

LA EFICIENCIA TECNICA DE LAS CAJAS DE AHORROS ESPAÑOLAS Y SUS FACTORES DETERMINANTES

El estudio de la eficiencia de las entidades financieras es un tema de permanente interés, que se aviva en los últimos años como consecuencia de un aumento en las presiones competitivas internas y externas que soportan los bancos y cajas de ahorros españoles. Este trabajo de **Diego Prior** y **Vicente Salas** presenta una contribución a dicho estudio, dentro de la cual se hace una evaluación del nivel de eficiencia técnica de las cajas de ahorros españolas a finales de los años ochenta, al mismo tiempo que se analizan factores internos y externos a las mismas que explican las diferencias de eficiencia observadas. La principal conclusión del estudio es que las variables más significativas de las diferencias de eficiencia entre las cajas de ahorros españolas son aquellas relacionadas con las condiciones operativas bajo las cuales actúa cada entidad; en particular, el tamaño de sus oficinas y el volumen de saldo en las cuentas de los clientes (*).

INTRODUCCION

LOS primeros estudios sobre la eficiencia de las entidades de crédito centraron su atención en las ineficiencias derivadas de un tamaño de la entidad que no permite el total aprovechamiento de las economías de escala o de gama. Se trataba, por tanto, de explicar previsible diferencias en los costes medios unitarios de transformación y/o financieros en función de una escala de la entidad más o menos alejada de la escala que hace mínimo el coste medio unitario (escala eficiente). La lectura más minuciosa de la evidencia empírica disponible pronto reveló que dentro de

una misma escala o dimensión existían empresas con costes medios unitarios muy dispares; es decir, una parte sustancial, y con frecuencia la más importante, de las diferencias en los costes unitarios no podía atribuirse al hecho de operar con una escala de producción alejada de la escala eficiente. La atención se desvía entonces a preguntarse por qué se producen las diferencias de costes entre empresas con un tamaño similar.

Un factor identificado en la literatura económica como determinante de las diferencias de eficiencia, distinto de la escala de producción, es el de la *ineficiencia X* de Leibenstein. De acuerdo con este autor, las empresas que operan en mercados poco competitivos mostrarán una conducta *más relajada* en su propósito de extraer el máximo *output* posible de los factores de producción que utilizan, de tal manera que la relación observada entre cantidad de factores y volumen de producto para estas empresas se alejará improductivamente del conjunto que constituye la frontera de posibilidades tecnológicas de producción. Para unos precios dados de los factores productivos, utilizar diferentes cantidades de los factores para obtener un mismo volumen de producto significa también producir a costes unitarios decrecientes. La *laxitud* de la organización en los procesos productivos y decisorios internos puede quedar reflejada, además de en utilizar combinaciones de recurso-producto alejadas de la frontera de posibilidades tecnológicas de producción (ineficiencia técnica), en combinar los recursos productivos en proporciones relativas que no se correspondan con las que, atendiendo a los precios relativos de esos factores, aseguran la minimización de los costes de producción (ineficiencia asignativa). Por tanto, y de acuerdo con esta explicación, las empresas y, en particular, las entidades financieras que operan en mercados más o menos competitivos para sus productos finales, mostrarán grados de eficiencia diferentes porque estarán sujetas en un grado distinto a las condiciones de funcionamiento que postula la teoría de la ineficiencia X. En el análisis de la eficiencia de las entidades de crédito, éste puede ser un factor explicativo importante, dado que la regulación a que están sujetas estas entidades busca, en muchos casos, evitar que el proceso competitivo alcance las máximas consecuencias destructivas: cierre por crisis de bancos o cajas; es decir, sacrificar disciplina competitiva para evitar consecuencias negativas como el *pánico* bancario.

La tercera explicación de las diferencias en el nivel de eficiencia que alcanzan las entidades fi-

nancieras, especialmente la que se evalúa a través de costes unitarios mayores o menores, tiene que ver con el carácter multiproducto de su *output*. El papel de las economías de escala en la explicación de los costes debe evaluarse conjuntamente con la influencia que sobre esos costes pueda tener la existencia de economías de gama, lo cual implica dificultades técnicas adicionales. Pero no tenerlas en cuenta supone el riesgo de atribuir diferencias observadas en los costes unitarios a diferencias en el nivel de eficiencia, cuando en realidad estas diferencias se deben a que las empresas comparadas realizan una gama de actividades (productos y servicios) diferente y, por tanto, aprovechan en un grado distinto las economías de gama existentes.

La cuarta, y última en este caso, de las explicaciones para las diferencias de eficiencia observadas entre las empresas tiene que ver con las condiciones operativas bajo las que producen. Las economías de escala pueden actuar a escala de planta o unidad de producción y a escala de empresa; es decir, para aquellas actividades, como administración, comercialización o investigación y desarrollo, que afectan al conjunto de plantas. Dos empresas de igual tamaño total, pero que distribuyen sus actividades en un número diferente de plantas, y por tanto con un volumen desigual por planta, mostrarán diferencias en eficiencia como empresa si existen economías de escala importantes en las plantas de producción. Las entidades financieras son empresas multiplanta, puesto que desarrollan sus funciones a través de la red de oficinas y, por lo tanto, la evaluación de su eficiencia debe hacerse ajustando la influencia que puede tener sobre la misma el tamaño medio de las oficinas de cada entidad. Con frecuencia, los servicios financieros que prestan las entidades de crédito y ahorro difieren también en función de las características de sus clientes, muchas de las cuales pueden quedar reflejadas en un mayor o menor volumen de saldo por cuenta que mantiene cada cliente en su banco o caja de ahorros. En general, no será lo mismo, en cuanto a volumen de recursos a consumir para prestar los servicios financieros pertinentes, que el volumen de negocio de una oficina se distribuya entre un número relativamente grande de clientes con bajo saldo medio o entre un número relativamente pequeño de clientes con saldo medio mayor por cliente. En suma, la evaluación de la eficiencia requerirá tener en cuenta las condiciones operativas bajo las que se desenvuelve una entidad financiera, sintetizadas en el tamaño medio de sus oficinas y en el saldo medio de sus clientes.

La exposición precedente sobre los determinantes de la eficiencia empresarial se resume del siguiente modo. Existen, en primer lugar, factores externos a las empresas, como el grado de competencia que soportan en sus mercados respectivos de productos. Existen, en segundo lugar, factores internos a ellas, como su tamaño, gama de productos y condiciones operativas bajo las que llevan a cabo la producción y venta. Si cuando se han tenido en cuenta todos estos factores todavía quedan diferencias de eficiencia por explicar, las deberemos atribuir a factores idiosincrásicos de cada empresa, como calidad de los recursos, humanos y de todo tipo, ventajas localizacionales, capacidad organizativa y gerencial, etcétera.

El presente trabajo sobre la evaluación y determinantes de la eficiencia de las cajas de ahorros españolas tendrá en cuenta los factores determinantes apuntados, proponiendo un esquema explicativo de su eficiencia altamente desagregado y preciso. A través de él, se comprueba que los factores internos y externos ya indicados en párrafos anteriores explican prácticamente todas las diferencias de eficiencia técnica en la prestación de servicios financieros por parte de las cajas de ahorros españolas.

Lo expuesto acerca de los determinantes de la eficiencia debe completarse con algunas referencias a las metodologías utilizadas en su evaluación. Existen, de un lado, indicadores parciales de productividad donde se relaciona una medida de *output* o producto, volumen de depósitos por ejemplo, con una medida de recursos empleados, número de trabajadores. Las limitaciones de este tipo de indicadores son muy evidentes, puesto que la productividad aparente de un recurso productivo puede estar muy influida por la cantidad utilizada de otros recursos.

En segundo lugar, se deben mencionar las metodologías apoyadas en técnicas econométricas, que permiten la estimación de funciones de producción y de costes. En los trabajos de esta índole, el término de error (desviación entre el valor observado de las variables y el ajustado por la función estimada) se atribuye a errores estocásticos y de medida. Obtenida la función, será posible determinar qué parte de las diferencias de costes pueden venir explicadas por factores de tamaño (economías de escala) o por el mantenimiento de una composición de productos más o menos eficiente (economías de gama). Esta metodología adolece de una notable limitación: no supone la existencia de

ineficiencias técnicas, y éstas pueden ser muy superiores a las economías de escala o de gama; de hecho, Berger, Hunter y Timme (1993) afirman que, en el contexto de las instituciones financieras norteamericanas, las ineficiencias técnicas explican más del 20 por 100 de los costes, mientras que las ineficiencias de escala y gama, cuando éstas son correctamente estimadas, no llegan a representar el 5 por 100 de los costes totales.

Una aproximación alternativa se inició con el pionero trabajo de Farrell (1957), lo cual dió origen a la *evaluación frontera*. Frente a la anterior, esta metodología acepta la existencia de ineficiencia técnica; es decir, una vez identificadas las mediciones inmejorables o frontera, se determina la distancia que separa a cada entidad del nivel en el que conseguiría el máximo de producción con los mínimos costes o, en su caso, con el menor consumo de factores posible. La metodología frontera dispone de diferentes alternativas para realizar la evaluación de la eficiencia. Así, la frontera será *paramétrica* cuando se precise la definición previa de una función de producción o de costes y *no paramétrica* cuando ello no se requiera; por otra parte, será *determinista* si supone que todo alejamiento de los niveles óptimos son debidos exclusivamente a ineficiencia y *estocástica* cuando se supone la presencia de errores aleatorios en los datos.

Cada una de las anteriores variantes presenta ciertas ventajas, pero también inconvenientes. La frontera no paramétrica no requiere optar a priori por forma funcional alguna, con lo cual son las mediciones disponibles y sus combinaciones lineales las que ejercen la evaluación, pero no acepta la existencia de errores en los datos y, por tanto, es posible que cuantifique como ineficiencia fenómenos que son puramente estocásticos.

Por su parte, la frontera paramétrica más extendida es la estocástica; su aplicación más general consiste en descomponer el error en el modelo de regresión en dos términos: uno que mide ineficiencias, y se extrae de una distribución de probabilidades asimétrica, y otro que recoge fenómenos puramente aleatorios, y se extrae de una distribución simétrica. El mayor inconveniente de los métodos paramétricos es que requieren la definición *ex ante* de una determinada función, factor que puede ser decisivo al computar los errores.

