Nuevos retos en la medición del riesgo de mercado

Santiago Carrillo Menéndez
Prosper Lamothe

I. INTRODUCCIÓN

El tratamiento de los riesgos financieros ha adquirido una importancia cada vez mayor tanto para las instituciones financieras como para las empresas no financieras, que en su práctica diaria mantienen posiciones abiertas en los mercados.

El crecimiento de los volúmenes negociados en los mercados, la constante innovación en los denominados instrumentos derivados y el incremento de la volatilidad a nivel general han impulsado la necesidad de medir y gestionar adecuadamente el denominado riesgo de mercado. Por ejemplo, el índice global de volatilidad RMVI (*Riskmetrics Volatility Index*) (1) construido por el grupo Riskmetrics, experimentó una subida del 200 por 100 desde julio de 1997 hasta finales de 1998, y se mantiene en esos niveles hasta la actualidad.

El aumento de la volatilidad y de la complejidad de los instrumentos, junto con el paso del tiempo, han estimulado a los reguladores a intentar mejorar la normativa que existía al respecto, plasmada en el Acuerdo de Capital de Basilea de 1988, la Directiva sobre Adecuación de Capital de 1993 y el documento consultivo del Comité de Basilea de 1993.

El Nuevo Acuerdo de Capital de Basilea (Basilea II) se ha plasmado en un momento en el cual se confirmaban los malos augurios para los mercados de capitales: la caída vertiginosa de los principales índices de la hasta hace poco llamada nueva economía ha arrastrado tras de sí a otros sectores más tradicionales, transformando la euforia bursátil de hace unos meses en un *crack* para una parte significativa del mercado.

Aunque los componentes más novedosos del Acuerdo de Basilea tengan que ver con el riesgo de crédito y con la inclusión explícita de los requerimientos de capital para hacer frente a las consecuencias del riesgo operativo, no es baladí volver sobre algunos aspectos relacionados con la medición de riesgo de mercado, así como el problema de la agregación de riesgos.

II. ENFOQUES DE TIPO "DELTA" *VERSUS* ENFOQUES "GLOBALES"

La separación entre estos enfoques se debe a la posibilidad matemática de presentar de dos distintas maneras el cambio de valor de cualquier función diferenciable, frente al cambio del argumento de esta función. En nuestro caso, las funciones son los valores de mercado de los instrumentos que componen nuestra cartera. Los argumentos de estas funciones o, en otras palabras, las variables que definen los cambios del precio de nuestra cartera son distintos tipos de interés, tipos de cambio, precios de acciones, etcétera.

Lo que queda es ver cómo podemos prever el cambio de este precio, frente a los cambios imprevistos de estos argumentos. Y el cambio de precios que va en contra de nuestra posición es el riesgo.

Comenzaremos el análisis por el enfoque que determina el riesgo de las carteras como función de la sensibilidad al cambio de alguno de los argumentos, arriba mencionados, como por ejemplo el tipo de interés. Es importante notar que detrás de este enfoque está el teorema de Taylor. Este teorema permite expresar la variación Δf de una función f del argumento x como un polinomio de la variación de dicho argumento. Para la aproximación de orden 3, la expresión correspondiente es:

$$\Delta f(x) = \frac{df}{dx}\Delta x + \frac{1}{2}\frac{d^2 f}{dx^2}(\Delta x)^2 + \frac{1}{6}\frac{d^3 f}{dx^3}(\Delta x)^3 + \varepsilon((\Delta x)^4)$$

Donde $\varepsilon((\Delta x)^4)$ es una magnitud despreciable a nivel de tercer orden de incremento del argumento.

En economía, este enfoque de representar el cambio de una función a través del polinomio que tiene como argumento los distintos grados del incremento del argumento se llame el enfoque de tipo "delta". La función en cuestión puede ser, por ejemplo, el precio de una referencia de la deuda o la prima de la opción, siendo en estos casos los argumentos la tasa interna de rentabilidad o el precio del subyacente.

Tradicionalmente, en relación con las carteras de la deuda pública, la aplicación de este enfoque está basada en los conceptos de la duración y convexidad, que a su vez provienen de la definición de la tasa interna de rentabilidad. Este origen marca las limitaciones principales de este camino, al no poder definir los riesgos en los instrumentos, que no están relacionados, como por ejemplo los FRA, con el concepto de la TIR. No obstante, este primer enfoque tiene la mayor implantación en los sistemas de medición de riesgos.

Cabe subrayar las diferencias entre un enfoque delta y un enfoque global. Los enfoques de tipo delta son aceptables cuando los cambios potenciales en los valores de las carteras pueden ser definidos como una función lineal (o, en casos especiales, como una función cuadrática) de cambios en, por ejemplo, tipos de interés. Ni siquiera es totalmente exacto para el caso más simple de una cartera de renta fija. Cuando, para aumentar la precisión se utiliza la convexidad, el resultado, aunque no en forma lineal, sigue siendo una función de los posibles cambios de los tipos de interés. En cambio, un enfoque global no trata de definir ninguna función que relacione el valor de las carteras con los cambios, siguiendo nuestro ejemplo, de los tipos de interés. Cualquier enfoque de tipo global trata de estimar el valor de las carteras en distintas situaciones. Las diferencias entre estos valores se definen como el riesgo. Si cualquier enfoque de control de riesgos que podemos llamar de tipo delta puede resumirse de forma:

RIESGO = SENSIBILIDAD FRENTE CAMBIOS +
+ CAMBIOS PONENCIALES

cualquier enfoque global puede ser presentado de forma:

RIESGO = VALOR CARTERA SEGÚN COYUNTURA PREVISTA–
–VALOR CARTERA SEGÚN COYUNTURA ACTUAL

El enfoque global suele utilizar la simulación de escenarios. Este método se refiere a los escenarios, elaborados por lo general fuera del sistema de control de riesgos, o suministrados por el mismo usuario del sistema de control de riesgos, que definen los posibles movimientos adversos del mercado para un determinado horizonte temporal. El ejemplo usual es la simulación del desplazamiento de la curva de las TIR de la deuda pública en un número aleatorio (por ejemplo 100) de puntos básicos para todas las referencias de un solo mercado. Una de las modificaciones de este método, desarrollado por Barra (1985), es la simulación de un escenario de distintos movimientos de la curva de las TIR de la deuda pública por tramos.

