

# Lloyd S. Shapley y Alvin E. Roth: un Nobel a la elegancia y la sencillez

José Alcalde\* y Antonio Romero-Medina\*\*

*Aquellas personas que no están dispuestas a pequeñas reformas, no estarán nunca en las filas de los hombres que apuestan a cambios trascendentales.*

**Mahatma Gandhi**

El pasado martes, 15 de octubre, se anunció la concesión del premio nobel de economía a Lloyd S. Shapley y Alvin E. Roth por su contribución a la teoría de las asignaciones estables y sus aportaciones a la práctica del diseño de mercados. Ambos académicos han realizado propuestas que destacan por su elegancia en el planteamiento y robustez, en cuanto a su comportamiento. Estas características han sido claves para generar un consenso que ha permitido tanto su implementación en la reforma de distintos sistemas de asignación, en los que se han diagnosticado y solucionado sus problemas de diseño, como en la creación de nuevos sistemas de asignación.

**Lloyd S. Shapley**, nacido en 1923, alcanzó el grado de doctor en Matemáticas por la Universidad de Princeton en 1953, de la mano de A.W. Tucker. Este mismo año presenta en sociedad una solución para juegos cooperativos con utilidad transferible. Se trata del *Valor de Shapley*, referente básico en el desarrollo de los principales avances en Teoría de Juegos Cooperativos. Entre las diversas aplicaciones del Valor de Shapley se encuentra una formulación sencilla al problema de reparto de costes. En este contexto, el Valor de Shapley permite repartir las pérdidas generadas por un grupo en función de cual ha sido la contribución de cada una de las personas que lo componen al total de dichas pérdidas.

Años después, y relacionado con el problema que le llevó a presentar su *valor*, Shapley, junto con el también premio

nobel Robert Aumann, publicó el manual de referencia en Juegos Cooperativos No-Atómicos. Entre las principales aportaciones se encuentra una extensión del Valor de Shapley a este contexto, conocido como el valor de *Aumann-Shapley*. Entre las múltiples utilidades de dicho valor se encuentra su posible empleo como sistema de precios para monopolios sociales; como método de tarificación para empresas multi-producto; para distribuir riesgos financieros; o para diseñar la forma en que el sector eléctrico debería ser regulado.

Los trabajos de Shapley no se limitaron al análisis de funciones de valor para juegos cooperativos. Hace precisamente cincuenta años, junto con David Gale –quien habría estado entre los receptores de este premio de no haber fallecido en 2008– publicó un trabajo pionero, en el que se establecían las bases de una extensa literatura sobre *mercados bilaterales (matching markets)*, en los que los agentes pertenecen a un grupo, por ejemplo compradores o vendedores, pero no pueden estar en ambos. En este contexto, la existencia de una vinculación entre dos agentes, situados en lados opuestos del mercado, requiere de una aceptación mutua. El problema que discuten es el siguiente: supongamos que tenemos un grupo de hombres y mujeres deseosos de estar emparejados. ¿Existiría alguna forma estable de proponer parejas? En este contexto, *estabilidad*, una noción empleada en el ámbito de los juegos cooperativos, se traduce por la ausencia de rupturas matrimoniales. Una pareja puede romperse bien porque alguien prefiera estar soltero antes que con su consorte, bien porque haya un hombre y una mujer que, sin formar pareja, prefieran romper sus

\* Universidad de Alicante.

\*\* Universidad Carlos III de Madrid.

respectivos matrimonios para poder emparejarse. Los autores demostraron que, gracias a la bilateralidad existente, la respuesta era afirmativa: siempre podremos encontrar una configuración de parejas «a prueba de divorcios».