Lógicamente, sería deseable aunar ventajas y formular un modelo de evaluación no paramétrico estocástico; sin embargo, en estos momentos, las

posibilidades son limitadas, pues se plantean importantes problemas computacionales y son inadaptables a empresas multiproducto. En este trabajo, utilizaremos fundamentalmente la evaluación frontera no paramétrica (cuyo proceso de evaluación se describe en la sección I), aunque complementaremos nuestra evaluación con un estudio econométrico de los factores que intervienen en los niveles de eficiencia que consiguen las entidades evaluadas (a ello se dedican las secciones II y III).

Otro aspecto metodológico importante en la medición de la eficiencia se refiere a la definición de los *inputs* y *outputs* propios de la empresa financiera. En efecto, a los habituales problemas que plantean las empresas multiproducto se debe añadir otros, y no menos importantes, que son específicos del sector de empresas del que tratamos, tales como los procesos de producción conjunta o interdependiente (un depósito permite a su titular percibir un cierto rendimiento y, a la vez, obtener una serie de servicios: custodia y asunción de riesgos, dotación de medios de pago, resumen contable de las transacciones realizadas...). Este hecho ha significado, por ejemplo, que los depósitos sean considerados alternativamente como *output* o *input* en alguno de los trabajos relacionados con la eficiencia de la empresa bancaria. En este sentido, Colwell y Davis (1992), al observar la tremenda diversidad de definiciones que se suelen aportar, se atreven a afirmar que los trabajos sobre eficiencia bancaria son casos de *medición sin teoría*; en otros términos, es preciso profundizar en la teoría de la empresa bancaria de tal forma que queden convenientemente relacionados los diferentes servicios que ofrece el sector financiero, y así obtener unas mediciones del *output* que sean consistentes y permitan la evaluación de su eficiencia con garantías de fiabilidad en la comparación. Precisamente, en la sección II incluimos la concepción teórica que utilizamos en nuestra aplicación y la definición que de ella se deriva de los *inputs* y *outputs* relacionados con la actividad de las cajas de ahorros.

I. DESCRIPCIÓN DE LA METODOLOGÍA FRONTERA NO PARAMÉTRICA

La teoría de la producción considera que toda organización productiva emplea diversos factores o *inputs* (x_i ; $x_i \in R_+$) para obtener varios productos u *outputs* (u_j ; $u_j \in R_+$). Asimismo, se asume que los factores son transformados en pro-

ductos mediante un determinado proceso de elaboración (*tecnología de la producción*), y también que tanto los factores como los productos son susceptibles de intercambio.

En este sentido, los primeros trabajos que, surgidos de la teoría de la producción, trataron de la eficiencia económica y su medida fueron realizados por Koopmans (1951 y 1957) y Debreu (1951).

Koopmans (1951) definió una combinación posible de productos y factores como *técnicamente eficiente* si es imposible incrementar cualquier producto, o reducir cualquier factor, sin, al menos, reducir otro producto o aumentar el consumo de otro factor.

Por su parte, Debreu (1951) aportó una medida del grado de eficiencia técnica: el *coeficiente de utilización de recursos*. Tal coeficiente quedó definido como (σ), siendo $(1 - \sigma)$ el coeficiente de reducción máxima en todos los factores que es compatible con el mantenimiento del nivel inicial de los productos. Ello expresado en términos más formales:

$$[x \cdot (1 - \sigma) = x^*; x^{opt} = x - x^*; u \text{ constante}]$$

Sin embargo, se debe a Farrell (1957) la primera descomposición de la eficiencia (*eficiencia global*) en dos componentes claramente diferenciados: *eficiencia técnica* y *eficiencia asignativa*. No obstante, la formalización de Farrell consideraba una tecnología muy simple, de la que se obtenía un único producto.

Vamos a exponer la metodología de Farrell mediante el análisis gráfico. Para ello, partamos de su definición de eficiencia de una empresa que, supongamos, obtiene un único producto con el consumo de un único factor: «Existe eficiencia productiva cuando se logra un volumen máximo de producción con un nivel dado de factor o, alternativamente, si el consumo de factor es el mínimo posible para lograr un cierto volumen de producción». Del gráfico 1 podemos obtener las dos versiones de esta definición de eficiencia.

Supongamos que dos empresas (1 y 2) obtienen la misma producción (simbolizada por u) para lo cual consumen, respectivamente, distintas cantidades (x_1 y x_2) de un único factor de producción (x).

Definamos ahora el nivel de eficiencia comparativa de la empresa 2 respecto a la empresa 1, a partir de la consideración del nivel de producción que se obtiene:

$$\frac{\frac{x_1}{u}}{\frac{x_2}{u}} = \frac{x_1}{x_2}$$

Este índice, lógicamente, será inferior a la unidad, valor que se obtendría si con un nivel de consumo de x_2 se consiguiese un volumen de producción igual a u_2 .

Alternativamente, para un consumo de factores constante (x_2), el índice de eficiencia comparativo podría formularse:

$$\frac{\frac{x_2}{u_2}}{\frac{x_2}{u}} = \frac{u}{u_2}$$

Si ampliamos ahora el análisis al caso más usual de dos factores: capital (x_1) y trabajo (x_2), es posible

GRAFICO 1

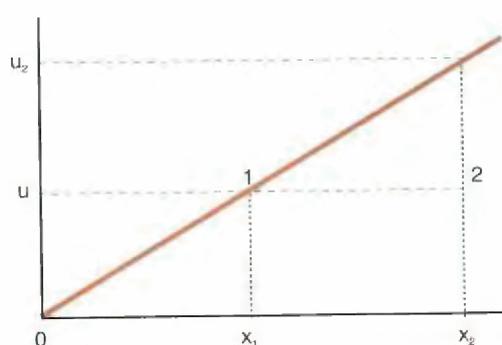
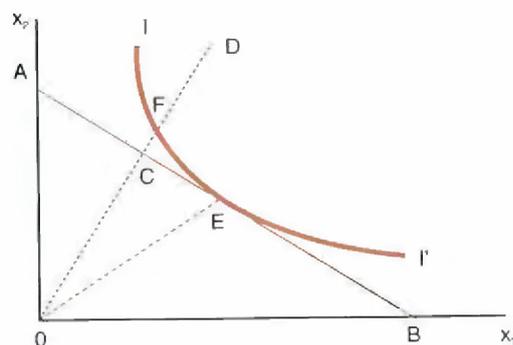


GRAFICO 2



definir la frontera de consumos eficientes como aquel conjunto de puntos que, dado el estado actual de la tecnología, ofrece la mejor combinación de factores para un nivel dado de producción. En los términos definidos por Farrell, es posible exponer esta situación con la ayuda del gráfico 2.

Dada la isocuanta (II'), el punto óptimo de producción está representado por E , ya que se está obteniendo la máxima producción con el mínimo coste de los factores (debido a la tangencia de la isocuanta II' con la recta isocoste AB).

Siguiendo a Farrell, la empresa simbolizada por el punto D es ineficiente por dos motivos:

a) Porque no se está operando en la frontera eficiente. El indicador de esta ineficiencia viene dado por la razón OF/OD (*ineficiencia técnica*).

b) Porque el coste total de los factores del punto F es superior al que registra el punto E . El indicador de esta ineficiencia viene dado por la razón OC/OF (*ineficiencia asignativa*).

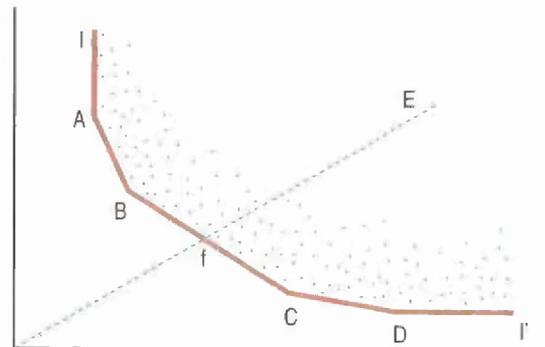
De esa forma, Farrell definió la medida de eficiencia (o ineficiencia) global como el producto de las dos medidas anteriores:

$$\frac{F}{OD} \cdot \frac{OC}{OF} = \frac{OC}{OD}$$

Si prestamos atención a la eficiencia técnica, la definición de Farrell puede expresarse como una *ratio* entre los factores consumidos por unidad de producto obtenido. En el gráfico 3 presentamos una supuesta disposición de tales *ratios* para un conjunto de empresas suponiendo, adicionalmente, que la tecnología de la producción es lineal y que presenta rendimientos constantes a escala (más adelante, se detallará la relevancia de los supuestos tecnológicos que pueden darse).

De las distintas combinaciones de factores, sólo son eficientes aquellos puntos contenidos en la solución frontera (II'), ya que representan un menor consumo de factores para un nivel fijo de producción. Por tanto, tendrán una eficiencia técnica máxima (unitaria) los puntos A , B , C y D . Supongamos que estamos evaluando la eficiencia técnica de la empresa cuya combinación de factores está representada por el punto E . Lógicamente, dada la disposición de la frontera eficiente, el punto E presentará ineficiencia técnica, pues de las observaciones de otras empresas se deduce que es posible producir con un menor consumo de factores. Concretamente, si la empresa E adaptara la tecnología,

GRAFICO 3



organización o sistemas de producción de las empresas que revelan una mayor eficiencia, podría situarse en el punto f (obsérvese que este punto es una combinación lineal de los puntos B y C). De esta forma, una medida de la eficiencia de la empresa E vendrá dado por la razón Of/OE .

A partir de la exposición de Farrell que acabamos de sintetizar, Färe (1975) y Färe y Grosskopf (1983) han desarrollado esta pionera decomposición para el caso de múltiples productos y con un mayor grado de desagregación de las causas que originan la situación de ineficiencia técnica. De esa forma, han ido apareciendo nuevas aportaciones (Forsund y Hjalmarsson, 1979, y Banker, Charnes y Cooper, 1984, entre otros) que permiten desglosar del índice de eficiencia técnica aspectos tales como la *existencia de congestión* en la combinación de factores, o la distancia respecto a una escala de producción óptima (*ineficiencia de escala*).

En este contexto, el estudio habitual de la eficiencia técnica a través de los modelos frontera parte de considerar una tecnología lineal que incluye k mediciones ($i = 1, \dots, k$), cuyo consumo de factores ($x_i = x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}$), se recoge en la matriz N (de orden $k \times n$), para obtener múltiples productos ($u_i = u_{i1}, u_{i2}, \dots, u_{im}$) que se integran en la matriz M (de orden $k \times m$).