La aplicación del método de simulación de escenarios dentro del enfoque global es aún más extenso. El ejemplo más sencillo es la determinación del valor simulado de la cartera a través del valor actual neto de los flujos futuros generados por los instrumentos de ésta, descontándolos a los tipos de interés definidos en la curva actual, desplazada un determinado número de puntos básicos. Este desplazamiento paralelo de la curva prácticamente repite para el enfoque global el movimiento paralelo de las TIR dentro del marco del enfoque delta.

Otro ejemplo de la situación de escenarios puede ser la simulación de rotaciones de la curva cupón cero. Esta simulación supone que uno de los puntos en la estructura temporal de los tipos de interés, por ejemplo el tipo día a día, puede crecer o decrecer un número distinto de puntos básicos que la referencia a diez años.

En toda su generalidad, este tipo de enfoque lleva a la simulación conjunta de todos los factores de riesgo de una cartera (renta fija y renta variable), recogiendo así tanto los movimientos no paralelos de la curva de tipos como la dinámica posible de la subcartera de renta variable.

El método de simulación de escenarios es una herramienta muy potente. Sólamente con este método se puede determinar el riesgo de las posiciones con alto grado de opcionalidad, de las posiciones en opciones cerca del vencimiento y de las opciones en el dinero. En general, este método es el método válido para las posiciones que dependen de diferentes parámetros de mercado, que pueden incluir los tipos de interés, los tipos de cambio, las cotizaciones de índices y valores futuros de la volatilidad implícita juntos.

Por otro lado, es el único método clásico aplicable a mercados poco estables con distribuciones de las tasas de variación de sus variables características muy lejanas de las distribuciones conocidas. Los riesgos de los mercados emergentes, los riesgos de los mercados en transición y los riesgos de los mercados en crisis pueden tratarse única y exclusivamente con el método de simulación de escenarios.

La mayor desventaja del método de simulación de escenarios es la arbitrariedad de las propuestas para la simulación, que dependen exclusivamente del razonamiento y de las hipótesis simplificadoras del investigador.

En la práctica de los mercados, se ha optado fundamentalmente por los denominados enfoques tipo delta. La razón básica quizá sea su mayor concreción y objetividad, ya que los enfoques globales nos obligan a definir una metodología de construcción de escenarios que puede conducirnos a un exceso de vaguedad y de arbitrariedad en nuestras medidas. Por ejemplo, podemos tener muchos escenarios factibles, pero los decisores (reguladores, usuarios, etc.) necesitan conocer los más probables. Adicionalmente, los usuarios de los modelos necesitan disponer de pocas cifras y variables de estimaciones del riesgo asumido, algo que es difícil de lograr con el método de simulación de escenarios.

La falta de una metodología de simulación ampliamente aceptada ha hecho que las entidades utilicen básicamente los enfoques delta, y como una fuente de información adicional, la metodología de simulación.

Algunos de los problemas del enfoque delta simple se han solucionado a través de los denominados métodos delta-plus, utilizados especialmente para medir riesgos en las carteras de opciones.

Dado que la delta no mide exactamente el riesgo de las posiciones que incorporan opcionalidad, se ajusta la medición del riesgo con los riesgos de gamma (segundo término del desarrollo de Taylor del valor de la opción) y vega (sensibilidad del valor de la opción a la volatilidad de mercado).

III. A VUELTAS CON EL VaR

La generalización del uso del VaR ha sido, sin lugar a dudas, una de las consecuencias más notables del acuerdo de 1988. En su implementación se han usado diversas metodologías, entre las cuales cabe destacar:

— Modelos normales con sus variantes.

— Simulación histórica, aquí también con diversidad de enfoques.

En ambos casos, los derivados se incorporan a la cartera mediante una aproximación delta; como hemos comentado, delta-plus. En la mayoría de los casos, se asume la hipótesis de modelos normales para el comportamiento de los precios de los activos financieros.

Modelos normales

La idea básica, más o menos explícita, en que se fundamentan los modelos normales, es la de que los rendimientos (logarítmicos) de los subyacentes tienen, como distribución conjunta (éste es el *quid* de la cuestión), una normal multivariante, caracterizada sólo por dos elementos: sus medias y la matriz de covarianzas. Esto permite que tanto una determinada cartera de referencia como cualquiera de las subcarteras en que se puede descomponer tenga rendimientos normales (en este contexto, una suma de normales es normal).

Otra de las ventajas de suponer la normalidad es que, para una distribución normal, un percentil determinado (en este contexto, típicamente el 1 por 100 o el 5 por 100) se puede expresar como una constante multiplicada por la desviación típica. Unida a la propiedad señalada, esto hace que el VaR de una cartera sea inferior o igual a la suma de los VaR de las carteras en que podemos subdividir la cartera de referencia.

Dicho de otra manera, este tipo de modelos permite distribuir riesgo a subunidades con la seguridad de que el riesgo total nunca será superior a la suma de los riesgos asumidos por cada una de dichas unidades.

