, 159: 99-115.
- MANSKI, C. (1993), «Identification of Endogenous Social Effects: The Reflection Problem», *The Review of Economic Studies*, 60: 531-542.
- MATILLA-GARCÍA, M., y J. MUR (2016), «Econometric aspects of social networks», en: COMMENDATORE P. et al. *Complex networks and dynamics, Lectures Notes in Economics and Mathematical Systems*, Springer, Suiza: 65-91.
- MOFFITT, R. A. (2001), «Policy interventions, low-level equilibria, and social interactions», en: DURLAUF, S., YOUNG, H.P. (eds.): *Social Dynamics*. MIT Press, Cambridge: 45-82.
- SCHELLING, T. (1971), «Dynamic Models of Segregation», *Journal of Mathematical Sociology*, 1: 143-86.
- (1972), «A Process of Residential Segregation, Neighborhood Tipping», en *Racial Discrimination in Economic Life*, ed. by A. PASCAL. Lexington, MA.
- (1978), *Micromotives and Macromotives*, Norton, Nueva York.
- VEBLEN, T. (1934): *The Theory of Leisure Class: An Economic Study of Institutions*, Modern Library, Nueva York.