La referencia tecnológica más común asume rendimientos constantes a escala, y queda representada en el siguiente conjunto de requerimientos de factores productivos (o correspondencia de factores):

$$L(u_i) = \{x : z \cdot M \geq u_i, x \geq z \cdot N, z \in R_+\}$$

donde z ($z = z_1, z_2, \dots, z_k$) es un vector de intensi-

dad que facilita la obtención de combinaciones convexas a partir de las mediciones disponible; así pues, z denota el nivel de intensidad con el que cada medición participa en una determinada combinación. En otros términos, a cada vector de productos (u_i) se asigna un conjunto de vectores de factores [$L(u_i) = x$] que incluye todas las posibles combinaciones lineales de distintas mediciones que garantizan la obtención del nivel de producción u_i .

Seguidamente, y dados los vectores de productos (u_i) y factores (x_i) correspondientes a la empresa que se evalúa, se cuantifica el valor de un *coeficiente de eficiencia técnica global* (α_{jt} ; $0 < \alpha_{jt} \leq 1$) que indica cuál es la máxima reducción posible en los factores congruente con el mantenimiento del nivel de producción de la empresa analizada. Tal coeficiente se determina resolviendo el siguiente programa lineal de minimización:

$$\begin{aligned} \min. & \alpha_{jt} & [1] \\ \text{s.a.} & & \\ z \cdot M & \geq u_i & \\ \alpha_{jt} \cdot x_i & \geq z \cdot N & \end{aligned}$$

De hecho, el anterior programa lo que hace es verificar si existe alguna combinación lineal, deducida de ponderar los vectores de productos y factores de otras empresas, que permita obtener el nivel de producción u_i con un consumo total de factores ($z \cdot N = \alpha_{jt} \cdot x_i$) menor al de la empresa evaluada.

Así pues, para valores de $\alpha_{jt} < 1$, se demuestra que la empresa evaluada no es eficiente, pues es posible encontrar otra empresa o una determinada ponderación de varias empresas, z , capaz de pro-

ducir el nivel de producción u_i con un menor consumo de factores (radial porque presupone la misma reducción en todos los factores), cuyo nivel absoluto será precisamente $\alpha_{jt} \cdot x_i$.

Sinteticemos lo anterior con ayuda del análisis gráfico. Para ello, supongamos la existencia de un único producto y un único factor ($m = n = 1$). De esa forma, en el gráfico 4 queda sintetizado este proceso de evaluación al comparar el consumo de factores de la empresa I (x_i) con el que corresponde al nivel de factores que consumiría la empresa A si redujésemos su dimensión en un 50 por 100; en este caso particular, z tomaría un valor de 0,5 y el consumo total de factores que se requeriría sería menor que el de la empresa I ($0,5 \cdot x_a = \alpha_{jt} \cdot x_i < x_i$).

La tecnología de referencia que ha servido para evaluar la empresa I presupone la existencia de rendimientos constantes a escala, pues admite la comparación de una empresa con cualquier ponderación (aumento o disminución) de los valores correspondientes a otra empresa.

También, es posible plantear una referencia tecnológica más flexible, en la que se asuma *la existencia de rendimientos variables a escala*. En este sentido, verifiquemos la siguiente correspondencia:

$$L(u_i) = \{x: z \cdot M \geq u_i, x \geq z \cdot N, \sum z = 1\}$$

Ahora, el conjunto de referencia se logra combinando distintas mediciones, de tal forma que la suma de las ponderaciones asignadas sea la unidad. Esta referencia, de hecho, consigue que la comparación con la empresa evaluada se realice a partir de las mediciones que, siendo frontera, se encuentran próximas en dimensión a ella.

Así pues, aceptando que la tecnología exhibe *rendimientos variables a escala*, se trata de cuantificar el valor de un *coeficiente de eficiencia técnica pura* (α'_j ; $0 < \alpha'_j \leq 1$) que indique cuál es la máxima reducción posible en los factores congruente con el mantenimiento del nivel de producción de la empresa que se evalúa. Tal coeficiente se determina resolviendo el siguiente programa lineal de minimización:

$$\begin{aligned} \min. & \alpha'_j & [2] \\ \text{s.a.} & & \\ z \cdot M & \geq u_i & \\ \alpha'_j \cdot x_i & \geq z \cdot N & \\ \sum z & = 1 & \end{aligned}$$

GRAFICO 4

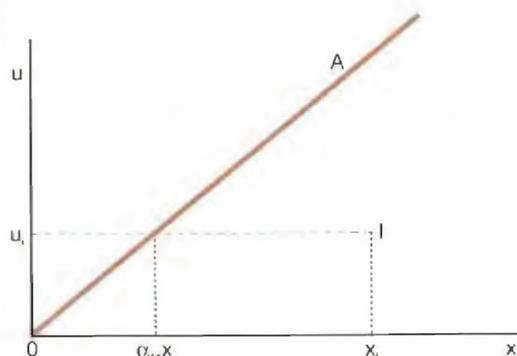
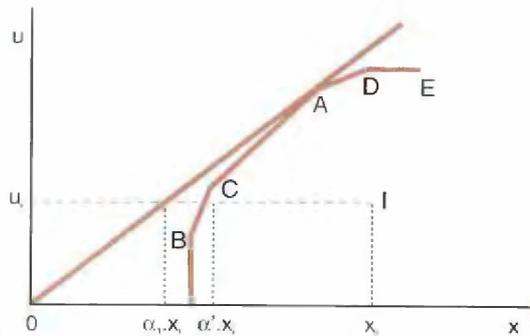


GRAFICO 5

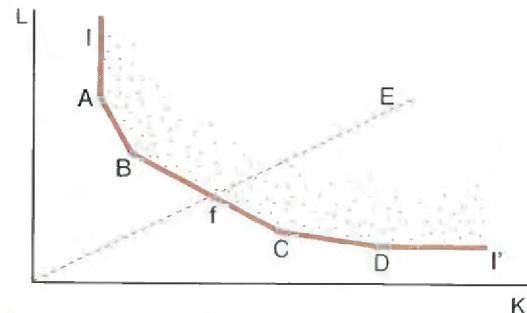


Este programa, en contraposición al formulado anteriormente, limita las combinaciones que pertenecen a $L(u_i)$, pues exige que el conjunto de referencia se forme a partir de combinaciones lineales cuyas ponderaciones sumen la unidad.

De esa forma, para valores de $\alpha'_i < 1$, se demuestra que la empresa evaluada no es eficiente, pues es posible encontrar una determinada combinación de mediciones capaz de obtener el nivel de producción u_i (idéntico al de la empresa que se evalúa) con un menor consumo de factores, cuyo nivel absoluto será precisamente $\alpha'_i \cdot x_i$. En el gráfico 5 queda sintetizado este proceso de evaluación, al comparar el consumo de factores de la empresa $I (x_i)$ con el que correspondería a la combinación lineal indicada entre las mediciones B y C ($z_b \cdot u_b + z_c \cdot u_c = u_i$, $z_b \cdot x_b + z_c \cdot x_c = \alpha'_i \cdot x_i$ y $z_b + z_c = 1$).

Cuando $\alpha'_i = 1$, estamos ante una empresa frontera, pero se requieren condiciones adicionales para caracterizarla como eficiente. Tales condiciones van a ser explicitadas con ayuda del gráfico 6. En efecto, si evaluamos la empresa I , α'_i tomará un valor unitario; es decir, resulta imposible encontrar otro punto que logre la producción u_i con un menor consumo proporcional en los dos factores (capital, K , y trabajo, L). Ello es así, pues el coeficiente α'_i pretende localizar la máxima reducción proporcional (radial) en todos los factores que se utilizan. Sin embargo, resulta evidente que la empresa I es ineficiente respecto a la empresa A , pues, a igual nivel de producción y con igual consumo de capital, el consumo de factor trabajo de A es menor que el consumo de factor trabajo de I .

GRAFICO 6



Para el tratamiento de situaciones como las acabadas de plantear, Charnes Cooper y Rhodes (1978), al tratar del denominado Modelo *DEA* (*Data Envelopment Analysis*), proponen una reformulación del programa que obtiene α'_i , de tal forma que las variables de holgura aparezcan en la función objetivo ponderadas con un valor que, aunque próximo, sea distinto de cero; es decir:

$$\begin{aligned} \min. & \alpha'_i - \epsilon \cdot (h_m + h_n) & [2] \\ \text{s.a.} & \\ & z \cdot M - h_m = u_i \\ & \alpha'_i \cdot x_i - z \cdot N - h_n = 0 \\ & \sum z = 1 \end{aligned}$$

Dado el anterior programa, la solución óptima verificará que α'_i tiene un valor no nulo y, por lo tanto, tenderá a maximizar las variables de holgura. En el caso que nos ocupa, en la evaluación de la empresa I se lograrán las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned} h_m &= u_a - u_i = 0 \\ h_{nk} &= x_{ki} - x_{ka} = 0 \\ h_{nl} &= x_{li} - x_{la} > 0 \end{aligned}$$

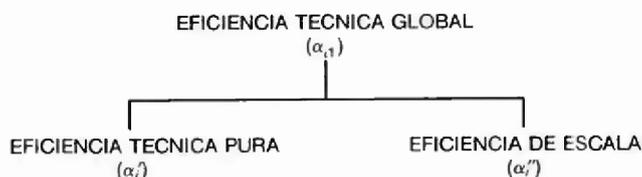
Y, por tanto, dado un valor ϵ lo suficientemente pequeño (en la práctica se le suele asignar un valor igual a 10^{-6}) debemos aceptar que la empresa I forma parte de la frontera ($\alpha'_i = 1$), pero no es eficiente, pues se observa una posible reducción en uno de los factores que consume ($h_{nl} > 0$).

Del desarrollo anterior se desprenden las condiciones necesarias y suficientes que ha de cumplir una empresa eficiente:

$$\begin{aligned} \alpha'_i &= 1 \\ h_m &= h_n = 0 \end{aligned}$$

Es decir, verificar que es imposible tanto una reducción proporcional en todos los factores que se consumen como reducciones aisladas en alguno de ellos ($h_m = h_n = 0$).