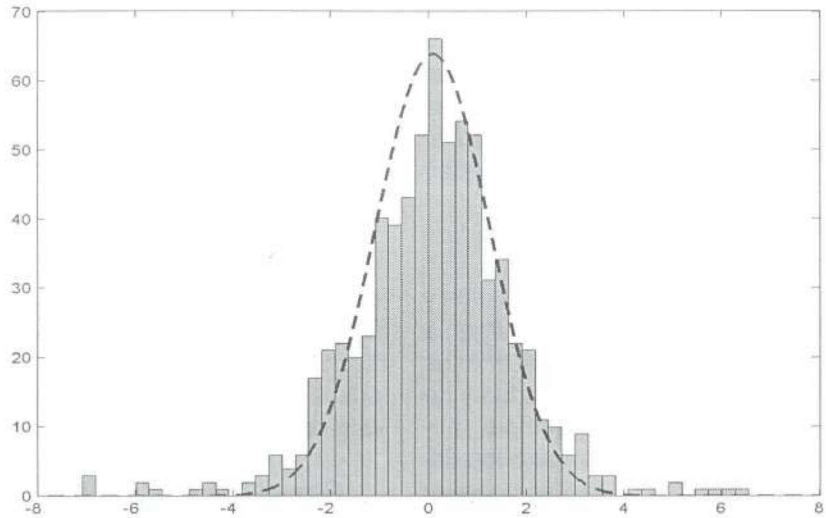
Este tipo de modelos permite simular escenarios para los distintos factores de riesgo (aunque estos sean muy numerosos) de una cartera con una metodología muy robusta, y usar estos escenarios para las distintas medidas de riesgo que puedan interesar al gestor (gráfico 1).

En cualquier caso, no cabe duda de que el conjunto de propiedades de los modelos normales, pese a la evidencia empírica de sus limitaciones, está en la base del extraordinario éxito en la implantación del VaR como medida de riesgo de mercado, y en la creación de una cultura y una sensibilidad más cuantitativa en la gestión de este tipo de riesgos.

Simulación histórica

Las metodologías basadas en simulación histórica se subdividen, básicamente, en dos grupos: aquellas basadas en ventanas temporales relativamente pe-

GRÁFICO 1



Incluso en el caso de los rendimientos diarios del Ibex35 se puede apreciar cómo las colas son más pesadas de lo que prevé el ajuste (de máxima verosimilitud) a la normal. El contraste de Kolmogorov-Smirnov de normalidad arroja un resultado de 0,1.

queñas (lo típico son unos 250 datos), para las cuales es útil usar métodos de alisado exponencial (2); la importancia relativa de un dato de la muestra decae exponencialmente con el tiempo con el fin de que pesen más los datos más recientes. Otro enfoque consiste en usar ventanas temporales más grandes (1.000 datos) con el fin de obtener una simulación más robusta.

Las primeras captan muy bien los cambios en los regímenes de volatilidad, mientras que las segundas dan medidas de VaR más robustas cuando se las somete a un *back-testing* sistemático (ver el artículo de Hendricks).

Principales limitaciones

Es cierto que la implementación de este tipo de metodologías ha supuesto un importante progreso en la gestión del riesgo de las entidades financieras; sin embargo, y no podía ser de otra manera, el tiempo ha puesto en evidencia las limitaciones de las mismas.

Por muchas mejoras técnicas que se les haya incorporado (por ejemplo métodos GARCH para ajustar la matriz de covarianzas y no tener que suponer los modelos estables a lo largo del tiempo, algo no muy acorde con la experiencia cotidiana), el uso de los modelos normales supone un importante riesgo de modelo. En efecto, éstos infravaloran de manera sistemática el peso de las colas, sobre todo del lado de las pérdidas, y llevan a estimaciones del VaR demasiado optimistas; los cinco últimos años ofrecen un horizonte temporal perfecto para un *back-testing* sistemático de las herramientas de que se dispone en las distintas instituciones.

En la práctica, aunque no siempre se sea consciente de ello, el modelo de rendimientos normales está implícitamente relacionado con una teoría en la cual sólo importan los dos primeros momentos: rendimientos y covarianzas (3).

Esto tiene importantes consecuencias prácticas, de las cuales no siempre se es consciente. Por ejemplo, si uno se preocupa sólo de los dos primeros momentos, se puede dar la paradoja de que la cartera que minimice la desviación típica (momento de orden dos) para un rendimiento dado dé un VaR mayor (momento de orden cuatro o *curtósis*) que el de la cartera de partida. Dicho de otra manera: *al minimizar los riesgos ordinarios se pueden incrementar los riesgos extremos*, simplemente debido al hecho de que uno no hace nada por controlarlos.

De manera análoga, este tipo de enfoque ignora el momento de orden tres, o *asimetría*, a pesar de lo significativo que puede ser para la gestión del riesgo de mercado de una cartera, las simetrías en las distribuciones de los rendimientos de la misma y las evidencias de éstos, y no sólo en el caso de carteras con derivados.

Estos defectos de los modelos normales resultan, al menos en parte, paliados por los modelos basados en la simulación histórica. Sin embargo, el carácter escaso y discreto de los rendimientos extremos, incluso en el caso de muestras muy grandes, tiene consecuencias importantes.

Por una parte, no es posible predecir pérdidas fuera de la muestra; resulta imposible prever una perdida mayor a la experimentada en el pasado, y según el tamaño de la ventana temporal que se esté usando, esto puede ser una limitación muy seria. En la práctica, los rendimientos (pérdidas) extremos pasados pueden no ser buenas predicciones de los rendimientos extremos futuros.

Además, estos métodos no permiten llevar a cabo experimentos de sensibilidad de la cartera a pequeñas variaciones de determinados parámetros.

IV. ALTERNATIVAS

Señalados estos aspectos de los modelos más comúnmente usados, cabe preguntarse si existen alternativas razonables no ya desde una perspectiva académica, sino desde una aproximación más orientada a la gestión del riesgo de mercado que debe realizarse desde una entidad financiera.

A nuestro juicio, la respuesta es inequívocamente que sí. Existen herramientas matemáticas hoy fáciles de implementar gracias al extraordinario desarrollo de la microinformática, que permite tener en un ordenador de sobremesa la potencia de un *mainframe* de hace diez años. Éstas permiten superar las limitaciones señaladas y abrir paso a una nueva etapa en la gestión del riesgo de mercado más acorde con lo que, sin duda, es la experiencia del gestor.

La primera de las preguntas es la siguiente: ¿Es posible dar una descripción paramétrica del comportamiento de las colas de las distribuciones empíricas que nos permita tener, a la vez, una medida del VaR más realista, la capacidad de predecir pérdidas no vistas y llevar a cabo análisis de sensibilidad de estas medidas a pequeños cambios en la composición de la cartera?

