DEUDA PUBLICA, IMPUESTOS Y CRECIMIENTO DEMOGRAFICO

Miguel Angel LOPEZ GARCIA

1. INTRODUCCION (*)

UNA cuestión de crucial importancia de cara al diseño e instrumentación de las políticas gubernamentales reside en el conocimiento de las consecuencias más a largo plazo de los programas de impuestos y gastos públicos. En este sentido, los modelos de generaciones sucesivas o solapadas (*overlapping generations*) constituyen una estructura analítica útil y adecuada para la discusión de esas consecuencias. Podría incluso argumentarse que no es casualidad que este tipo de modelos se haya convertido en un marco ampliamente usado para discutir los efectos del dinero, la deuda pública, la seguridad social, así como diversas formas de imposición.

En particular, desde la contribución seminal de Samuelson (1958) y su aplicación a las cuestiones de la hacienda pública por Diamond (1965), ha existido, y sin duda seguirá existiendo, gran interés por los efectos de la deuda pública en los modelos de generaciones sucesivas. En su versión más simple, en que los individuos ahorran exclusivamente por razones de ciclo vital, la deuda pública se ha analizado, en su relación con la imposición [Diamond (1965), Bierwag, Grove y Khang (1969), Buiter (1979, 1980), Feldstein (1985)], como mecanismo para intentar alcanzar alguna senda de crecimiento óptimo en algún sentido [Stein (1969), Ihori (1978)], así como para tratar algunas cuestiones conexas [Burbidge (1983.a)]. Por otro lado, Barro (1974) ha extendido el modelo de ciclo vital para incluir la posibilidad de que existan vínculos intrafamiliares, reavivando el interés por el denominado «teorema ricardiano de la equivalencia». La discusión de la efectividad de la política de deuda en modelos en que existen transferencias intergeneracionales surgidas de manera voluntaria ha generado toda una serie de teoremas y contrateoremas de equivalencia [Drazen (1978), Buiter (1979, 1980), Carmichael (1982), Burbidge (1983.b), Weil (1987)], e incluso opiniones diversas sobre la propia forma de caracterizar el modelo [Buiter y Carmichael (1984), Burbidge (1984), Hillier y Lunati (1987)].

En este trabajo se discute la interacción de la deuda pública, los impuestos y las variaciones demográficas, y en particular la dinámica comparativa de cambios en la tasa de crecimiento de la población. Las conclusiones surgen de un sencillo modelo de generaciones sucesivas con producción, en el cual los individuos ahorran por razones de ciclo vital y el gobierno mantiene una cierta cantidad de deuda pública. El acento se coloca en los efectos sobre la acumulación de capital, los rendimientos de los factores y el bienestar de los individuos en estados de crecimiento equilibrado.

2. EL MODELO

El marco de referencia básico es el modelo de generaciones sucesivas desarrollado por Diamond (1965) en su extensión de la contribución de Samuelson (1958) a la teoría del crecimiento convencional. Como en todo modelo de crecimiento, deben especificarse la tecnología, la estructura de la población, el comportamiento del ahorro y la forma de intervención pública. La tecnología está representada mediante una función de producción neoclásica con argumentos trabajo y capital, sin progreso técnico. Bajo condiciones competitivas, cada factor recibirá el valor de su producto marginal, de manera que el rendimiento del capital (la tasa de interés) y la tasa de salario serán funciones decreciente y creciente respectivamente de la relación capital por trabajador.

La configuración demográfica es la más sencilla posible. La población está compuesta por individuos idénticos que viven dos períodos. En el primero son activos y ofrecen de forma inelástica una unidad de trabajo, mientras que en el segundo están retirados. Sea L_{t+1} el número de trabajadores en el período $t + 1$ que coexisten con los L_t jubilados (que a su vez fueron jóvenes en el período anterior t). Tendremos que:

$$L_{t+1} = (1 + n)L_t \qquad [1]$$

donde n es la tasa de crecimiento de la población, que se considera positiva o negativa (y en este último caso, evidentemente, mayor que —1).

El ahorro se supone que surge por motivos de ciclo vital con el objeto de transferir poder adquisitivo de los períodos de actividad a los de vejez. Si c^1_t y c^2_{t+1} denotan los consumos en cada período, las demandas de consumo y la oferta de ahorro (demanda de activos) surgen de la maximización de una función de utilidad, $U = U(c^1_t, c^2_{t+1})$, condicionada a la restricción presupuestaria. Esta última establece la igualdad entre el valor presente del consumo y el valor presente de los recursos vitales (1):

$$c^1_t + \frac{c^2_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} = w_t - \tau^1_t - \frac{\tau^2_{t+1}}{(1 + r_{t+1})} \qquad [2]$$

donde w_t es la tasa de salario vigente en el período t, τ^1_t y τ^2_{t+1} los impuestos (de suma global) a que puede tener que hacer frente el individuo en cada período, y r_{t+1} la tasa de rendimiento obtenible sobre el ahorro efectuado en el período t para el $t + 1$. Este ahorro toma la forma de capital real y bonos gubernamentales. El supuesto de que ambos activos proporcionan la misma rentabilidad asegura que (en este modelo en que no hay incertidumbre) son sustitutos perfectos en las carteras privadas.