Relacionando los coeficientes (α_{ji} y α'_i) anteriormente hallados, la aplicación tradicional de los modelos frontera define un tercer coeficiente (α''_i), el cual recoge la ineficiencia que permanecería en α_{ji} una vez descontada la ineficiencia técnica pura (α'_i); de esa forma, cabe interpretar α''_i como la parte de ineficiencia presente en α_{ji} que obedece a la escala de producción de la empresa que se evalúa. En otros términos, α''_i es la proporción que debería aplicarse al nivel de factores $\alpha'_i \cdot x_i$ para conseguir el consumo mínimo de factores definido hasta ahora ($\alpha_{ji} \cdot x_i$) que, recordemos, proviene de considerar una tecnología con rendimientos constantes a escala.



Determinado el valor de α''_i , nos podemos preguntar si la empresa objeto de análisis está en el tramo de rendimientos crecientes a escala o bien si se encuentra en el tramo de rendimientos decrecientes a escala.

En este sentido, operando con el vector de intensidad (z), es posible obtener una adecuada respuesta para la cuestión acabada de plantear. En efecto, si formulamos la siguiente correspondencia:

$$L(u_i) = \{x : z \cdot M \geq u_i, x \geq z \cdot N, \sum z \leq 1\}$$

estamos definiendo una tecnología que presenta rendimientos no crecientes a escala; en los términos que refleja el gráfico 5, la frontera de eficiencia viene definida por las líneas que unen los puntos 0, A y D.

La determinación del nivel de eficiencia técnica pura para una tecnología que muestra rendimientos no crecientes a escala se deduce del siguiente programa lineal:

$$\begin{aligned} \min. \alpha'_i & & [4] \\ \text{s.a.:} & \\ z \cdot M & \geq u_i \\ \alpha'_i \cdot x_i & \geq z \cdot N \\ \sum z & \leq 1 \end{aligned}$$

Con este nuevo coeficiente, ya es posible caracterizar el sentido de cualquier ineficiencia de escala:

$$\alpha''_i < 1 \text{ y } \alpha'_i = \alpha_{ji} = \alpha_{ji} < \alpha'_i : \text{RENDIMIENTOS CRECIENTES A ESCALA}$$

$$\alpha''_i < 1 \text{ y } \alpha'_i = \alpha_{ji} < \alpha_{ji} : \text{RENDIMIENTOS DECRECIENTES A ESCALA}$$

II. EVALUACION DE LA EFICIENCIA TECNICA DE LAS CAJAS DE AHORROS ESPAÑOLAS

1. Definición de *inputs* y *outputs*

En la literatura sobre eficiencia de las entidades financieras, se observa una gran disparidad en la elección de las variables representativas de *inputs* y *outputs*. A nuestro juicio, ello se debe a una falta de una conceptualización precisa de la empresa bancaria y de sus actividades. El presente trabajo toma como referencia de partida el modelo propuesto por Sealey y Lindley (1977), refrendado posteriormente a nivel teórico por Baltensperger (1980) y a nivel empírico por Kolari y Zardkoohi (1987), y Berger y Humphrey (1990). En esencia, se trata de analizar el proceso productivo de una entidad financiera en varias etapas: a) captación de prestatarios y depositantes a través de la oferta de determinados servicios, cobrados implícita o explícitamente; b) producción de fondos prestables a partir de la captación de depósitos o de recursos monetarios en determinados mercados financieros, y c) canalización de esos fondos hacia activos rentables. Dado que se supone que los procesos de producción de cada fase son separables, individualmente pueden tener niveles de eficiencia distintos y, por lo tanto, en la medida de lo posible, deben estudiarse por separado, así como de forma integrada, puesto que el producto de la fase b) se incorpora como recurso en la siguiente.

En este trabajo, se estudia la fase de producción de servicios; dentro de ella, se incluirían el canje y compensación de talones, depósito y reintegro de fondos, registro de transacciones y saldos, domiciliación de cobros y pagos, evaluación del riesgo de créditos, etc. Estudiar la eficiencia de cada fase del proceso productivo requiere disponer de información desagregada sobre los productos y servicios correspondientes, aunque, sin embargo, la información disponible es agregada. Ello, en nuestra opinión, no supone un problema especialmente distorsionante porque la actividad de prestación de servicios es la que consume el volumen más

importante de recursos en entidades como las cajas de ahorros, especializadas en banca al por menor. Asimismo, las cajas de ahorros son bastante homogéneas en cuanto al tipo de actividades que realizan y, por tanto, la importancia relativa de la fase *a*) debe ser similar en todas ellas.

Como medida del nivel de servicios prestados a depositantes y prestatarios, se ha tomado el número de cuentas mantenidas por la entidad bancaria y no el volumen del saldo monetario de las mismas. Es decir, hemos optado por escoger medidas de *output* en términos físicos frente a la alternativa de utilizar medidas expresadas en unidades monetarias. Ello nos permite mantener la evaluación en los términos más próximos posibles a la concepción teórica de la actividad de producción, si bien, en un segundo momento, será factible comprobar la influencia del saldo por cuenta en el nivel de eficiencia inicialmente calculado. La elección del número de cuentas como medida de producción en el contexto de la prestación de servicios bancarios ha sido justificada por Benston (1965), y también es la medida de *output* utilizada por Ferrier y Lovell (1990) en un trabajo ampliamente referenciado en la literatura.

Así pues, la definición operativa de las variables de producción que utilizaremos es la siguiente:

- u_{1i} : número total de préstamos concedidos.
- u_{2i} : número total de cuentas corrientes.
- u_{3i} : número total de libretas de ahorro a la vista y a plazo.

Por su parte, los *inputs* considerados son:

- x_{1i} : número de empleados.
- x_{2i} : consumo de materiales.
- x_{3i} : gastos de explotación.
- x_{4i} : dotaciones a la amortización.

Lógicamente, hubiese sido deseable que tanto el consumo de materiales como el flujo de servicios del capital se expresasen en unidades físicas; sin embargo, las limitaciones de la información disponible obligaron a tomar directamente las variables contables, expresadas en unidades monetarias.

2. Resultados obtenidos

Para la obtención de los coeficientes de eficiencia técnica y de escala se han aplicado los problemas de programación lineal para cada caja de ahorros indicados en la sección I. El resumen de los resultados obtenidos se presenta en el cuadro n.º 1.

CUADRO N.º 1

COEFICIENTES DE EFICIENCIA TECNICA (Año 1990)

	α_{1i}	α'_i	α_i^r
Media aritmética	0,7918	0,8590	0,9223
Desviación típica	0,1651	0,1512	0,0985
Coefficiente variación....	0,2086	0,1760	0,1068
$\alpha_i = 1$	13	25	13
$0,9 \leq \alpha_i < 1$	7	7	36
$0,8 \leq \alpha_i < 0,9$	10	10	6
$0,7 \leq \alpha_i < 0,8$	13	11	5
$0,6 \leq \alpha_i < 0,7$	11	6	4
$0,5 \leq \alpha_i < 0,6$	6	3	—
$0,4 \leq \alpha_i < 0,5$	4	1	—

Como conclusión global, puede afirmarse que el coeficiente de eficiencia técnica global (α_{1i}) promedio es 0,7918, es decir, en 1990 y para el conjunto de cajas de ahorros españolas, podía haberse conseguido el mismo nivel de producto con un 79 por 100 de los recursos realmente utilizados. Obsérvese también que el promedio del coeficiente de escala es elevado (0,9223) y, por lo tanto, la mayor parte de la ineficiencia se relaciona con factores técnicos y no de dimensión global de la entidad.

III. DETERMINACION DE LA IMPORTANCIA DE LAS VARIABLES DE ENTORNO Y OPERATIVAS EN LA EXPLICACION DE LAS DIFERENCIAS DE EFICIENCIA

Determinados los niveles de eficiencia técnica global (α_{1i}), nos planteamos ahora verificar cuáles son los factores de mercado y también de organización del servicio que inciden en los niveles de eficiencia de cada entidad. En este sentido, debemos tener en cuenta que la aplicación realizada contempla a cada caja de ahorros como una sola unidad productiva, ignorando las condiciones operativas bajo las cuales desarrolla su actividad de prestación de servicios, como, por ejemplo, el número y tamaño de las oficinas y el número y tamaño de las cuentas (saldos medios). Este hecho puede sesgar sensiblemente las conclusiones que se desprenden del cuadro n.º 1. Considérese, por ejemplo, que existen economías de escala en las oficinas y que evaluamos la eficiencia relativa de

dos entidades de igual tamaño. La entidad A opera con dos oficinas y la entidad B con diez oficinas. Es obvio que, *ceteris paribus*, la evaluación de la eficiencia detectará a la unidad B como ineficiente, pero el origen de la ineficiencia estará erróneamente asignado si sólo se tienen en cuenta los volúmenes totales de recursos y productos.

Con el fin de observar qué tipo de relación se obtiene entre los coeficientes de eficiencia (α_{ij}) y las variables operativas de cada entidad, definiremos los siguientes vectores:

- s_{i1} : importe medio (en millones de pesetas) de los préstamos concedidos.
- s_{i2} : saldo medio de las cuentas corrientes.
- s_{i3} : saldo medio de las libretas de ahorro a la vista y a plazo.
- t_{i1} : número medio de préstamos concedidos por oficina.
- t_{i2} : número medio de cuentas corrientes por oficina.
- t_{i3} : número medio de libretas de ahorros a la vista y a plazo por oficina.

Dado que no se dispone de una información más desagregada, los anteriores vectores se tomarán como expresivos del tipo de clientela específico de cada entidad (en el caso de los saldos medios s_i) y de la organización del servicio en diferentes plantas de producción (oficinas) de tamaño medio t_i . En el cuadro n.º 2, quedan recogidos los valores descriptivos de estas variables para el año 1990.