La respuesta es afirmativa, pero quizá convenga detenerse unos instantes acerca de la realidad "no normal" (diremos no gaussiana para evitar ambigüedades) de los rendimientos del mundo real.

Un mundo no gaussiano

En estos años, se han producido tres factores que han tenido consecuencias significativas sobre la propia dinámica de los mercados: la globalización de los mercados financieros, su ensanchamiento dentro de las mismas fronteras de los estados vía la irrupción en los mismos de un mayor número de agentes (incluido un sector cada día mayor de pequeños inversores operando desde sus casas vía internet) y la aparición de los mercados de transacción continua (gráfico 2).

Las dos primeras han llevado a mercados susceptibles de una volatilidad mucho mayor, la tercera ha cambiado el significado del tiempo: el mercado continuo permite que en una semana de tiempo se produzcan más precios (haya más transacciones) que los que se podían producir en un año hace un par de décadas.

Una consecuencia radical de estos elementos es una crisis de los modelos tradicionales que describen la dinámica de un activo en términos de una tendencia+un ruido blanco (gráfico 3).

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t$$

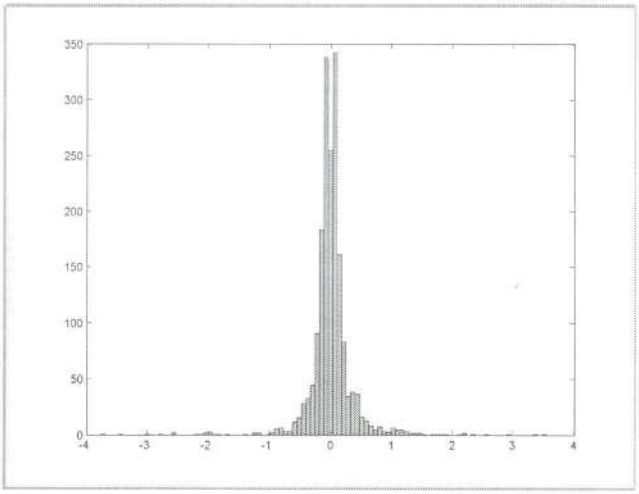
Estos modelos, que aparecieron ya en la década de los sesenta, suponen la volatilidad constante, una hipótesis que se puede obviar, y la estabilidad temporal de las leyes que rigen estas dinámicas. Una hipótesis aceptable cuando el tiempo económico, medido en número de transacciones, parecía muy lento comparado con el tiempo físico (medido por el reloj), pero que hoy ya no se corresponde con la realidad observada.

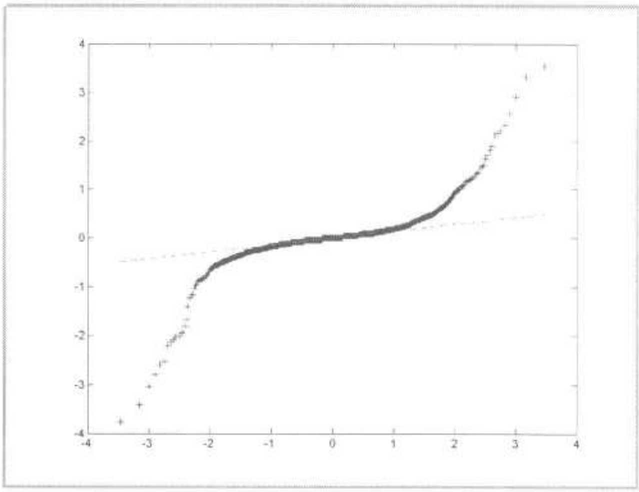
Incluso si se consideran carteras en las cuales los efectos extremos de los diversos componentes tienden a compensarse y suavizan el fenómeno de colas pesadas, la hipótesis de normalidad de las distribuciones resulta, en exceso, optimista (gráfico 4).

Otros ajustes paramétricos

Un primer enfoque lo proporciona el ajuste de otras distribuciones paramétricas a la estructura de pérdidas y ganancias de una cartera. Aunque se está

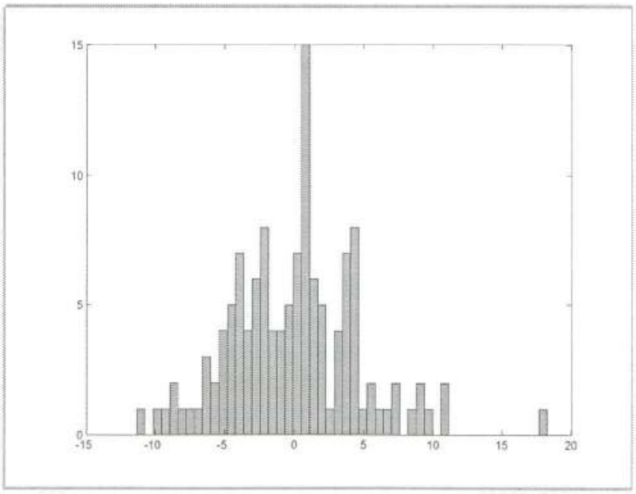
GRÁFICO 2

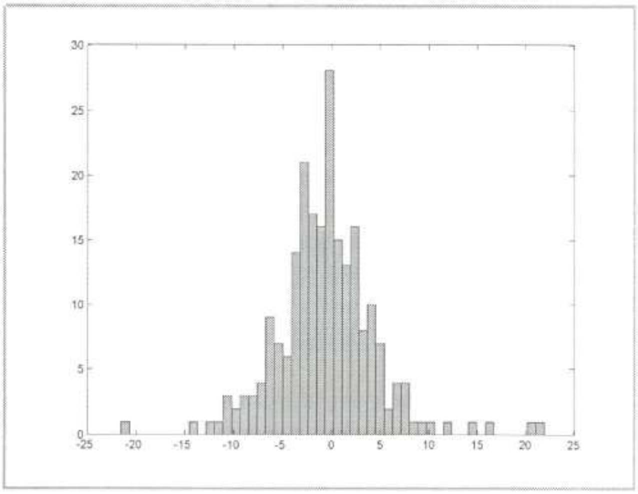




Los datos de cotización de Telefónica tomados cada 5 minutos en el mes de diciembre de 2000 permiten ilustrar fehacientemente el carácter no gaussiano de la distribución de sus rendimientos: de ser normal dicha distribución, los puntos de la gráfica de la derecha (un cuantil-cuantil *plot*) deberían estar alineados.