Consideremos ahora el comportamiento del sector público. Sean G_{t+1} la deuda pública emitida en el período t (y a devolver a la tasa de interés r_{t+1} en el período $t + 1$), E_t el volumen de gasto público y T_t los impuestos recaudados, donde todas las variables están expresadas en términos reales y G puede considerarse como deuda menos capital público. Dados los instrumentos financieros contemplados, la restricción presupuestaria gubernamental en el período t es:

$$r_tG_t + E_t = (G_{t+1} - G_t) + T_t \qquad [3]$$

es decir, los desembolsos por el servicio de la deuda más el gasto a financiar serán iguales a los ingresos provenientes de la nueva emisión de deuda más los impuestos. Dividiendo por L_t, y significando por letras minúsculas las variables expresadas en términos por trabajador, [3] puede reescribirse como:

$$(1 + r_t)g_t + e_t = (1 + n)\, g_{t+1} + \tau_t \qquad [4]$$

En este tipo de modelos, al analizar los efectos a largo plazo de la deuda, la cuestión suele plantearse en términos de incidencia diferencial, comparando la financiación de un nivel dado de gasto público mediante deuda o impuestos. Ese gasto puede tomar la forma de consumo corriente (quizás transferencias a parte de la población) o de adquisición gubernamental de capital físico (cuyos rendimientos se distribuyen entre los individuos). En el segundo caso, se trataría de comparar las configuraciones a largo plazo en presencia de deuda y capital públicos y cuando sólo existe capital público. Puesto que la emisión de deuda simultaneada con la compra de capital, al reemplazar inversión privada por inversión pública, no tendría efecto alguno [Diamond (1965), Ihori (1978)], la comparación tendría lugar entre la situación de partida y la que surgiría cuando hay capital pero no deuda.

Alternativamente, el gobierno podría financiar algún pago de transferencia a parte de la población en un período determinado. Si bien la financiación de estas transferencias mediante impuestos tendría efectos a corto plazo, éstos desaparecerían a largo plazo. Habría entonces que comparar la configuración original con la que surgiría cuando existe deuda pero el gasto no tiene un efecto permanente. Sobre la base de que los dos marcos de incidencia diferencial conducirían a las mismas conclusiones cualitativas, la literatura se ha centrado en el segundo de ellos. Por tanto, el análisis se referirá a los efectos de un cambio transitorio en el gasto público, de manera que e_t es nulo en [4] con posterioridad al período en que se efectúa (2).

Por otra parte, y puesto que en una economía en crecimiento los efectos a largo plazo de una cantidad de deuda fija en términos absolutos acabarían por desaparecer, se supone, como en Diamond (1965), que el gobierno mantiene una relación deuda por trabajador constante, de manera que $G_{t+1} = (1 + n)G_t$ y $g_{t+1} = g_t = g$. Los costes de intereses se financian en parte mediante emisiones adicionales y en parte mediante impuestos (3). La cantidad gastada en el período t en exceso de la cantidad que se toma prestada es $(r_t - n)\, G_t$, y en términos por trabajador:

$$\tau_t = (r_t - n)g \qquad [5]$$

Cuando r_t es mayor (menor) que n, el gobierno debe gravar (conceder) impuestos (transferencias). Al igual que en Bierwag, Grove y Khang (1969) e Ihori (1978), durante el período t se recauda $\tau^1_t L_t = (1 - b)(r_t - n)\, G_t$ de la generación joven y $\tau^2_t L_{t-1} = b(r_t - n)G_t$ de la jubilada, donde b es un parámetro de distribución de los impuestos, $0 \leq b \leq 1$. Esto incluye el caso, analizado por Diamond (1965) y Buiter (1980), en que los impuestos sólo recaen sobre los individuos activos ($b = 0$).

3. ALGUNOS RESULTADOS DE DINAMICA COMPARATIVA

Un equilibrio estacionario (*steady state*) en este modelo es una situación en que la relación capital por trabajador, y con ella los rendimientos de los factores, es constante (4). La restricción presupuestaria individual [2] se convierte entonces en:

$$c^1 + \frac{c^2}{(1 + r)} = w - (1 - b)\,(r - n)\,g - \frac{b(r - n)(1 + n)g}{(1 + r)} = \hat{w} \quad [6]$$

donde $\hat{w}$ es el valor presente de la renta vital (5). Si los individuos jóvenes anticipan que tendrán que pagar cierto impuesto en su vejez, no sólo ahorrarán por razones de ciclo vital, sino que realizarán una provisión para impuestos. El ahorro bruto de los jóvenes viene dado por $\hat{w} - c^1 + b(r - n)(1 + n)g/(1 + r)$, y la relación capital por trabajador, k, de equilibrio estacionario verifica (6):

$$(1 + n)(k + g) = \hat{w} - c^1 + \frac{b(r - n)(1 + n)g}{(1 + r)} \qquad [7]$$

Tanto $\hat{w}$ como c^1 dependen de b, g y n, de forma que la relación k también lo hará de esas variables. En definitiva, como r es función de k, el rendimiento del capital acabará también dependiendo del parámetro de distribución impositiva, la relación deuda por trabajador y la tasa de crecimiento demográfico. En forma funcional tenemos:

$$r = r(b, g, n) \qquad [8]$$

que para valores dados de b y g puede dar lugar a situaciones en que r sea tanto mayor como menor (y excepcionalmente igual) que n [Diamond (1965)].

De análoga manera, el nivel de bienestar conseguible en un estado estacionario también dependerá de esas variables, lo que puede expresarse por medio de una función de utilidad indirecta:

$$U = V\,(b, g, n) \qquad [9]$$

En particular, si $r = n$, la economía se hallaría en la que se ha venido en llamar «regla de oro de la acumulación», que maximiza el bienestar entre todos los estados estacionarios posibles para un valor especificado de n. Si r es diferente de n, la utilidad será necesariamente menor. Nótese que en este tipo de modelos están ausentes las fuentes usuales de ineficiencia y que, sin embargo, el intento de cada individuo para maximizar su propio bienestar puede generar situaciones *no* óptimas.