Así pues, vamos a ajustar una función lineal que ponga en relación el nivel de ineficiencia de cada entidad ($1 - \alpha_{ij}$) con los vectores s_i y t_i :

$$(1 - \alpha_{ij}) = \beta_0 + \beta_1 \cdot s_{i1} + \beta_2 \cdot s_{i2} + \beta_3 \cdot s_{i3} + \beta_4 \cdot t_{i1} + \beta_5 \cdot t_{i2} + \beta_6 \cdot t_{i3} + \epsilon_i \quad [5]$$

Donde ϵ_i es una variable aleatoria. Dado que la variable dependiente de la anterior función toma valores nulos en el caso de las entidades eficientes (trece, según se desprende del cuadro n.º 1) se estimará un modelo de regresión de variable dependiente limitada del tipo Tobit (1):

$$(1 - \alpha_{ij}) = \beta_0 + \beta_1 \cdot s_{i1} + \beta_2 \cdot s_{i2} + \beta_3 \cdot s_{i3} + \beta_4 \cdot t_{i1} + \beta_5 \cdot t_{i2} + \beta_6 \cdot t_{i3} + \epsilon_i \text{ si } (1 - \alpha_{ij})^* > 0$$

$$(1 - \alpha_{ij}) = 0 \text{ si } (1 - \alpha_{ij})^* \leq 0 \quad [6]$$

A priori, es de esperar que los coeficientes β_1 , β_2 y β_3 presenten signo positivo, lo cual será representativo de un mayor requerimiento de *inputs* materiales por cuenta cuando éstas presentan un saldo

superior (estamos suponiendo que se presta un nivel de servicio superior a cuentas con mayor saldo) y, de igual forma, es razonable suponer que el signo de β_4 , β_5 y β_6 será negativo; es decir, a medida que las oficinas tengan una mayor dimensión el requerimiento de factores por cuenta será más reducido (en este caso se confirmaría la existencia de rendimientos crecientes a escala en el tamaño de las oficinas).

Los resultados que se presentan en el cuadro número 3 confirman las anteriores conjeturas; de esa forma, verificamos que el signo de los coeficientes relativos a los saldos es positivo, aunque únicamente aparece como estadísticamente significativo el relativo al saldo medio de las cuentas corrientes. Por su parte, los coeficientes de tamaño medio de oficinas son negativos, lo cual evidencia

CUADRO N.º 2

VALORES DESCRIPTIVOS DE LOS VECTORES DE VOLUMEN DE SALDO Y DE TAMAÑO MEDIO DE LAS OFICINAS (Año 1990)

	Media aritmética	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
s_{i1}	2,044	0,691	0,800	4,291
s_{i2}	0,260	0,104	0,132	0,659
s_{i3}	0,296	0,078	0,173	0,614
t_{i1}	364,969	184,372	105,883	983,097
t_{i2}	576,166	408,682	168,875	2.586,482
t_{i3}	2.641,464	1.073,858	646,266	7.344,188

CUADRO N.º 3

RESULTADOS DEL MODELO DE REGRESION TOBIT

	Valor estimado	Desviación estándar
β_0	0,172376	(0,131065) (*)
β_1	0,036366	(0,046813)
β_2	0,417383	(0,211592) (**)
β_3	0,261595	(0,323386)
β_4	$-0,952150 \cdot 10^{-4}$	$(0,195020 \cdot 10^{-3})$
β_5	$-0,140130 \cdot 10^{-3}$	$(0,734295 \cdot 10^{-4})$ (**)
β_6	$-0,512022 \cdot 10^{-4}$	$(0,266383 \cdot 10^{-4})$ (**)

(*) Significativo al 10 por 100.

(**) Significativo al 5 por 100.

la existencia de economías de escala en el tamaño de las oficinas (en otros términos, a mayor tamaño medio de las oficinas se observa un nivel de eficiencia técnica global superior). También resulta interesante comprobar que los préstamos parecen ser el tipo de cuenta que menos condicionan el nivel de eficiencia global, ya que no puede descartarse la hipótesis nula en los coeficientes de saldos medios y de número de préstamos por oficina.

Acabamos de verificar que las diferencias en eficiencia técnica están, en parte, explicadas por diferencias en características específicas del servicio y por diferencias en la organización interna de la actividad de producción. De hecho, al comparar en el programa [1] la producción con el valor total de los factores consumidos, no se atiende a las posibles diferencias de dimensión en la composición de los grupos de trabajo, ni a la parte de ineficiencia técnica global que se relaciona con tal hecho.

De esa forma, si consideramos como producción (u_i) de cualquier caja de ahorros el número de cuentas que se mantiene por tipos de operación y como factores (x_i) el número de trabajadores, las inversiones de explotación y los consumos intermedios, es posible definir la tecnología de producción a partir de la correspondencia de factores ya conocida:

$$L(u_i) = \{x : z \cdot M \geq u_i, x \geq z \cdot N, z \in R_+\}$$

Esta referencia tecnológica nos ha permitido obtener el coeficiente de eficiencia técnica global ($\alpha_{i1} : 0 < \alpha_{i1} \leq 1$), que nos indica cuál es la máxima reducción posible en los factores compatible con el mantenimiento del número de cuentas de la entidad sometida a evaluación.

De esa forma, al buscar el conjunto de referencia con el que se compara cada una de las entidades, sólo se está garantizando que la producción (el número de cuentas gestionadas) es idéntica a la de la entidad que se evalúa y, sin embargo, se permite la existencia de sustanciales diferencias en el resto de características específicas que definen el proceso de producción.

Tales características ya han sido mencionadas. La primera de ellas está relacionada con la elección de los *outputs*, pues, al definir la producción en unidades físicas (número de cuentas), se hace caso omiso a la diferencia en el saldo medio (unidades monetarias) que mantiene cada una de las cajas de ahorros (2). La segunda característica diferencial

consiste en el tamaño promedio de las oficinas de que dispone cada entidad (3).

Así pues, al cuantificar el coeficiente de eficiencia técnica global (α_{i1}), cuando la entidad evaluada resulta ineficiente, es seguro que se está tomando como referencia una medición virtual que obtiene el mismo valor global de producción, pero con unas características específicas respecto al saldo medio y al tamaño de las oficinas que pueden ser muy diferentes a las de la entidad objeto de análisis.

Con el fin de tomar en consideración el volumen del saldo medio de las cuentas y el tamaño medio de las oficinas, añadamos a las variables ya conocidas el vector s_i , que incorpora el saldo medio que se mantiene en las cuentas de cada entidad y, recogiendo los vectores de saldo medio de cada entidad, definiremos la matriz S (de orden $k \times m$). De igual forma, tomamos el vector t_i que recoge el número medio de cuentas que corresponde a cada oficina de una entidad, y definimos la matriz T que integra todos y cada uno de los vectores t_i .

Dadas las definiciones anteriores, podemos hacer referencia a un nuevo coeficiente de eficiencia α_{i4} (eficiencia técnica con igual tamaño en saldos medios y oficinas), que se obtendrá del siguiente programa de minimización:

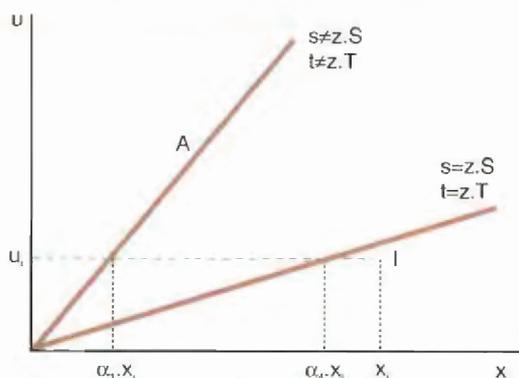
$$\begin{aligned} \min. & \alpha_{i4} & [7] \\ \text{s.a.:} & \\ & z \cdot M \geq u_i \\ & \alpha_{i4} \cdot x_i \geq z \cdot N \\ & z \cdot S = s_i \\ & z \cdot T = t_i \end{aligned}$$

Así pues, $(1 - \alpha_{i4})$ nos indicará cuál es la máxima reducción proporcional que podría registrarse en todos los factores si la empresa que se analiza se ajustara a las condiciones de explotación que se deducen de una empresa virtual con la que se compara, y cuyas características de explotación son idénticas (es decir, con idéntico número total de cuentas, de igual saldo medio y disponiendo de unas oficinas con análoga dimensión).

Si, adicionalmente, exigimos que α_{i4} permita caracterizar el nivel de eficiencia absoluta, deberemos añadir las variables de holgura mencionadas en el apartado anterior:

$$\begin{aligned} \min. & \alpha_{i4} - \epsilon \cdot (h_m + h_n) & [8] \\ \text{s.a.:} & \\ & z \cdot M - h_m = u_i \\ & \alpha_{i4} \cdot x_i - z \cdot N - h_n = 0 \\ & z \cdot S = s_i \\ & z \cdot T = t_i \end{aligned}$$

GRAFICO 7



Así pues, dados α_{i1} y α_{i4} , podemos definir un nuevo coeficiente α_i'' ($\alpha_i'' = \alpha_{i1}/\alpha_{i4}$) que recogerá la parte de ineficiencia presente en α_{i1} relacionada con ineficiencias debidas a volúmenes de saldos medios y tamaños de oficinas ineficientes. En otros términos, α_i'' será la ineficiencia que continuará existiendo en α_{i1} después de ajustar los factores con el coeficiente α_{i4} . El proceso de evaluación que proponemos queda sintetizado en el gráfico 7. De la aplicación del programa [1] obtenemos el nivel de consumo que haría a la entidad I eficiente ($\alpha_{i1} \cdot x_i$); sin embargo, llegar hasta dicho nivel de consumo precisa cambios en el volumen del saldo medio y tamaño medio de las oficinas. Por otra parte, si queremos verificar cuál es la máxima reducción de factores que no precisa cambios en las condiciones operativas de la empresa I, aplicaremos el programa [7] y obtendremos el coeficiente α_{i4} , para cuya determinación se han debido tomar en consideración empresas que no aparecieron en la aplicación inicial, pero cuya combinación replica exactamente las condiciones de explotación de la entidad sometida a análisis. Así pues, conocidos α_{i1} y α_{i4} , la distancia que separa ambos coeficientes (α_{i1}/α_{i4}) manifiesta la parte de ineficiencia latente en α_{i1} que se relaciona con el mantenimiento de unas condiciones de explotación que difieren de las que se han demostrado como óptimas para la entidad que se evalúa.

Para determinar el tipo de ineficiencia que se asocia con el tamaño medio de las oficinas, deben tomarse las variables duales del programa [1] e interpretar su signo. Así, si y_{ij}^* es la variable dual asociada en el óptimo de [1] a la restricción que incluye el tamaño medio de las oficinas respecto al tipo de cuenta j (t_{ij}), el signo de y_{ij}^* determinará

el impacto en α_{i4} de un incremento en t_{ij} . Así, por ejemplo, si y_{ij}^* es positiva, la teoría de la dualidad implica que un aumento en el tamaño medio del tipo de cuenta j por oficina induciría una reducción en el valor óptimo de la función objetivo α_{i4} . Es decir, permitir un tamaño medio mayor posibilita un ahorro en los factores totales para un nivel de producción dado, lo cual significa que las oficinas se encontrarían en el tramo de rendimientos crecientes a escala para el tipo de cuenta j . En otros términos, aumentando t_{ij} se reduce la distancia entre α_{i1} y α_{i4} .