Gale y Shapley probaron su resultado de forma constructiva. Encontraron un procedimiento, que ellos bautizaron como el «algoritmo de aceptación diferida», que simulaba los procesos de búsqueda en el mercado de trabajo, en un contexto en que los salarios no son objeto de negociación. Así, inicialmente cada trabajador se ofrece a la empresa en la que mejor estaría prestando sus servicios. Cada empresa acepta (tentativamente) al trabajador que más le interesa y rehúsa el ofrecimiento del resto. Aquellos que han sido rehusados se ofrecen a la siguiente empresa que más les gusta siguiendo su propio criterio. De nuevo, las empresas vuelven a evaluar las ofertas que tienen presentes (incluidas las no rechazadas previamente), y cada una rechaza todas excepto aquella que más le conviene. El procedimiento continúa con rondas sucesivas hasta que ningún trabajador puede ofrecerse a más empresas, bien porque se haya ofrecido a todas, bien porque una empresa ha aceptado su ofrecimiento. Entonces, y sólo entonces, se firmarán los contratos.

El algoritmo de aceptación diferida es fácilmente aplicable y/o adaptable a un conjunto amplio de situaciones, tal y como ha mostrado Alvin Roth. Sin embargo hay un grupo relevante de problemas, el ya mencionado del mercado de trabajo entre ellos, en el que la presencia de otras variables significativas en el proceso de asignación, por ejemplo la capacidad de los agentes en negociar salarios, llevan a concluir que este proceso es difícilmente aplicable. En este contexto, Shapley y Shubik en 1972 ponen de manifiesto la existencia de configuraciones de contratación estables incluso en el caso en que las empresas puedan competir por ciertos trabajadores mejorando la retribución que estos percibieran. De este modo demuestran que la existencia de asignaciones estables en los mercados bilaterales va más allá del problema descrito en el modelo inicial.

Para completar este recorrido por las contribuciones más relevantes de Shapley al diseño de mercados, debemos citar su trabajo en colaboración con Herbert Scarf en 1974. En él analizan el siguiente problema: imagine que nos encontramos junto a un grupo de propietarios de viviendas, cada uno de los cuales prefiere la de alguno de sus vecinos antes que la suya propia. En esta situación, es evidente que las viviendas no están asignadas de forma eficiente. ¿Podría establecerse algún proceso de intercambio que conduzca a la eficiencia distributiva? Más aún,

¿podríamos alcanzar dicha situación sin recurrir a compensaciones pecuniarias? La respuesta a estas preguntas es afirmativa y la encuentran al analizar el núcleo del juego cooperativo subyacente a este problema. Y lo consiguen gracias a la inestimable colaboración de David Gale<sup>1</sup>, quien pone a su disposición un procedimiento, conocido como *tops trading cycle*, que les permite encontrar la única solución en el núcleo de esta economía de intercambio.

De nuevo, una parte importante del mérito en la resolución del problema reside en la sencillez con la que ha sido resuelto, amén de la robustez inherente al mecanismo descrito. Para ilustrar el funcionamiento del *tops trading cycle*, considere el proceso siguiente: tomemos un propietario cualquiera, e invitémosle a llamar al propietario de la casa que él más desea. El receptor de la llamada llamará al propietario de la casa que más desee, y así sucesivamente. Llegará un momento en que uno de los propietarios que realizó una llamada recibirá otra reclamando su vivienda. Es en este instante cuando se concretarán los primeros intercambios (definitivos) entre todos los agentes que se han llamado, desde aquél que recibió la última llamada hasta el propietario que la efectuó, pasando por todos los comunicantes intermedios. Cada uno de estos agentes recibirá la casa que prefería. Una vez realizada esta transacción, los agentes involucrados salen del mercado, cada uno con su nueva casa, y aparece un nuevo problema, similar al anterior pero con un número de agentes (y viviendas) inferior, al que se le volverá a aplicar el mismo procedimiento de intercambios, y así sucesivamente hasta que no queden agentes deseosos de cambiar su vivienda. Es importante destacar que el resultado obtenido es independiente de cuál sea el propietario que realice la primera llamada.