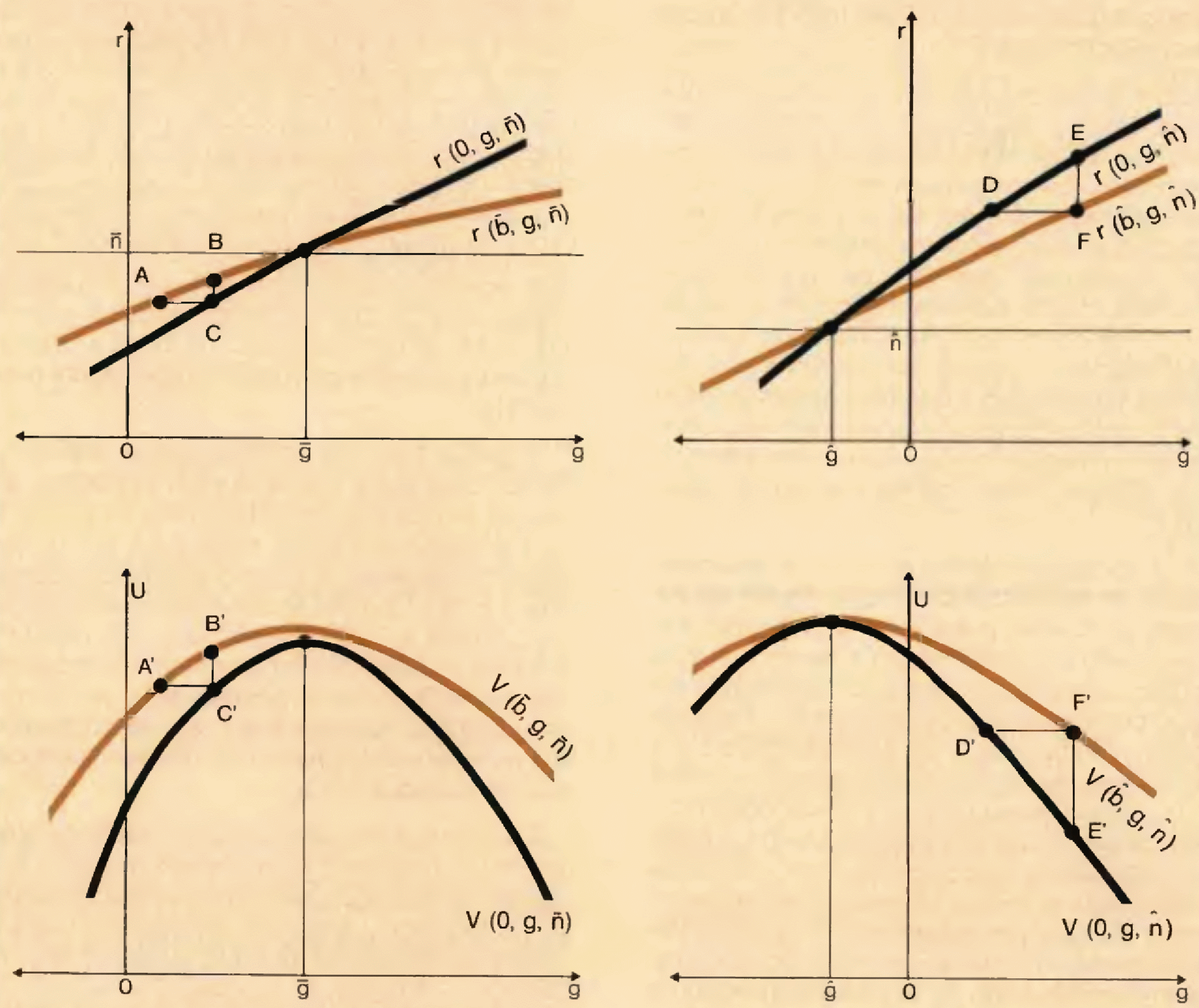
Más concretamente, si $r > n$ y la acumulación de capital es subóptima por defecto, el estado estacionario puede caracterizarse como dinámicamente eficiente porque un aumento de la relación k (o sea una disminución de r en la dirección de la igualdad con n) exigiría el sacrificio de la utilidad de algunas generaciones. Por el contrario, si $r < n$ y la disponibilidad de capital es subóptima por exceso, la senda de crecimiento es ineficiente porque se podría hacer disminuir k (es decir incrementar r) e incluso conseguir que todas las generaciones salieran beneficiadas.

La ineficiencia surge precisamente por el papel dual desempeñado por el ahorro como mecanismo de transferencia intertemporal de recursos y como contrapartida del capital de la economía. Y eso sugiere también la función que puede desarrollar la deuda pública. Si en la situación óptima ($r = n$) difieren el volumen de ahorro generado y la cantidad de capital necesaria para mantenerla, la deuda puede conseguir sustituir activos reales por «papeles de deuda».

Los efectos de variaciones de b y g en [8] y [9] han sido discutidos por Diamond (1965), Bierwag, Grove, y Khang (1969), Ihori (1978) y Buiter (1980), y a continuación se reseñan brevemente de cara al análisis posterior. En primer lugar, al comparar sendas de crecimiento equilibrado, los aumentos de g, *ceteris paribus,* reducen la relación capital por trabajador y aumentan la tasa de interés. Es decir, las emisiones de deuda pública, al sustituir activos físicos por activos fiduciarios, expulsan capital real. Las consecuencias sobre el nivel de bienestar dependen de si r es mayor o menor que n. Así, si $r > n$ originariamente y la relación k es menor que la óptima, su disminución aleja aún más a la economía de la situación óptima, haciendo bajar la utilidad conseguible a largo plazo. Por el contrario, si $r < n$, una reducción en k comporta un acercamiento a la configuración óptima, y por tanto un incremento en el bienestar (7).