Generalizando el anterior argumento a todos los casos posibles, podemos elaborar la siguiente regla de caracterización de los rendimientos a escala de las oficinas:

- $\alpha_{ij} < 1$ y:
- $y_{ij}^* > 0$: rendimientos crecientes a escala en las oficinas para el tipo de cuenta j .
- $y_{ij}^* < 0$: rendimientos decrecientes a escala en las oficinas para el tipo de cuenta j .
- $y_{ij}^* = 0$: el tamaño de las oficinas respecto al tipo de cuenta j es óptimo. Es decir, para la entidad que se evalúa no existe evidencia de que el tamaño medio respecto a la cuenta j ejerza influencia alguna en los niveles de eficiencia de la entidad.

La anterior caracterización también es válida para determinar el efecto en la eficiencia de una variación en el saldo medio por cada tipo de cuenta; de esa forma, las variables duales asociadas a los com-

CUADRO N.º 4

**COEFICIENTES DE EFICIENCIA TECNICA
(Año 1990)**

	α_{i1}	α_{i4}
Media aritmética	0,7918	0,9663
Desviación típica	0,1651	0,0855
Coefficiente variación.....	0,2086	0,0885
$\alpha_i = 1$	13	52
$0,9 \leq \alpha_i < 1$	7	4
$0,8 \leq \alpha_i < 0,9$	10	2
$0,7 \leq \alpha_i < 0,8$	13	4
$0,6 \leq \alpha_i < 0,7$	11	2
$0,5 \leq \alpha_i < 0,6$	6	—
$0,4 \leq \alpha_i < 0,5$	4	—

ponentes s_{ij} nos indican cómo variará el coeficiente α_{i4} cuando se altera el saldo medio. Ello expresa el efecto en el requerimiento de factores por cuenta cuando el saldo varía, pero no debe identificarse con los rendimientos a escala de los saldos medios pues estos, de acuerdo con su concepción teórica, deben hacer referencia al requerimiento de factores por peseta de saldo cuando éste varía (este aspecto será tratado con mayor profusión más adelante).

Aplicado el programa [7] a cada caja de ahorros, se han obtenido los resultados que se presentan en el cuadro n.º 4.

La observación del cuadro n.º 4 revela que la principal fuente de ineficiencia es atribuible al efecto del tamaño de los saldos y del tamaño de las oficinas. En efecto, si cada una de las cajas tuviera el tamaño de saldo, tamaño de oficina y escala de entidad adecuado, la eficiencia global aumentaría en un 22 por 100 $[(\alpha_{i4}/\alpha_{i1}) - 1]$. En otros términos, ajustando por diferencias de saldo y tamaño de oficinas, la eficiencia que se alcanza (α_{i4}) es de más del 96 por 100; las ineficiencias restantes, ajenas a los factores mencionados, serían, pues, insignificantes.

El cuadro n.º 5 muestra un resumen de los valores de las variables duales correspondientes a las restricciones de tamaño medio de saldos y oficinas, y tamaño de entidad, obtenidas de la solución óptima del programa [1] para cada una de las entidades evaluadas; en el cuadro se describen las variables con un valor distinto de cero en el óptimo; es decir, aquéllas para las cuales una variación en el término independiente de la restricción dará lugar a cambios en el nivel de eficiencia.

La observación del cuadro permite establecer algunas valoraciones globales sobre las vías de mejora de eficiencia para el conjunto de cajas de ahorros españolas, pero es importante destacar que la metodología utilizada en este trabajo ofrece información individualizada por empresa sobre cómo debe variar la restricción correspondiente para mejorar su eficiencia: aumentando (disminuyendo) el tamaño medio de la oficina y del saldo por cuenta si la variable dual correspondiente es positiva (negativa), aumentando (disminuyendo) el tamaño de la entidad si la variable dual correspondiente es negativa (positiva). Para una misma entidad, la recomendación puede ser de signo distinto en cada una de las variables de producción utilizadas, préstamos concedidos, cuentas corrientes o libretas de ahorro; ello implica que agregar estas medidas de producción en una sola variable supondría perder información relevante.

Las generalizaciones que sugiere el cuadro n.º 5 se harán a partir de la información sobre el número de empresas que pueden mejorar la eficiencia ajustando sus condiciones operativas. Entre las variables duales de las restricciones de saldo medio por cuenta es mayor el número de empresas para las cuales estas variables son negativas que las que tienen variable dual positiva. Ello implica que, predominantemente, un mayor saldo medio por cuenta exige, *ceteris paribus*, un mayor volumen de recursos productivos (esta conclusión es homogénea con la que se deduce del cuadro n.º 3, obtenido al aplicar la regresión de Tobit). Ahora bien, si interesa conocer la sensibilidad de los recursos productivos empleados ante variaciones en el saldo monetario total (número de cuentas por

CUADRO N.º 5

	VALOR VARIABLES DUALES POSITIVAS				VALOR VARIABLES DUALES NEGATIVAS			
	Número entidades	Valor máximo	Valor mínimo	Media aritmética	Número entidades	Valor máximo	Valor mínimo	Media aritmética
<i>Saldo medio por cuenta</i>								
Préstamos concedidos	15	0,032559	0,0001549	0,004522386	21	-0,0001315	-0,014119	-0,00280131
Cuentas corrientes	16	0,348599	0,0005886	0,056463162	32	-0,0002152	-0,359199	-0,01585148
Ltas. ahorro y plazo	27	0,169799	0,0003235	0,024185855	22	-0,0001732	-0,214399	-0,03100040
<i>Tamaño medio de oficinas</i>								
Préstamos concedidos	27	0,113999	0,0001255	0,012156755	12	-0,0004709	-0,042179	-0,00917443
Cuentas corrientes	12	0,202599	0,001104	0,042360333	16	-0,0001333	-0,004332	-0,00125135
Ltas. ahorro y plazo	9	0,023469	0,0001229	0,003067211	11	-0,0001092	-0,013439	-0,00225643
<i>Tamaño entidad</i>								
.....	8	0,096639	0,001514	0,017853383	11	-0,0009618	-1,741999	-0,19555734

saldo medio), no es suficiente conocer que los recursos productivos aumentan con el saldo medio para valores dados del resto de variables. Se necesita información adicional sobre la variación relativa de recursos para una variación relativa dada del saldo medio; es decir, la elasticidad. Si la elasticidad es menor (mayor) que la unidad, concluiríamos que existen economías (deseconomías) de escala en los saldos medios por cuenta.

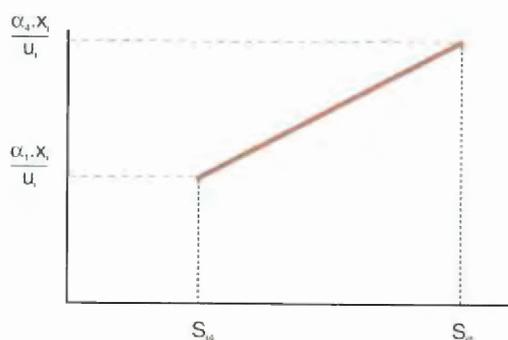
La elasticidad del requerimiento de factores por cuenta al variar su saldo medio se calcula descontando la ineficiencia observada; es decir, se ponen en relación los coeficientes frontera de requerimiento de factores por cuenta ($\alpha_{i1} \cdot x_i/u_i$ y $\alpha_{i4} \cdot x_i/u_i$) con sus respectivos saldos medios significativos (s_{i1} y s_{i4}). Calculadas estas elasticidades para todas las empresas con variables duales negativas en el saldo medio, en más de las tres cuartas partes de los casos la elasticidad es manifiestamente menor a la unidad (como en el caso simbolizado en el gráfico 8), con lo cual concluiríamos que predominan rendimientos crecientes en el tamaño de los saldos por cuenta. La conclusión es coherente con la que obtienen Raymond y Repilado (1991) utilizando técnicas de estimación paramétrica, pero es importante advertir que existen notables diferencias en las situaciones particulares de cada empresa detectadas por el método de evaluación frontera no paramétrica, que en cambio no permite advertir la metodología alternativa.

Las variables duales de las restricciones sobre tamaño medio de las oficinas hacen posible evaluar la situación de rendimientos crecientes y decrecientes en los que opera cada entidad. Utilizando de nuevo la información sobre el número de entidades con variable dual distinta de cero en las restricciones referidas al tamaño de la oficina media, comprobamos que la vía más generalizada para mejorar la eficiencia de las oficinas consiste en incrementar el número de cuentas que se gestionan (conclusión que vuelve a ser coherente con la obtenida del modelo de regresión de Tobit).

1. Eficiencia y competencia en el mercado

En la exposición precedente, se ha destacado que una parte sustancial de las diferencias de eficiencia entre las cajas de ahorros españolas queda explicada por factores operativos como el volumen de los saldos medios de sus clientes y el tamaño medio de sus oficinas. Nuestro propósito ahora es relacionar la parte de ineficiencia que todavía resta

GRAFICO 8
SITUACION DE RENDIMIENTOS
CRECIENTES A ESCALA
EN LOS SALDOS MEDIOS



después de ajustar por las condiciones operativas de las empresas ($1 - \alpha_{i4}$), con la intensidad de competencia que soportan las empresas en su mercado. La intensidad de la competencia se relaciona, de forma inversa, con el grado de concentración existente en el mismo, medido a su vez por el índice de Herfindahl.

La unidad de mercado relevante utilizada en este trabajo es la provincia. Para cada provincia, se conoce el número de oficinas que poseen en ella las diferentes cajas de ahorros y con dicha información se calcula el índice de Herfindahl, H, como la suma de cuotas de mercado al cuadrado de cada entidad en la provincia, expresando, en términos de proporción, qué representan sus oficinas sobre el total de la provincia. Si una caja opera en una sola provincia se le asigna el índice de Herfindahl calculado para la provincia. Si opera en más de una provincia, se le asigna un índice de Herfindahl igual a la

CUADRO N.º 6

VALORES DESCRIPTIVOS DE LOS INDICES DE PODER DE MERCADO DE HERFINDAHL DE LAS CAJAS DE AHORROS ESPAÑOLAS

Media aritmética	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
0,457	0,1385	0,0362	0,96

Fuente: ESPITIA (1993).

suma ponderada de los valores de H para cada provincia, utilizando para la ponderación la proporción que representan las oficinas de las cajas de esa provincia sobre el total de oficinas de la caja (4).