**Alvin E. Roth**, nacido en 1951, alcanzó tempranamente el grado de doctor en Investigación Operativa por la Universidad de Stanford en 1974. Preocupado, y también alentado, por los recientes avances en Teoría de Juegos, pronto se familiarizó con los resultados publicados por Shapley. Muestra de ello son sus trabajos aparecidos en 1977 tanto en *Econometrica*, relacionado con el Valor de Shapley, como en el *Journal of Mathematical Economics*, acerca del *tops trading cycle*. Su ámbito de especialización abarca líneas tan complementarias como la Economía Experimental, Teoría de Juegos y Diseño de Mercados.

Los méritos que han llevado a Roth a acceder a este premio comienzan a fraguarse a principios de los años ochenta. En un trabajo publicado en 1984, Roth estudia

<sup>1</sup> En su artículo aparecido en *Games and Economic Behavior*, Herbert Scarf relata de forma muy amena la forma en que sobrevino la colaboración de David Gale para probar los resultados a partir del empleo del *tops trading cycle*.

cómo ha evolucionado el procedimiento empleado para asignar los médicos residentes en Estados Unidos. En este trabajo pone de manifiesto cómo una voraz competencia de los hospitales por captar a los mejores estudiantes puso en peligro el sistema. En 1951, con el objeto de erradicar este problema, se creó el *National Matching Resident Program* (NMRP), la oficina que coordina el proceso de entrevistas entre estudiantes y hospitales. El éxito de la labor del NMRP, cuyo procedimiento instaurado en 1954 permaneció en el tiempo, reside, tal y como pone de manifiesto Roth, en que este método de asignación, que coincide con el que propusieran Gale y Shapley en 1962, genera asignaciones estables. En 1990 la legitimidad del NMRP fue puesta en cuestión y Alvin Roth aceptó la tarea de reformar el procedimiento. En este caso se pasó a usar la versión del algoritmo de aceptación diferida en el que proponen los (futuros) residentes (previamente se usaba la versión en la que proponían los hospitales). De este modo se consiguió que, además de implementar asignaciones estables, los residentes declararan de forma honesta sus preferencias sobre los hospitales en los que realizarán su etapa de especialización.

De este proceso de reforma y del estudio comparado de procedimientos similares que han corrido suertes diversas, Roth extrajo la conclusión de que es la sencillez del procedimiento, junto con las buenas propiedades que este presenta, lo que ha garantizado su pervivencia. Desde entonces, ha combinado exquisitamente el rigor científico asociado al análisis de diseños de mecanismos, con la necesidad de que estos sean de utilidad para la sociedad. Ello puede verse claramente en el manual que escribió junto a Marilda Sotomayor, en que aparece un compendio de los avances ocurridos en la literatura de *matching*, desde el trabajo de Gale y Shapley hasta finales de los ochenta.

La aparición del manual de Roth y Sotomayor fue la presentación en sociedad que necesitaban los problemas de *matching* para despertar el interés académico que estos merecían, lo que contribuyó, en parte, a la consolidación de un excelente equipo de trabajo en el entorno geográfico de Boston que, liderado por Alvin Roth, cuenta con investigadores de primer nivel como Atila Abdulkadiroglu, Fuhito Kojima, Tayfun Sönmez o Utku Ünver, entre otros.

De las lecciones aprendidas sobre la importancia de diseñar mecanismos fáciles de entender por sus usuarios y de su particular habilidad en presentar con sencillez sofisticados procesos de asignación surge una colaboración muy estrecha entre el equipo de Alvin Roth y la sociedad civil que ha contribuido a mejorar (o al menos hacer más fácil) la vida de muchos ciudadanos. De entre los distintos procesos asignativos que se han reformado

aplicando las técnicas propuestas por Shapley y Roth, debemos destacar dos por el impacto social que han producido: la reforma de los procesos de admisión de estudiantes a colegios y los procesos de donación de riñones entre donantes vivos.