En segundo lugar, aumentos en b, *ceteris paribus,* hacen disminuir (aumentar) el tipo de interés cuando en la situación original r es mayor (menor) que n. Dicho de otra manera, el incremento del porcentaje impositivo de los individuos no activos (que son desahorradores de ciclo vital) y la disminución del porcentaje de los activos (que son ahorradores) hace aumentar la relación capital por

GRAFICO 1



trabajador cuando ésta es subóptima por defecto en la situación de partida, y la reduce cuando lo es por exceso. Como consecuencia, los efectos sobre el nivel de bienestar son claros. Dado que k aumenta cuando r > n y disminuye cuando r < n, un incremento en b acerca la economía a la configuración óptima de regla de oro, y hace aumentar el bienestar en cualquier caso (8).

Lo anterior sugiere la posibilidad de usar ciertas modificaciones del parámetro impositivo para intentar neutralizar el impacto de la emisión de deuda. Puesto que si r es mayor (menor) que n la utilidad disminuye (aumenta) cuando aumenta g, y se eleva cuando se incrementa b, los efectos de la deuda sobre la relación capital por trabajador, la tasa de interés y el bienestar estacionarios se podrán compensar mediante la manipulación del parámetro de distribución impositiva. En efecto, en una situación en que r > n, el aumento del volumen de deuda requiere el incremento del porcentaje impositivo sobre los jubilados. Por el contrario, cuando r < n en la configuración de partida una mayor cantidad de deuda exige un mayor nivel del porcentaje sobre los individuos activos (9).

De esta manera, la emisión de deuda puede contemplarse como equivalente a una *redistribu-*

ción de suma global entre generaciones, con la consecuencia de que sólo podría afirmarse que la existencia de deuda comporta una «carga» si el gobierno está restringido en el uso de los impuestos [Bierwag, Grove y Khang (1969), Ihori (1978), Atkinson y Stiglitz (1980)].

Resulta tentador comparar la conclusión que surge de este modelo puro de ciclo vital con la del enfoque de las transferencias voluntarias intergeneracionales. En la discusión del «teorema ricardiano de la equivalencia», Barro (1974) ha argumentado que cuando los individuos son ahorradores «dinásticos», ese tipo de transferencias anulará los efectos de la existencia de la deuda. Si, en ausencia de ésta, la generación jubilada realiza legados a la joven, un incremento de las herencias percibidas por ésta neutralizará los efectos de la emisión de deuda. Simétricamente, si los jóvenes efectuan donaciones a sus mayores, una disminución de éstas anulará los efectos de la deuda.

En el presente modelo, si $r > n$, la provisión realizada en la juventud para pagar los impuestos exigidos en la vejez puede considerarse como la realización de un legado, de forma que un aumento en b hace aumentar el ahorro, compensando los efectos de la introducción de la deuda. De igual manera, cuando $r < n$, y de hecho se recibe una transferencia en la vejez, esta transferecia tiene las mismas consecuencias que una donación recibida, de suerte que una disminución en el parámetro impositivo b hace aumentar el ahorro y anula los efectos de la deuda. La neutralidad surge en Barro (1974) porque se dan transferencias intergeneracionales *voluntarias* como consecuencia del altruismo intrafamiliar. En el presente modelo de ciclo vital, por definición, las transferencias voluntarias están excluidas. Sin embargo, a diferencia del caso analizado en Diamond (1965), en que $b = O$ y todos los impuestos recaen sobre los jóvenes, la existencia de impuestos en los dos períodos de vida hace surgir transferencias *coercitivas*, que tienen el mismo resultado de neutralizar los efectos de la deuda pública (10).