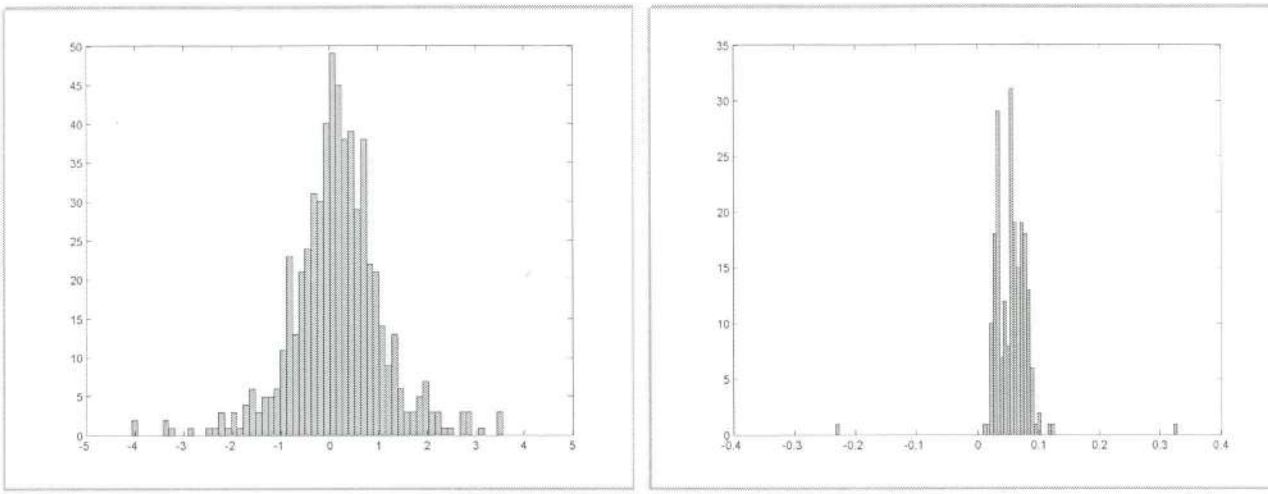
GRÁFICO 3





Los rendimientos semanales de Daimler-Chrysler (18/11/98 - 07/02/01) y del BSCH (01/07/97 - 07/02/01) siguen siendo poco gaussianos, pese al efecto de regularización que supone pasar de datos diarios a datos semanales.

GRÁFICO 4



La gráfica de la izquierda se corresponde con una cartera con acciones y opciones (el Kolmogorov-Smirnov da 0,01) y la de la derecha con un FIAMM (Kolmogorov-Smirnov = 0).

trabajando con diversos modelos (T de Student, distribuciones hiperbólicas, etc.) quizá la opción más prometedora es la de la *mixtura de normales*, una idea importada al campo de las finanzas por Hull y White (1998).

Se trata de una idea fácil de entender y de implementar. Por ejemplo, en el caso de una mixtura de dos normales, consiste en representar los rendimientos R de una cartera (o de un activo) en la forma:

$$R = BX_1 + (1 - B)\, X_2$$

Siendo X_1 y X_2 dos variables aleatorias normalmente distribuidas, B una variable aleatoria de Bernouilli que toma el valor 1 con probabilidad p y 0 con probabilidad $1–p$. Las tres variables son independientes. De manera similar, podríamos definir una mixtura con más normales.

Los cinco parámetros que intervienen (los momentos de las dos normales y p) se ajustan maximizando la verosimilitud de la muestra. Este tipo de aproximaciones suple las deficiencias señaladas anteriormente en el caso de las simulaciones históricas, con una excepción: aunque con un número de tres normales se consigan resultados excepcionales en el ajuste a los datos disponibles, el hecho es que, al tratarse de normales, fuera de la muestra vuelven a decaer como normales, lo cual puede resultar un inconveniente.

De la bondad de este tipo de ajustes da fe el gráfico 5 (4).

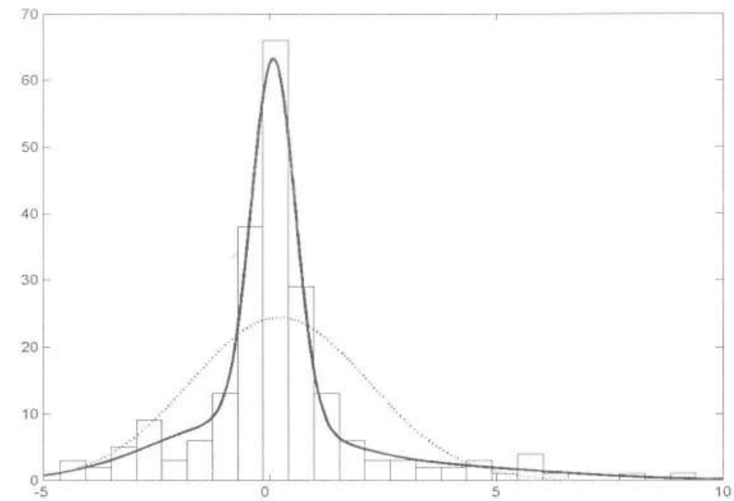
Teoría de valores extremos

Otra manera de mejorar los resultados a partir de los datos de una simulación histórica es aplicando la *teoría de valores extremos* para modelizar las colas de las distribuciones. Esta teoría matemática data de los años cuarenta y, después de haber sido aplicada con éxito a temas de seguros, ha surgido con mucha fuerza en finanzas en los tres últimos años.