Como hemos apuntado, es de esperar una asociación positiva entre competencia y eficiencia; es decir, cajas de ahorros operando en mercados geográficos más concentrados deberían mostrar niveles de eficiencia, ajustada por sus condiciones operativas internas, más bajos. Existen, no obstante, argumentos que apuntan a una relación inversa entre competencia y eficiencia cuando la competencia es muy intensa y anula los estímulos a la innovación, puesto que las ganancias potenciales de la misma son muy escasas cuando los competidores están en condiciones de anular con su rivalidad cualquier ventaja competitiva derivada de la innovación. Estudios empíricos recientes (Caves, 1992) encuentran, efectivamente, una relación no lineal entre eficiencia y concentración del mercado en sectores manufactureros norteamericanos, mientras que Espitia, Polo y Salas (1991) encuentran esa misma relación no lineal entre concentración del mercado y propensión innovadora de las cajas de ahorros españolas.

Con estas consideraciones, se postula el siguiente modelo a contrastar empíricamente sobre la relación entre ineficiencia ($1 - \alpha_{i4}$) y concentración de mercado para las cajas de ahorros españolas:

$$\begin{aligned} (1 - \alpha_{i4}) &= \beta_0 + \beta_1 \cdot H_i + \beta_2 \cdot H_i^2 + \epsilon_i \quad s_i (1 - \alpha_{i4})^* > 0 \\ (1 - \alpha_{i4}) &= 0 \quad s_i (1 - \alpha_{i4})^* \leq 0 \end{aligned} \quad [9]$$

La relación positiva esperada entre eficiencia y competencia vendría confirmada por unos coeficientes estimados $\beta_1 > 0$ y $\beta_2 = 0$. Una relación no lineal entre las dos variables consistente con la existencia de un nivel de competencia intermedio, para el cual la eficiencia se hace máxima (ineficiencia mínima), se corresponde $\beta_1 < 0$ y $\beta_2 > 0$. El modelo [9] se estimó por el procedimiento de Tobit, obteniéndose el siguiente resultado:

$$(1 - \alpha_{i4}) = 0,207 - 2,08 \cdot H_i + 1,89 \cdot H_i^2$$

(0,203) (0,92) (0,86)

Los coeficientes de H_i y H_i^2 son diferentes de cero al 95 por 100 de significación estadística (entre paréntesis se presenta la desviación estándar del estimador). Los signos de β_1 y β_2 son consistentes con la hipótesis de un valor intermedio de H_i donde la ineficiencia se hace mínima,

$H_i^m = (2,08/3,78) = 0,533$, que es ligeramente superior al valor medio de H_i entre todas las cajas de ahorros en 1990.

El resultado obtenido sugiere que el nivel de concentración que se corresponde con los valores de mayor eficiencia se aproxima al que se obtendría con dos empresas relativamente similares compitiendo en el mercado. Procesos de fusión entre cajas de ahorros que dieran lugar a niveles de concentración geográfica superiores deberían analizarse con cautela, atendiendo a la evidencia empírica obtenida en nuestro análisis.

IV. EVALUACION DE LA EFICIENCIA TECNICA HOMOGENEIZADA

El tratamiento realizado hasta ahora tiene la limitación de que no permite conocer qué parte de la ineficiencia presente en α_i corresponde al efecto del volumen de los saldos medios y qué parte al efecto del tamaño de las oficinas. Así pues, las páginas siguientes están destinadas a explicitar la metodología que nos permitirá acotar la ineficiencia relacionada con el tamaño de las oficinas y la imputable al volumen de los saldos medios.

En otros términos, el proceso descrito en el epígrafe anterior permite conocer los movimientos que deberían producirse para igualar los coeficientes α_{i1} y α_{i4} . Sin embargo, no facilita la determinación de los niveles de ineficiencia latentes en α_{i1} que pueden asignarse individualmente a los saldos medios, al tamaño medio de las oficinas, o bien al tamaño de la entidad.

1. Atribución de niveles de eficiencia específicos a cada una de las variables consideradas

Si de lo que se trata es de acotar la distancia que separa α_{i1} de α_{i4} , y verificar la importancia de cada uno de sus componentes, se puede establecer un criterio de ordenación lógico que permita dar una cumplida respuesta a la cuestión acabada de plantear.

Con tal fin, observemos el siguiente programa:

$$\begin{aligned} \min. \quad & \alpha_{i2} & [10] \\ \text{s.a.:} & & \\ z \cdot M & \geq u_i & \\ \alpha_{i2} \cdot X_i & \geq z \cdot N & \\ z \cdot S & = s_i & \end{aligned}$$

CUADRO N.º 7

**DESGLOSE DEL COEFICIENTE DE EFICIENCIA TECNICA GLOBAL
(Año 1990)**

	$(\alpha_{11}) =$	$(\alpha_{13}) \cdot$	$(\alpha_{15}) \cdot$	$(\alpha_{17}) \cdot$	(α_{18})
Media aritmética	0,7918	0,8635	0,9457	0,9856	0,9843
Desviación típica	0,1651	0,1331	0,1035	0,0497	0,0538
Coefficiente variación	0,2986	0,1541	0,1095	0,0504	0,0546
$\alpha_i = 1$	13	15	42	54	58
$0,9 \leq \alpha_i < 1$	7	15	8	6	1
$0,8 \leq \alpha_i < 0,9$	10	15	6	2	3
$0,7 \leq \alpha_i < 0,8$	13	10	6	2	2
$0,6 \leq \alpha_i < 0,7$	11	6	1	—	—
$0,5 \leq \alpha_i < 0,6$	6	2	1	—	—
$0,4 \leq \alpha_i < 0,5$	4	1	—	—	—

ineficiencias que provienen de los denominados efecto saldo y eficiencia de escala de las oficinas, es decir:

$$\alpha_i' \cdot \alpha_i'' = \alpha_{13} \cdot \alpha_{15} \cdot \alpha_{17} \cdot \alpha_{18}$$

Este hecho también se manifiesta al comparar los desgloses incluidos en los gráficos 5 y 9.

2. Resultados de la aplicación realizada

Con el fin de asignar niveles de eficiencia específicos que corresponden a cada una de las variables de dimensión indicadas, se aplicaron los programas [10], [11] y [12] comentados en el apartado anterior. Los resultados quedan sintetizados en el cuadro n.º 7 (5).

Del anterior cuadro se extrae la misma conclusión general ya manifestada anteriormente. En efecto, queda patente que la principal fuente de ineficiencia es atribuible al efecto del tamaño de los saldos y de las oficinas (α_{13} y α_{15}). De esa forma, si cada una de las entidades evaluadas tuviera las condiciones ambientales óptimas, su eficiencia aumentaría en un quince por ciento [$\alpha_{13}^{-1} - 1$]. Un tamaño de oficina media como el de las empresas más eficientes con las que cada caja se compara, una vez ajustamos el efecto saldos, produce incrementos adicionales de eficiencia del cinco por ciento [$\alpha_{15}^{-1} - 1$]. Por último, si los tamaños de saldos y oficinas estuvieran en el nivel de las más eficientes, las mejoras potenciales serían del veintidós por ciento [$(\alpha_{14} - \alpha_{11}) / \alpha_{11} = (\alpha_{13} \cdot \alpha_{15})^{-1} - 1$]. En otros términos, ajustando por diferencias de

saldo y tamaño de oficinas, la eficiencia que se alcanza (α_{18}) es del 96 por 100 y las ineficiencias restantes serían ya insignificantes.

Finalmente, con el ánimo de verificar hasta qué punto los resultados obtenidos se alejaban de los que obtendría la aplicación tradicional de los modelos frontera, se cuantificó el coeficiente α_i'' que, aceptando diferencias en saldos medios y tamaño de oficinas, recoge la eficiencia de escala de la entidad. De tal aplicación se dedujo que había sesenta y una entidades con ineficiencia de escala, cuyo coeficiente era sensiblemente diferente al registrado por α_{17} (el coeficiente de determinación entre α_{17} y α_i'' es 0'29). Queda patente, pues, que, al obviar la consideración del tamaño de los saldos y de las oficinas, la eficiencia de la escala de la entidad obtenida en la aplicación habitual de los modelos frontera asume como propia una ineficiencia que tiene su origen en las características específicas del proceso de producción más que en el tamaño absoluto de la entidad evaluada.

SINTESIS Y CONCLUSIONES FINALES

En este trabajo, se destaca la relevancia de un diagnóstico correcto de los determinantes de la eficiencia empresarial, con el fin de aislar en la medición de la misma aquellos factores que son propiamente ajustables a través de las decisiones de las empresas, de los que pueden considerarse exógenos o ajenos a las mismas. Igualmente importante nos parece la distribución entre eficiencia

de planta y eficiencia de empresa y cómo distinguir entre las dos cuando la información disponible para llevar a cabo la evaluación sólo se refiere al conjunto de la empresa; es decir, no está desagregada por plantas de producción.

Un ejemplo representativo de esta situación es el de la actividad de una empresa bancaria, desarrollada en gran parte en las oficinas, pero, en cambio, sólo se dispone de los estados contables de cada entidad en su conjunto. Nuestro trabajo ha presentado una metodología de evaluación de la eficiencia a partir de los métodos frontera, la cual permite aproximar los determinantes de la eficiencia empresarial relacionados con las condiciones operativas en que se desarrolla la actividad bancaria (tamaño de oficinas y saldos de cuentas), diferenciándolos de aquellos otros que afectan a la empresa en su conjunto. Esta metodología es aplicable a otros muchos contextos similares en los que se trate de evaluar la eficiencia de empresas que operan con múltiples plantas de producción y sólo se dispone de información consolidada.