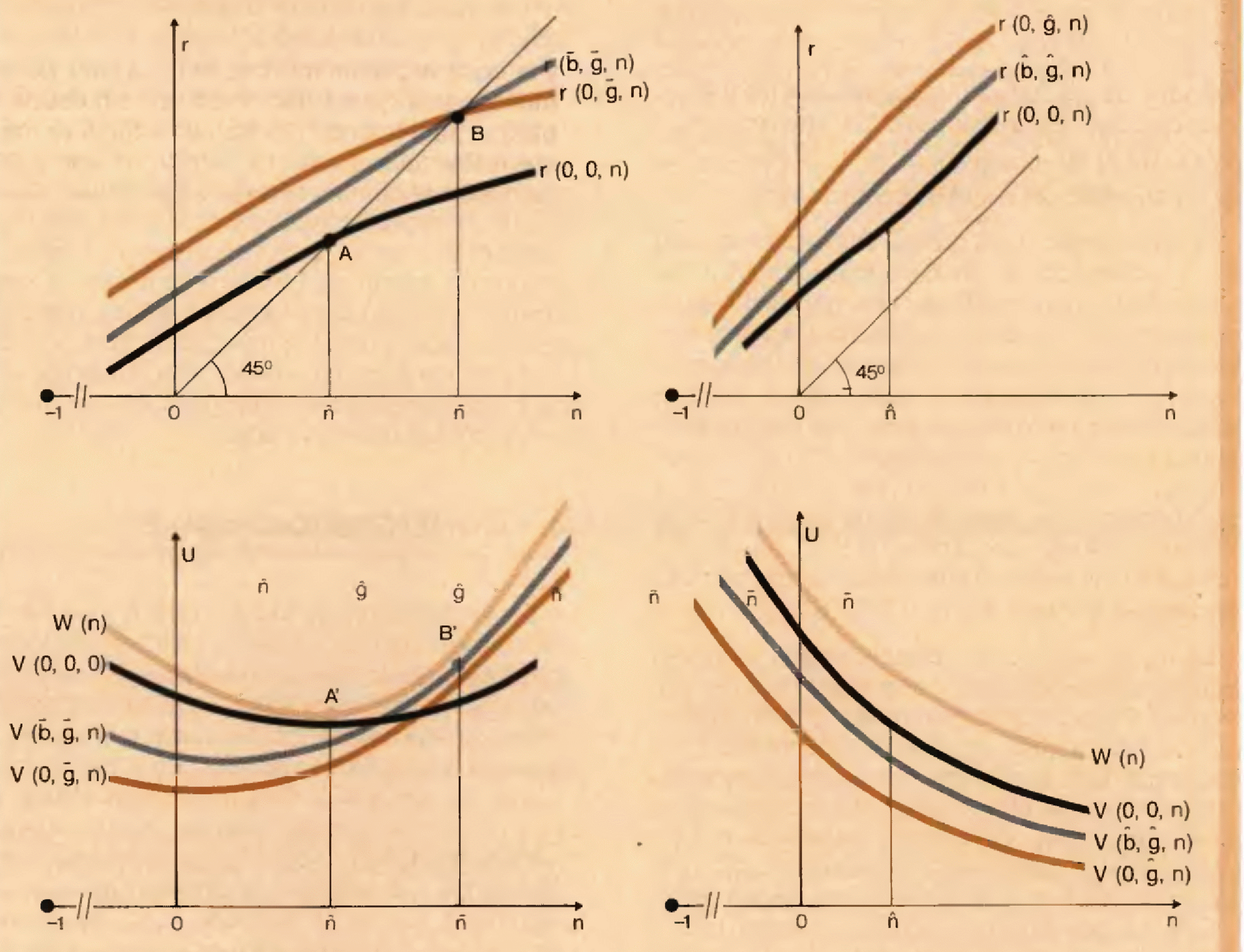
El gráfico 1 ilustra las anteriores proposiciones. En la parte izquierda se muestra una situación en que, sin deuda pública y para la tasa de crecimiento $\bar{n}$, el tipo de interés es menor que $\bar{n}$. A medida que aumenta g (para $b = O$) a lo largo de la curva r $(O.g.\bar{n})$, esa divergencia se va haciendo más pequeña, es nula en $\bar{g}$, y para valores mayores cambia de signo. El incremento del parámetro impositivo de O a $\bar{b}$ hace girar la curva del diagrama superior en el sentido de las agujas del reloj, dando lugar a $r(\bar{b}, g, \bar{n})$. Existe, en cualquier caso, una cantidad positiva de deuda, $\bar{g}$, que permite mantener la regla de oro de la acumulación, asegurando que las curvas V $(O,g,\bar{n})$ y V $(\bar{b}, g, \bar{n})$ del diagrama inferior tienen la concavidad dibujada. Los aumentos en b disminuyen el grado de curvatura de esas curvas y todas alcanzan un máximo en $\bar{g}$. La parte derecha muestra una configuración en que sin deuda pública, y para la tasa $\hat{n}$, el tipo de interés es mayor que $\hat{n}$. Por consiguiente, los incrementos de g alejan la economía de la regla de oro. La consecución de ésta requeriría una deuada negativa $\hat{g}$, lo que puede interpretarse como una situación en que el gobierno presta a los individuos en vez de tomar prestado o bien en que existe un volumen $\hat{g}$ de capital público (11).

El gráfico 1 permite también observar la dirección de los cambios en el parámetro impositivo que neutralizan los efectos de la política de deuda. En una situación de partida como A (A') en la parte izquierda (en que $r < n$), un aumento de g conduciría a B (B'). Una disminución de b que condujera la economía a C (C') mantendría el tipo de interés y el nivel de bienestar. Por el contrario, si la posición original es D (D') en la parte derecha (y $r > n$), el aumento de g llevaría a E (E'), y la restauración de los valores iniciales requeriría una elevación de b que condujera a F (F').

En cuanto a las variaciones en la tasa de crecimiento demográfico, los aumentos de n para valores dados de g y b disminuyen la relación capital por trabajador y elevan la tasa de interés. Una interpretación podría ser que cuanto más joven resulte la estructura de la población mayor será la cantidad de trabajo ofrecida y menor la tasa de salario. Al hacerse más escaso el capital en términos relativos, su rendimiento aumentaría. Debe notarse, sin embargo, que este argumento es, en esencia, de equilibrio parcial, mientras que el resultado enunciado incluye todos los ajustes de equilibrio general.

Los efectos inducidos sobre el nivel de bienestar a largo plazo son mucho menos definidos. En particular, si r es menor o igual que n *en presencia* de deuda en la situación de partida, un aumento en la tasa de crecimiento demográfico eleva la utilidad estacionaria de forma inambigua. Sin embargo, cuando r es mayor que n originariamente, para un volumen dado de deuda, el bienestar puede tanto mejorar como empeorar (12). Adicionalmente, exis-

GRAFICO 2



te una asimetría entre los casos en que existe o no deuda pública. En efecto, cuando *en ausencia* de deuda n es mayor (menor) que r, un ligero incremento en la tasa de crecimiento de la población mejora (empeora) el bienestar estacionario (13).