Aplicando la teoría de valores extremos, es posible completar la descripción de los rendimientos en el interior de la ventana de muestreo (aquí la muestra empírica es muy densa) con una aproximación asintótica para las colas. Se obtiene de esta manera una descripción *semi paramétrica*.

La potencia de esta metodología reside en que permite calcular la probabilidad de sucesos con umbrales de ocurrencia muy bajos (por debajo del 0,1 por 100). Todo ello con un fundamento matemático muy sólido.

GRÁFICO 5



Se puede apreciar aquí el ajuste de los rendimientos de una cartera con derivados por una mixtura de tres normales (trazo continuo) comparado con el ajuste por una normal (ambos por máxima verosimilitud): en un caso, el Kolmogorov-Smirnov es del 0,99 (prácticamente lo mejor que se puede obtener), mientras que en el otro tenemos 0.

Uno de los resultados más notables de la teoría de valores extremos es que un único tipo de ley límite rige para (prácticamente) todas las distribuciones F con colas gruesas: el desarrollo de orden 2 de $F(x)$ para x muy grande, tiene la forma:

$$F(x) \approx 1 - \frac{a}{x^{\alpha}}\left[1 + \frac{b}{x^{\beta}}\right] \qquad \alpha > 0, \quad \beta \geq 0$$

Lo cual significa que:

$$F(x) \approx 1 - \frac{a}{x^{\alpha}} \ \ \textit{cuando} \ \ x \to \infty$$

Habitualmente, en finanzas, se observa que α está comprendido entre 1,5 y 5. También se puede calcular por máxima verosimilitud una vez elegido el umbral de la cola. El cálculo del VaR de una cartera es entonces inmediato:

— fijamos un nivel de confianza p;

— si X es la variable aleatoria que representa los rendimientos, queremos calcular el nivel x_p (el p-percentil) tal que:

$$P(X \geq x_p) = 1 - F(x_p) = p$$

— usando la expresión de F anterior, es inmediato.

Pese a no disponer de una descripción de toda la distribución (en realidad ésta podría obtenerse combinando mixturas con teoría de valores extremos), la gran ventaja de este tipo de aproximaciones es que permite obtener medidas del VaR muy robustas cuando se usan series de datos suficientemente largas (1.000 días o más), a la vez que proporcionan todas las ventajas antes señaladas propias de los métodos paramétricos.

Otras medidas de riesgo

Si el VaR es una medida interesante para el gestor, mucho más puede serlo el *VaR condicional*, es decir, la pérdida media una vez llegados al VaR. Por poner un ejemplo, a los efectos de reserva de capital, no nos interesa tanto saber que sólo el 1 por 100 de las veces vamos a superar un determinado nivel de pérdidas, digamos 1 millón, sino si una vez superado dicho umbral, la pérdida media va a ser de 1,5 o de 3,2 millones.

Una de las grandes ventajas de la teoría de valores extremos es que, una vez fijado x_p, podemos calcular ese VaR condicional, también conocido como *shortfall* o *beyond-VaR*:

$$e(u) = E\left[X - u \,/\, X > u\right]$$

Este tamaño de las pérdidas potenciales por encima de un determinado nivel u viene determinado por la función de distribución de $X\!-\!u$ (el exceso) condicionado a que $X>u$:

$$F_u(x) = P(X - u \leq x \,/\, X > u) = \frac{P(u < X < u + x)}{P(X > u)}$$

De nuevo, la teoría de valores extremos tiene la respuesta para este problema: para colas gruesas y grandes valores de u (por ejemplo, los de un VaR al 99 por 100), la función de distribución mencionada se aproxima bien por una *distribución de Pareto generalizada*:

$$G_{\alpha\beta}(x) = \frac{1}{\left(1 + \dfrac{X}{\alpha\beta}\right)^{\alpha}} \qquad 0 \leq x$$

Se pueden determinar de manera rigurosa los parámetros α y β y, por este procedimiento, obtener una descripción completa del comportamiento asintótico de F.

El comportamiento del VaR condicional es muy característico para las distribuciones con colas gruesas: $e(u)$ crece cuando u tiende al infinito, mientras que en el caso de la normal decrece a 0. Las consecuencias de este hecho son relevantes de cara a la gestión del riesgo.

En el caso de la normal, para grandes valores de u, se tiene que $e(u) \approx 1/u$ y $E[X/X>u] = e(u)+u \approx u$, por lo que, para $u = VaR$, obtenemos que

$$E\left[X \,/\, X > VaR\right] \approx VaR$$

Sin embargo, para la distribución de Pareto generalizada, se tiene que

$$e(u) = \frac{1+u}{\alpha - 1} \qquad E\left[X \,/\, X > u\right] \approx \frac{\alpha}{\alpha - 1}$$

Luego para $u = VaR$ obtenemos:

$$E\left[X \,/\, X > VaR\right] \approx \frac{\alpha}{\alpha - 1} VaR$$

Una diferencia relevante teniendo en cuenta que, $1{,}5 < \alpha < 5$, por lo que el resultado es sensiblemente diferente al caso de la normal.

Simulaciones no gaussianas

En el caso unidimensional (pérdidas y ganancias de una cartera, por ejemplo), es posible usar más gaussianas (teniendo cuidado con el peligro de sobreparametrización) o combinar teoría de valores extremos para el ajuste de las colas con mixturas de normales para el cuerpo de la distribución empírica, de manera que se tenga una representación paramétrica completa de las distribuciones empíricas observadas para las pérdidas y ganancias de una cartera.

A partir de este tipo de representaciones, cabe simular las distribuciones observadas para dichas magnitudes. Es más, este tipo de metodología puede generalizarse a varias dimensiones de manera que se simulen conjuntamente los diversos factores de riesgo de una cartera o se construyan modelos robustos de agregación de riesgos (crédito y mercado, por ejemplo), cuando se disponga de datos (gráfico 6).