De la aplicación del modelo de evaluación descrito se deduce que existen mejoras potenciales por encima del 20 por 100 en la eficiencia del conjunto de las cajas de ahorros españolas; es decir, el nivel de producción que realizan en términos de servicios ofrecidos a prestatarios y depositantes podría conseguirse con un 80 por 100 de los recursos que se consumen. El resultado se obtiene aplicando la metodología frontera no paramétrica que elude la definición de una forma funcional explícita en la relación entre factores y productos, y tampoco exige presuponer que las empresas siguen comportamientos optimizadores, como ocurre con los métodos de análisis de la eficiencia que utilizan la función económica de costes.

Se observa también que gran parte de la ineficiencia se produce porque las cajas de ahorros evaluadas no operan al nivel de tamaño más eficiente de saldo medio por cuenta y de dimensión media de oficina. Ajustando los efectos de tamaño del saldo y de las oficinas, la mejora potencial de eficiencia es sólo del 4 por 100. Esto implica, por un lado, que las mejoras de eficiencia dependen en gran parte de la evolución de una variable generalmente considerada de entorno; es decir, fuera del control de la empresa, como es el saldo medio de las cuentas. Por otra parte, que el mejor aprovechamiento de las economías de escala de las oficinas debería llevar a aumentar el tamaño de éstas reduciendo su número; sin embargo, ello

podría afectar al servicio prestado a los clientes, variable que no ha sido contemplada en nuestra aplicación.

El contenido del trabajo tiene un valor metodológico general extrapolable a otras aplicaciones de los modelos frontera, en cuanto que aporta una solución al problema computacional de cómo separar las ineficiencias a escala de unidad de producción y a escala de empresa en su conjunto, cuando estas empresas operan con múltiples plantas o centros de trabajo, y no se dispone de información sobre factores y productos para cada uno de ellos. Su aplicación al desglose de las fuentes de ineficiencia en el conjunto de cajas de ahorros españolas se ha demostrado altamente valiosa.

Finalmente, el trabajo relaciona el nivel de ineficiencia de las cajas de ahorros, que no se explica por las condiciones operativas internas, con el grado de competencia existente en el mercado geográfico donde opera cada entidad; se observa que esa relación efectivamente existe, y que la menor ineficiencia ocurre en empresas cuyos mercados muestran una concentración intermedia. Este resultado sugiere la vigilancia de los procesos de fusiones para evitar que se supere el umbral de concentración que hace máxima la eficiencia.

NOTAS

(*) Una versión preliminar de este trabajo se presentó en el seminario «Las entidades financieras y la competitividad», celebrado en San Sebastián del 6 al 10 de septiembre de 1993, bajo el patrocinio de la Federación de Cajas de Ahorros Vasco-Navarras y de la Fundación FIES, de la CECA. Los autores agradecen los comentarios y sugerencias de los participantes en el seminario, así como el apoyo económico de la Federación de Cajas de Ahorros Vasco-Navarras en la preparación del documento final.

(1) El modelo de regresión Tobit ha sido procesado con el programa TSP versión 4.2. Dicho programa ofrece una estimación de máxima verosimilitud del modelo de Tobit usando el método de Newton-Raphson. Para un mayor detalle, véase JUDGE, HILL, GRIFFITS, LÜTKEPOHL y LEE (1988).

(2) Estas diferencias no son triviales. Tomando los saldos medios por tipos de cuentas, el coeficiente de variación relativo al año 1990 se sitúa entre el 26,28 y el 38,52 por 100.

(3) Las diferencias de tamaño promedio de las oficinas, definido éste como el cociente entre las cuentas y el número total de oficinas, son superiores a las diferencias observadas en el tamaño de los saldos. En el año 1990 el coeficiente de variación alcanzó entre un 40,34 y un 70,37 por 100, según el tipo de cuenta al que se haga referencia.

(4) Los índices de Herfindahl para el mercado de cajas de ahorros españolas han sido tomados de ESPITIA (1993).

(5) Para comprobar que las modificaciones en la distribución de los niveles de eficiencia, como consecuencia de la incorporación de restricciones en las condiciones operativas no son puramente aleatorias, se han realizado pruebas no paramétricas para muestras relacionadas del tipo Wilcoxon (SIEGEL, 1956). De este modo, la hipótesis nula de que las distribuciones de α_3 , α_5 , α_6 y α_7 no difiere de α_1 se rechaza siempre al menos a un nivel de significación del 1 por 100.

BIBLIOGRAFIA

- BALTENSPERGUER, E. (1980), «Alternative approaches to the theory of the banking firm», *Journal of Monetary Economics*, 6, págs. 1-37.
- BANKER, R. D.; CHARNES, A., y COOPER, W. W. (1984), «Some models for estimating technical and scale inefficiencies in DEA», *Management Science*, vol. 30, n.º 9, págs. 1078-1092.
- BANKER, R.; CHARNES, A.; COOPER, W. W.; SWARTS, John, y THOMAS, D. A. (1989), «An introduction to DEA with some of its models and their uses», *Conference on New Uses of DEA in Management*, University of Texas.
- BENSTON, G. (1965), «Economies of scale and marginal costs in banking operations», *National Banking Review*, 2, págs. 507-549.
- BERG, Sigbjörn Atle; FORSUND, Finn R., y JANSEN, Eilev S. (1991), «Deregulation and productivity growth in norwegian banking 1980-1988: a non parametric frontier approach», *Research Department Norges Bank*.
- BERGER, A., y HUMPHREY, D. (1990), «The dominance of inefficiencies over scale and product mix economies in banking», W.P., F.K.S.
- BERGER, Allen N.; HUNTER, William, y TIMME, Stephen G. (1993), «The efficiency of financial institutions: a review and preview of research past, present and future», *Journal of Banking and Finance*, vol. 17, número 2-3, págs. 221-249.
- BYNES, P.; FARE, R., y GROSSKOPF, S. (1984), «Measuring productive efficiency: an application to Illinois strip mines», *Management Science*, volumen 30, n.º 6, págs. 671-681.
- CAVES, Richard E. (1992), *Industrial efficiency in six nations*, The MIT Press, Massachusetts.
- COLWELL, R. J., y DAVIS, E. P. (1992), «Output and productivity in banking», *Scandinavian Journal of Economics*, vol. 94, suplemento, páginas 111-129.

- CHARNES, A.; COOPER, W. W., y RHODES, E. (1978), «Measuring the efficiency of decision making units», *European Journal of Operational Research*, volumen 6, n.º 2, págs. 429-444.
- DEBREU, G. (1951), «The coefficient of resource utilization», *Review of Economics Studies*, vol. 9., págs. 300-312.
- DOMÉNECH, R. (1991), *Eficiencia y costes en la empresa bancaria: teoría y aplicaciones al caso español*, Tesis Doctoral, Universidad de Valencia.
- ESPITIA ESCUER, Manuel Antonio (1993), *Estrategia competitiva y resultados de las cajas de ahorros en España*, Universidad de Zaragoza.
- POLO, Yolanda, y SALAS, Vicente (1991), «Market structure and innovation adoptions by Spanish banking firms», *Journal of Economics of Innovation and New Technologies*, vol. 1, n.º 2.
- FANCETT, S. E. (1988), «Towards and evaluation of the economic efficiency of the U.K. seaport industry», *Eleventh Annual Congress of the European Accounting Association*.
- FARE, Rolf (1975), «Efficiency and the Production Functions», *Zeitschrift für Nationalökonomie*, vol. 35, núms. 3-4, págs. 317-324.
- (1988), *Fundamentals of Production Theory*, Springer-Verlag.
- y GROSSKOPF, S. (1983), «Measuring Output Efficiency», *European Journal of Operational Research*, vol. 13, págs. 173-179.
- GROSSKOPF, S., y LOGAN, J. (1985), «The relative performance of publicly-owned and privately-owned electric utilities», *Journal of Public Economics*, vol. 26, n.º 1, págs. 89-106.
- FARE, R.; GROSSKOPF, S., y LOVELL, C. A. K. (1985), *The measurement of efficiency of production*, Kluwer-Nijhoff, Boston.
- FARE, R., y HUSAKER, Worthen (1986), «Notions of efficiency and their reference sets», *Management Science*, vol. 32, n.º 2, págs. 237-243.
- FARRELL, M. J. (1957), «The measurement of productive efficiency», *Journal of the Royal Statistical Society*, serie A, vol. 120, págs. 253-281.
- FERRIER, G., y LOVELL, K. (1990), «Measuring cost efficiency in banking. Econometric and linear programming evidence», *Journal of Econometrics*, 46, págs. 229-245.
- FORSUND, y HJALMARSSON (1979), «On the Measurement of Productive Efficiency», *Swedish Journal of Economics*, vol. 76, núm. 2, páginas 141-154.
- GRIFELL, Emili; PRIOR, Diego, y SALAS, Vicente (1992), «Eficiencia frontera y productividad en las cajas de ahorros españolas», *Documento de Trabajo* n.º 92/1992, Fundación Fies.
- GROSSKOPF, S. (1986), «The role of the reference technology in measuring productive efficiency», *Economic Journal*, vol. 96, N.º 382, págs. 499-513.
- JUDGE, George G.; HILL, R. C.; GRIFFITHS, William E.; LUTKEPOHL, Helmut, y LEE, Tsoung-Chao (1988), *Introduction to the theory and practice of econometrics*, segunda edición, John Wiley and sons.
- KOLARI, J., y ZARDKOCHI (1987), *Bank costs, structure and performance*, Lexington, Mass, Lexington Books.
- KOOPMANS, T. C. (1951), *Activity analysis of production and allocation*, Wiley.
- LEVIN, Arie Y., y MOREY, Richard C. (1981), «Measuring the relative efficiency and output potential of public sector organizations: an application of DEA», *International Journal of Policy Analysis and Information Systems*, vol. 5, n.º 4, págs. 267-285.
- PRIOR, Diego (1988), «La eficiencia productiva de los sectores industriales públicos y privados en España», *Documentos e Informes 19/1988*, Ministerio de Industria y Energía.
- RAYMOND, J. L., y REPILADO, A. (1991), «Análisis de las economías de escala en el sector cajas de ahorros», *Papeles de Economía Española*, número 47, págs. 87-107.
- SEALEY, C., y LINDLEY, J. (1977), «Inputs, outputs, and a theory of production and costs at depository financial institutions», *The Journal of Finance*, 32.
- SHEPARD, Ronald W. (1970), *Theory of cost and production functions*, Princeton University Press.
- SIEGEL, S. (1956), *Non parametric statistics for the behavioural sciences*, McGraw-Hill, New York.