El resultado parece un tanto contraintuitivo o, al menos, difícil de racionalizar. Indica que en una senda de crecimiento equilibrado sin deuda, en que la economía no está en la regla de oro de la acumulación, una modificación en la tasa de crecimiento demográfico (que nos puede *alejar* de aquélla) acaba por incrementar la utilidad a largo plazo. Si ahora se introduce deuda y la configuración inicial es tal que la acumulación de capital es subóptima por exceso, un aumento de n eleva al bienestar. Alternativamente, si la disponibilidad de capital es subóptima por defecto, tal aumento no tiene un impacto claro sobre el nivel de utilidad.

El gráfico 2 muestra dos posibles relaciones entre el tipo de interés estacionario, cuando *no* existe deuda, y la tasa de crecimiento de la población. En la parte izquierda se observa que para tasas de crecimiento mayores (menores) que n̂ se cumple que r(O,O,n) es menor (mayor) que n, siendo ambas iguales en A (nótese la línea de 45°, r = n). La curva V(O,O,n), que representa el bienestar en ausencia de deuda, alcanza por tanto un mínimo en A' para la tasa $\tilde{n}$, y tiene forma de U. La introducción de una cantidad de deuda pública por trabajador $\bar{g}$ con b = O dará lugar a las curvas r (O, $\bar{g}$,n) y V (O,$\bar{g}$, n). Un aumento del parámetro impositivo hace rotar la curva r (b,$\bar{g}$,n) alrededor del punto B en el sentido opuesto de las agujas del reloj. Así, el paso de O a $\bar{b}$ genera las curvas r ($\bar{b}$,$\bar{g}$,n) y V ($\bar{b}$,$\bar{g}$,n) aumentando el bienestar para toda tasa de crecimiento (excepto para $\tilde{n}$ en B' en que no varía). Puede observarse también que los alejamientos de la regla de oro son coherentes con el aumento de la utilidad estacionaria.

La parte derecha del gráfico 2 ilustra el caso en que, en ausencia de deuda pública, r(O,O,n) es mayor que n para *cualquier* tasa de crecimiento. La curva V(O,O,n) es ahora siempre decreciente, de manera que cuando no existe deuda los aumentos de n se manifiestan en disminuciones del bienestar estacionario. Para la tasa $\hat{n}$, la introducción de una cantidad de deuda positiva con b = O alejaría aún más a la economía de la regla de oro, cuya consecución requeriría deuda pública negativa o la acumulación de capital público. Un valor $\hat{g}$ cuyos efectos más que compensan los de $\hat{b}$ podría generar las curvas r ($\hat{b}$,$\hat{g}$,n) y V ($\hat{b}$, $\hat{g}$,n).

De nuevo se suscita la posibilidad de relacionar estas proposiciones con otros resultados de la literatura. En particular, Samuelson (1975) avanzó que existía una tasa «óptima» de crecimiento de la población que presuntamente proporcionaría el máximo bienestar estacionario entre todas las reglas de oro asociadas a diferentes valores de n. Formalmente, esto puede modelizarse como la elección de cierta tasa $\tilde{n}$ que maximizaría una función U = W (n) que depende exclusivamente de la tasa de crecimiento demográfico. Sin embargo, Deardorff (1976) demostró que, en general, no existía tal tasa óptima. Más aún, las condiciones obtenidas por Samuelson (1975) respecto a $\tilde{n}$ podían estar asociadas a un *mínimo* de bienestar (la curva tendría por tanto forma de U), aspecto reconocido posteriormente por el propio Samuelson (1976).

En base a la expresión [8], las diversas reglas de oro en que r = n serán tales que:

$$n = r\ (b,g,n) \qquad [10]$$

Esto puede interpretarse, en términos del modelo anterior, como el resultado de la determinación *óptima* de b y g para un valor dado de n,g = g (b,n) como forma funcional. Puesto que existe un esquema de impuestos que permite neutralizar los efectos de la deuda, existirá en concreto un valor de g (positivo o negativo) que para b = O consigue la regla de oro, g = g(O,n). Por tanto, usando [9]:

$$U = V\ [O,g\ (O,n),\ n] = W\ (n) \qquad [11]$$

lo que genera una función que hace depender la utilidad estacionaria tan sólo de la tasa de crecimiento de la población. De hecho, como ilustran las tangencias que tienen lugar en el punto B' de la parte izquierda del gráfico 2, esa función es la envolvente de las curvas V (b,g,n). La tasa $\tilde{n}$, precisamente aquella que asegura que la ausencia de deuda consigue la regla de oro, comporta en A' un bienestar menor que cualquier otra. Y ello contando que exista, lo cual puede no ser el caso, como muestra la parte derecha del diagrama. En esa situación, cuanto mayor sea la tasa de crecimiento de la población menor será el máximo nivel de utilidad alcanzable, nivel que además requeriría una cantidad de deuda negativa.

4. COMENTARIOS FINALES

En la discusión de los resultados que surgen del modelo anterior no deben olvidarse las fuertes idealizaciones en que están basados. En particular, las conclusiones se refieren a la dinámica comparativa, sin considerar los procesos temporales de ajuste entre equilibrios estacionarios. Se han comparado las sendas de crecimiento equilibrado de una economía cerrada cuando varían la deuda pública, la distribución intergeneracional de los impuestos y la tasa de crecimiento de la población, pero ello se ha hecho a costa de abstraer algunos aspectos importantes. La deuda pública por trabajador se suponía constante, los impuestos eran de suma global y la estructura demográfica no podía ser más sencilla. Con todo, el modelo proporciona algunas ideas sobre la interacción de esas variables en una economía en crecimiento, y en ese sentido las conclusiones pueden ser relevantes cuando se realiza un análisis a largo plazo.