Balinski y Sönmez pusieron de manifiesto la relación de los procesos de admisión de estudiantes a colegios públicos con el modelo diseñado por Gale y Shapley. Este análisis animó al equipo de Roth a explorar posibles reformas en el sistema de admisiones en los colegios públicos, primero en Nueva York y posteriormente del área metropolitana de Boston.

La reforma llevada a cabo en Boston nos servirá de ejemplo. En Boston partían de un procedimiento similar al que se emplea en los municipios españoles. En primer lugar, a cada alumno se le otorga una puntuación por cada colegio, que será empleada para discernir, entre cada dos alumnos, cuál debería ser prioritariamente admitido. Hecho esto, y teniendo en cuenta las preferencias declaradas por los alumnos, se produce la distribución de plazas escolares. El sistema de Boston otorgaba a cada niño una plaza en el colegio que él prefería. En caso de que no hubiera suficientes plazas disponibles se escogía a aquellos con mayor prioridad. Los niños excluidos se incorporaban al colegio marcado como su segunda opción, siempre y cuando en este quedasen plazas vacantes. En caso contrario pasaría a su tercera opción y así sucesivamente.

Tras diversas entrevistas con el Comité Escolar de la Ciudad de Boston, se encargó al equipo de Roth supervisar la reforma del sistema de admisión. Dicha reforma, que entró en vigor en 2005, consistió en la adopción del algoritmo de aceptación diferida que propusieran Gale y Shapley en la versión en que los estudiantes proponen. De esta forma se consigue que los padres no tengan que estudiar las posibilidades de su hijo de ser admitido en cada colegio antes de cumplimentar los formularios. Tras la reforma, lo mejor que los padres pueden hacer es declarar sus verdaderas preferencias. Como consecuencia, un problema que agobiaba a muchas familias de Boston, con niños a punto de entrar en el sistema escolar (y agobia a todas las familias españolas en esta situación) quedaba resuelto. Si sus hijos no eran admitidos por el colegio solicitado en primer lugar, competiría en igualdad de oportunidades por su segunda o tercera opción y no perderían la oportunidad de ir a un buen colegio público.

Como consecuencia del éxito de esta reforma en Nueva York y Boston, otras ciudades se han sumado al contagio reformista que se extiende ya por los Estados Unidos y el Reino Unido.

Los trasplantes de riñón procedente de donante vivo, y en particular los trasplantes cruzados de riñón, constituyen otro ejemplo de aplicación de las técnicas que nos ocupan. La cuestión es la siguiente: supongamos que dos personas necesitan sendos trasplantes de riñón. Sus respectivas parejas, están dispuestas a donarles un riñón pero, de producirse el trasplante, se generaría un rechazo. Revisados los análisis, se constata que podrían cruzar sus donaciones y cada donante podría dar un riñón al cónyuge del otro donante. Así un trasplante cruzado de riñón conseguiría solucionar los problemas de ambos enfermos. Esta es una idea que no había escapado a los urólogos pero que implicaba trabas legales, provocaba reticencias morales por parte de algunos médicos y se veía frustrada por la inexistencia de la información sobre aquellos pacientes que tenían familiares o amigos que pudieran estar dispuestos a donarles un riñón pero que resultaban ser incompatibles.

Si lo pensamos un segundo, esta situación es muy similar a la que analizaron Shapley y Scarf en 1974 cuando se plantearon la posibilidad de que un grupo de incomodos propietarios intercambiaran sus casas. Con esta idea en mente podemos plantearnos no limitar los intercambios de riñones a ejemplos como el descrito mas arriba e involucrar a un número mayor de parejas donante-receptor.