El caso de varios subyacentes o agregación de riesgos

Vamos a ilustrar la metodología propuesta con un ejemplo en el que intervienen dos subyacentes: el *Ibex35* y el *Dax*. Hemos optado por tomar una serie larga (1.912 días), ventana temporal en la cual se evidencia la no normalidad de estos índices: en el gráfico 1 hemos tenido la ocasión de señalar un Kolmogorov-Smirnov de 0,1 para el *Ibex35* en este período, lo mismo sucede con el *Dax* (el lector interesado podrá consultar Carrillo *et al.*).

Partimos de dos variables aleatorias (rendimientos de dos subyacentes, perdidas y ganancias de una cartera de mercado y otra de crédito, etc.), sean X_1, X_2. Nos interesa la descripción de la distribución conjunta de estas variables: son las distribuciones marginales de nuestro problema.

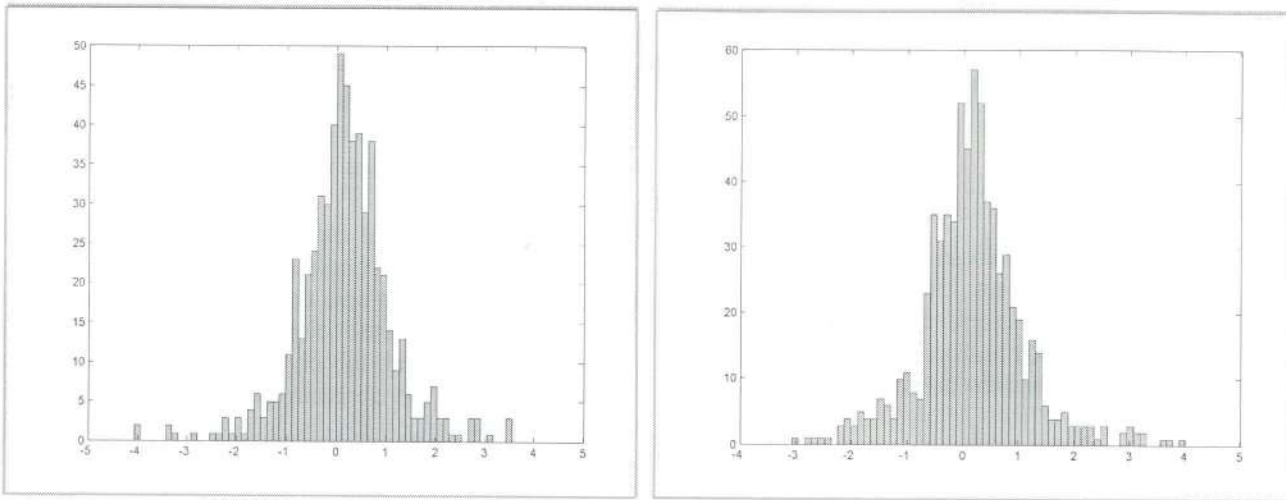
Suponemos que cada una de estas marginales ha sido debidamente representada (mixtura de normales, eventualmente con tratamiento de las colas) y que F_1, F_2 son las funciones de distribución asociadas:

$$F_i(x) = P(X_i \leq x) \qquad i = 1,2$$

Es bien conocido que para cada i, $F_i(X_i)$ es una variable aleatoria cuya ley es la uniforme en [0,1]. Si, además, consideramos la función de distribución de la normal:

GRÁFICO 6

UNA CARTERA CON ACCIONES Y OPCIONES | **SIMULACIÓN DE UNA CARTERA CON ACCIONES Y OPCIONES**



Mediante ajustes de las distribuciones que tengan mejor en cuenta la estructura de los datos, es posible realizar simulaciones no gaussianas más acordes con éstos: a la izquierda los datos de la cartera real, a la derecha los datos simulados.

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{\frac{y^2}{2}} dy$$

entonces $Y_i = N^{-1}[F_i(X_i)]$ sigue una normal de media 0 y desviación típica 1 (gráfico 7).

La situación es ahora la siguiente: tenemos dos variables aleatorias Y_1 e Y_2, que por construcción son normales, y necesitamos la función de distribución conjunta de Y_1 e Y_2.

En el caso de los rendimientos de dos subyacentes, es una situación mejor que la de partida, en la que se suponía la normalidad de variables que, como hemos tenido la ocasión de ver, no lo son. Lo interesante de esta metodología es que no se hacen hipótesis acerca de la distribución de partida de X_1 y X_2.

Es bastante natural proceder ahora de manera similar a lo que se viene haciendo habitualmente: suponer que el vector (Y_1, Y_2) sigue una normal bivariante: si no se tiene más información que las medias y la matriz de correlaciones, esta suposición equivale a optar por la distribución de máxima entropía entre todas aquellas cuyos momentos hasta el orden 2 coinciden con los que tenemos. Aunque existen mejores opciones, en esta exposición nos quedaremos con esta elección (5).

El procedimiento es entonces sencillo: se generan los valores para (Y_1, Y_2) de la manera habitual y, deshaciendo las transformaciones anteriores marginal a marginal, obtenemos la simulación conjunta para X_1 y X_2 (gráfico 8).

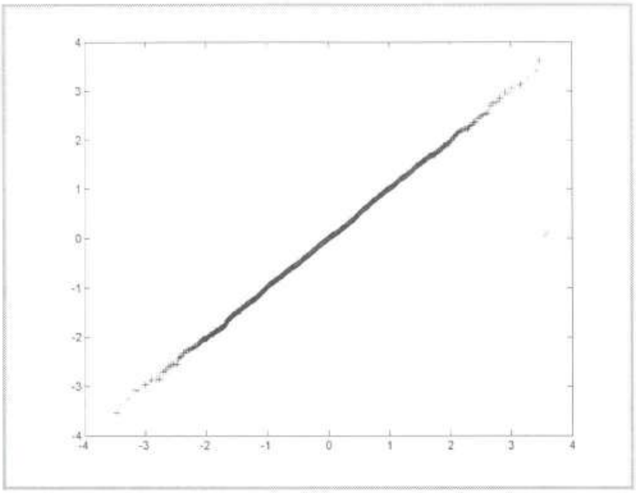
Es bien conocido que si Y_1 e Y_2 siguen una normal bivariante de coeficiente de correlación ρ, $Y_1 - \rho Y_2$ ha de seguir una normal de varianza $1-\rho^2$. Esta propiedad puede usarse para contrastar la *bondad* del ajuste, obteniéndose un Kolmogorov-Smirnov del 0,53: no se trata del mejor resultado posible, pero es considerablemente mejor que el que teníamos en relación con la hipótesis de normalidad de los rendimientos de partida.