NOTAS

(*) El presente trabajo incorpora una exposición no formalizada de los resultados de la comunicación presentada por el autor al seminario *La nueva era de la deuda pública en España,* de la UIMP, Santander, 1987, y cuya versión inglesa ha aparecido recientemente en *Economics Letters* [López García (1987)]. Ambos trabajos constituyen parte de una investigación más amplia financiada por la Fundación FIES de la CECA.

(1) Aunque se supone que la oferta de trabajo es inelástica, los resultados pueden extrapolarse directamente al caso en que exista una decisión trabajo-ocio en la juventud.

(2) En Feldstein (1985) se utiliza el mismo modelo básico para analizar un cambio permanente en el nivel de gasto público por trabajador. Feldstein argumenta que si r es mayor que n, un aumento permanente del gasto no puede financiarse con una elevación de la deuda, sino con una disminución a largo plazo, lo que comporta mayores impuestos durante cierto tiempo.

(3) Este supuesto permite excluir algunas situaciones de explosividad de la deuda. Consideremos el caso en que el gobierno desea mantener cierto nivel del déficit neto de intereses, $d = e - \tau$, de manera que el déficit se financia enteramente mediante emisiones de deuda, y [4] se convierte en $(1 + n)\ g_{t+1} = (1 + r_t)\ g_t + d$. Si, para simplificar, suponemos que r es constante, tenemos:

$$g_{t+1} = \frac{(1 + r)}{(1 + n)}\, g_t + \frac{d}{(1 + n)}$$

una ecuación en diferencias de primer orden en g. Existe una solución estacionaria estable si $\partial g_{t+1}/\partial g_t = (1 + r)/(1 + n) < 1$, es decir, si $r < n$. En este caso, la deuda por trabajador converge al valor $\bar{g} = d/(n - r)$. Por el contrario, si $r > n$ la secuencia de valores g_t no converge y crece sin límite. Véase, a este respecto, Burbidge (1983.a).

(4) En presencia de progreso técnico aumentativo del trabajo a tasa h, la relación capital por trabajador y la tasa de salario crecerían a la tasa h, mientras que el rendimiento del capital y el cociente capital por trabajador, medido en unidades de eficiencia, serían constantes. Las proposiciones posteriores, basadas en comparaciones entre r y n, pueden en este caso extenderse a la relación entre r y $(h + n + hn)$, si bien debe excluirse la posibilidad de una elección trabajo-ocio.

(5) Nótese que los individuos jóvenes, en el período t, pagan $\tau^1_t L_t = (1 - b)\ (r_t - n)\ G_t$ en total y $\tau^1_t = (1 - b)\ (r_t - n)g$ cada uno de ellos, mientras que cuando son jubilados, en el $t + 1$, deben satisfacer $\tau^2_{t+1} L_t = b(r_{t+1} - n)G_{t+1}$, o sea, $\tau^2_{t+1} = b\ (r_{t+1} - n)\ (1 + n)$ g cada uno.

(6) En este modelo existen tres mercados, el de trabajo, el de consumo y el de activos. La condición de equilibrio en el período t puede expresarse como la igualdad entre el ahorro efectuado por la generación joven, $[\hat{w}_t - c^1_t + b\ (r_{t+1} - n)\ (1 + n)\ g/(1 + r_{t+1})]L_t$, y el capital más la deuda en el período $t + 1$, $K_{t+1} + G_{t+1}$. La ecuación [7] es la versión estacionaria de esta igualdad, donde $k = K_{t+1}/L_{t+1}$, $g = G_{t+1}/L_{t+1}$, y se ha hecho uso de [1].

(7) Puede conseguirse una ilustración del porqué del resultado denominando $p = \tau^1 + \tau^2/(1 + r)$ al valor presente de los impuestos (o transferencias) en [6]. Si r es mayor (menor) que n, la emisión de deuda eleva p y hace disminuir (aumentar) el valor presente de la renta vital $\hat{w}$. En realidad, el argumento es más complicado, pues si bien varía $\hat{w}$, también lo hace r, el rendimiento del ahorro (y por tanto el «precio» del consumo en el segundo período de vida). Sin embargo, teniendo en cuenta ambos efectos, se verifica en [8] y [9] que $\partial r/\partial g > 0$ y que $\partial V/\partial g \gtreqless 0$ según $r \lesseqgtr n$.

(8) En efecto, si existe subacumulación (sobreacumulación) de capital y los impuestos son positivos (negativos), tanto la disminución (aumento) del gravamen (transferencia) en el período activo como el aumento (disminución) en el período pasivo operan en la dirección de elevar (disminuir) el ahorro. Para un volumen dado de deuda pública, ello hará subir (bajar) la acumulación de capital. En términos de [8] y [9] se cumple que $\partial r/\partial b \lesseqgtr 0$ según $r \gtreqless n$ y que $\partial V/\partial b > 0$ tanto para r mayor o menor que n, siendo nula cuando son iguales. Así, una modificación marginal en b cuando $r = n$ no tiene efecto alguno, pues los pagos de intereses son iguales a la nueva emisión de deuda. Esto último también se aplica en la nota anterior para $\partial V/\partial g$.

(9) A partir de la restricción presupuestaria [6], puede observarse que las variaciones de b y g, que para valores dados de w y r mantienen inalterado el valor presente de los impuestos $p = \tau^1 + \tau^2 / (1 + r)$, y por tanto la renta vital, verifican:

$$\frac{\partial b}{\partial g} = \frac{(1 - b)(1 + r) + b(1 + n)}{(r - n)g}$$

Por supuesto, este razonamiento es puramente ilustrativo, pues toma como fijos los valores de w y r. Sin embargo, puede demostrarse que éste es el resultado cuando se incorporan todas las relaciones de equilibrio general. Así, $\partial b/\partial g$ será positiva (negativa) si r es mayor (menor) que n.