Roth y sus colaboradores analizaron el problema y descubrieron que una adecuada selección de los intercambios entre parejas no compatibles permitía explotar buena partes de las ganancias de eficiencia posibles. No obstante, si los intercambios pudieran ampliarse a tres parejas habría mejoras que explotar. Dado que los problemas logísticos de realizar estas operaciones no son triviales –se realizan simultáneamente y se necesita un quirófano con su personal por paciente– inicialmente se decidió realizar intervenciones con dos parejas. Sus trabajos dieron a este procedimiento el impulso que necesitaba. Tras un periodo inicial, estos procedimientos han alcanzado escala nacional en Estados Unidos, el Reino Unido y comienzan a ser realizados en España, entre otros países.

La historia del intercambio de riñones, como las del diseño de mercados, no termina aquí. Las técnicas propuestas por Roth y Shapley nos enseñan que existen mejoras de eficiencia muy significativas –personas que abandonan la lista de espera en diálisis para vivir su vida libres de enfermedad– si se aumenta el número de parejas implicadas, si se entrecruzan las cadenas de riñones cadavéricos y de donante vivo, si se permiten las donaciones de donantes altruistas, o si se hacen trasplantes no simultáneos.

Alvin Roth en 2002 manifestaba que los economistas no estaban ya llamados únicamente a analizar los mercados sino que habían adquirido la nueva responsabilidad de diseñarlos prestando atención a los detalles y complicaciones de la realidad. En este sentido, los economistas habían pasado del papel de físicos que contemplan las leyes de la naturaleza al de ingenieros que deben trabajar con ellas al servicio de un propósito. Tomando prestada esa metáfora podemos decir que el Premio Nobel de este año se ha otorgado a los profesores Shapley y Roth como máximos exponentes de los «economistas-ingenieros» que, acorde con los nuevos tiempos y la evolución de la sociedad, se preocupan por explorar el re-diseño y mantenimiento de los mercados, así como de otras instituciones económicas.

## Bibliografía

- AUMANN, ROBERT J. y SHAPLEY, LLOYD S. (1974), *Values of Non-Atomic Games*, Princeton Univ. Press, Princeton.
- BALINSKI, MICHAEL y SÖNMEZ, TAYFUN (1999), «A Tale of Two Mechanisms: Student Placement», *Journal of Economic Theory*, 84, 73-94.
- GALE, DAVID y SHAPLEY, LLOYD S. (1962), «College Admissions and the Stability of Marriage», *American Mathematical Monthly*, 69, 9-14.
- ROTH, ALVIN E. (1977), «The Shapley Value as a von Neumann-Morgenstern Utility», *Econometrica*, 45, 657-664.
- ROTH, ALVIN E. (1984), «The Evolution of the Labor Market for Medical Interns and Residents: A Case Study in Game Theory», *Journal of Political Economy*, 92, 991-1016.
- ROTH, ALVIN E. (2002), «The Economist as Engineer: Game Theory, Experimentation, and Computation as Tools for Design Economics», *Econometrica*, 70, 1341-1378.
- ROTH, ALVIN E. y POSTLEWAITE, ANDREW (1977), «Weak Versus Strong Domination in a Market with Indivisible Goods», *Journal of Mathematical Economics*, 4, 131-137.
- ROTH, ALVIN E. y SOTOMAYOR, MARILDA O. (1990), *Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis*, Econometric Society Monograph Series, Cambridge University Press.
- SCARF, HERBERT (2009), «My Introduction to Top-Trading Cycles», *Games and Economic Behavior*, 66, 630-631.

SHAPLEY, LLOYD S. (1953), «A Value for n-person Games». En Contributions to the Theory of Games, vol. II. H.W. Kuhn and A.W. Tucker, editores. *Annals of Mathematical Studies*, v. 28, 307–317. Princeton University Press.

SHAPLEY, LLOYD S. y SCARF, HERBERT (1974), «On Cores and Indivisibility». *Journal of Mathematical Economics*, 1, 23-37.

SHAPLEY LLOYD S y SHUBIK, MARTIN (1972), «The Assignment Game I: The Core», *International Journal of Game Theory*, 1, 111-130.