(10) De hecho, no es de extrañar que las relaciones entre r y n, que indican las situaciones de «legados» y «donaciones» obligatorios en este modelo, sean las mismas que obtienen Buiter (1980) y Carmichael (1982) cuando existen legados de padres a hijos y donaciones de hijos a padres surgidos sobre una base voluntaria.

(11) Si se diera la circunstancia de que $n = r$ en ausencia de deuda, la cantidad óptima de ésta sería nula. En términos del gráfico 1, las curvas de la parte inferior alcanzarían su máximo en su intersección con el eje de ordenadas.

(12) Una forma intuitiva de interpretar esta diferencia es como sigue. La derivada parcial de valor presente de los impuestos o transferencias, $p = \tau^1 + \tau^2/(1 + r)$, respecto a n es $g + (n - r)$ $2bg/(1 + r)$, cuyo signo es positivo si $n \geq r$, pero indeterminado en caso contrario. Por supuesto, esta argumentación es poco rigurosa, pues toma r como fija y desatiende los cambios en w, cuando de hecho, si se modifica n, también lo hará r(b,g,n) en la expresión [8]. Sin embargo, los resultados enunciados incorporan las variaciones endógenas en el tipo de interés inducidas por la modificación de la tasa de crecimiento de la población. En términos de [8] y [9] se verifica que $\partial r/\partial n > 0$ y que, cuando $g > 0$, $\partial V/\partial n > 0$ si $r \leq n$ y $\partial V/\partial n \gtrless 0$ si $r \geq n$, quedando indeterminado el signo en este caso.

(13) Cuando no existe deuda, es decir, evaluando $\partial V/\partial n$ para $g = 0$, esta derivada tiene el mismo signo que la diferencia entre n y r.

REFERENCIAS

ATKINSON, A. B. y STIGLITZ, J. E. (1980), *Lectures on Public Economics*, McGraw-Hill, Londres.

BARRO, R. J. (1974), «Are Government Bonds Net Wealth?, *Journal of Political Economy* Vol. 82, pp. 1095-1117.

BIERWAG, G. O., GROVE, M. A. y KHANG, C. (1969), «National Debt in a Neoclassical Growth Model: Comment», *American Economic Review*, Vol. 59, pp.205-210.

BUITER, W. H. (1979), «Government Finance in an Overlapping Generations Model with Gifts and Bequests», en G. M. Von Furstenberg (Ed.), *Social Security versus Private Saving*, Ballinger, Cambridge, Massachusetts, pp. 395-429.

— (1980), «'Crowding' Out of Private Capital Formation by Government Borrowing in the Presence of Intergenerational Gifts and Bequests», *Greek Economic Review*, Vol. 2, pp.111-142.

BUITER, W. H. y CARMICHAEL, J. (1984), «Government Debt: Comment», *American Economic Review*, Vol. 74, pp. 762-765.

BURBIDGE, J. B. (1983.a), «Social Security and Savings Plans in Overlapping Generations Models», *Journal of Public Economics*, Vol. 21, pp. 79-92.

— (1983.b), «Government Debt in an Overlapping-Generations Model with Bequests and Gifts», *American Economic Review*, Vol. 73, pp. 222-227.

— (1984), «Government Debt: Reply», *American Economic Review*, Vol. 74, pp. 766-767.

CARMICHAEL, J. (1982), «On Barro's Theorem of Debt Neutrality: The Irrelevance of Net Wealth», *American Economic Review*, Vol. 72, pp. 202-213.

DEARDORFF, A. V. (1976), «The Optimum Growth Rate for Population: Comment», *International Economic Review*, Vol. 17, pp. 510-515.

DIAMOND, P. A. (1965), «National Debt in a Neoclassical Growth Model», *American Economic Review*, Vol. 55, pp. 1126-1150.

DRAZEN, A. (1978), «Government Debt, Human Capital, and Bequests in a Life Cycle Model», *Journal of Political Economy*, Vol. 86, pp. 505-516.

FELDSTEIN, M. S. (1985), «Debt and Taxes in the Theory of Public Finance», *Journal of Public Economics*, Vol. 28, pp. 233-245.

HILLIER, B. y LUNATI, M. T. (1987), «On Nash versus Stackelberg Strategies and the Conditions for Operative Intergenerational Transfers», *Scottish Journal of Political Economy*, Vol. 34, pp. 91-96.

IHORI, T. (1978), «The Golden Rule and the Role of Government in a Life Cycle Growth Model», *American Economic Review*, Vol 68, pp. 389-396.

LÓPEZ GARCÍA, M. A. (1987), «Public Debt and Demographic Growth in an Overlapping Generations Model», *Economics Letters*. Vol. 24, pp. 197-201.

SAMUELSON, P. A. (1958), «An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance of Money», *Journal of Political Economy*, Vol. 66, pp. 467-482.

— (1975), «The Optimum Growth Rate for Population», *International Economic Review*, Vol. 16, pp. 531-538.

— (1976), «The Optimum Growth Rate for Population: Agreement and Evaluations», *International Economic Review*, Vol. 17, pp. 516-525.

STEIN, J. L. (1969), «A Minimal Role of Government in Achieving Optimal Growth», *Economica*, Vol. 36, pp. 139-150.

WEIL, P. (1987), «Love Thy Children. Reflections on the Barro Debt Neutrality Theorem», *Journal of Monetary Economics*, Vol. 19, pp. 377-391.