Observación final acerca de la simulación no gaussiana

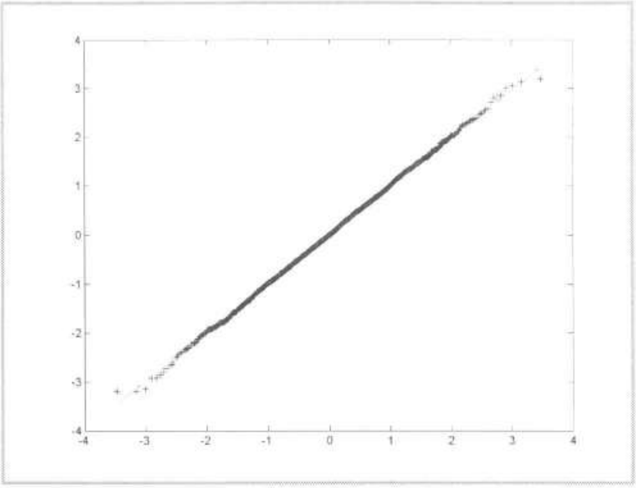
La metodología aquí propuesta permite realizar una simulación conjunta de variables financieras con un fundamento más sólido que el usado habitualmente para las simulaciones gaussianas. Sin embargo, conviene, en cada caso, asegurarse de la bondad de los ajustes mediante los contrastes de hipótesis ade-

GRÁFICO 7

QQ *PLOT* DE LA TRANSFORMADA DEL DAX

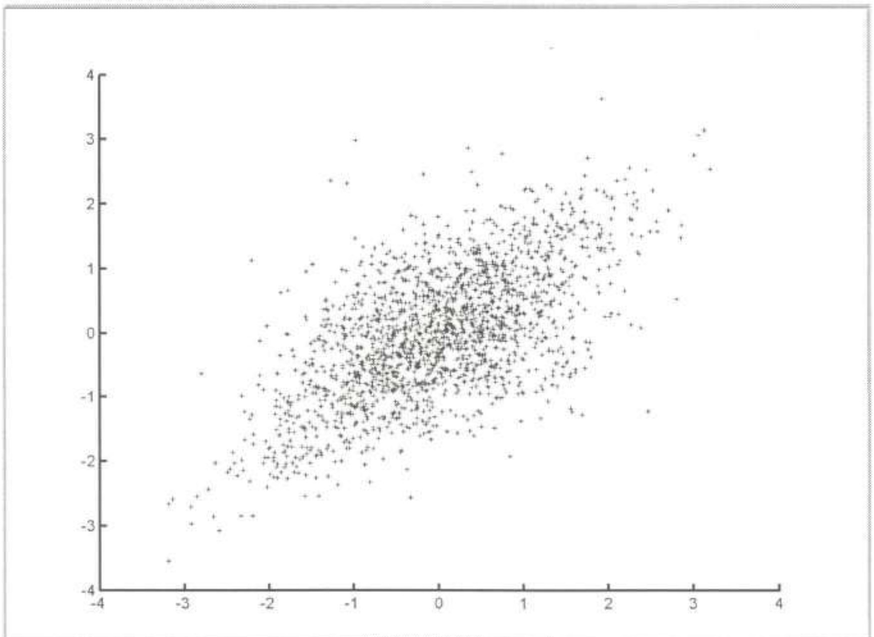


QQ *PLOT* DE LA TRANSFORMADA DEL IBEX



El QQ-*plot* de las transformadas de nuestros datos empíricos, Dax e Ibex respectivamente, permite contrastar la bondad del ajuste aplicado a las marginales (Kolmogorov-Smirnov = 1).

GRÁFICO 8



El aspecto de la distribución conjunta empírica de Y_1 e Y_2, parece confirmar la validez de la hipótesis de que se trata de una normal multivariante.

cuados: en determinadas situaciones, si no se toman las precauciones adecuadas, bien podría ser que el trabajo realizado no aportase una mejora significativa.

Conviene destacar que con series más cortas (3-4 años, por ejemplo), puede mejorar de manera notable la bondad del ajuste por una normal bivariante. Y que este tipo de metodología, como ya hemos señalado, puede estar especialmente indicada para la agregación de riesgos cuando se disponga de los datos suficientes para ajustar modelos.

V. EVALUACIÓN EMPÍRICA DE LOS MODELOS DE ESTIMACIÓN DE RIESGOS DE MERCADO

Al margen de las propuestas metodológicas planteadas, puede ser interesante analizar la bondad de los modelos de estimación de riesgos en la práctica. Como hemos comentado en páginas anteriores, el conjunto de pruebas y técnicas utilizadas para llevar a cabo el análisis de fiabilidad de los modelos se denomina genéricamente *backtesting*. El contraste se basa normalmente en comparar las estimaciones VaR con las ganancias y pérdidas de las carteras durante un determinado período.

Lo cierto es que aunque se recomienda contrastar los modelos para verificar su fiabilidad en la estimación de riesgos, no existe una metodología aceptada de forma amplia por reguladores, académicos y profesionales para realizar dicha contrastación.

En este sentido, un trabajo muy interesante es el de Gento Marhuenda (2000) con aplicación al mercado español. En dicho trabajo, el autor estima el VaR a través de tres enfoques con diferentes hipótesis, lo que da lugar a once estimaciones de VaR diario. Así realiza cuatro estimaciones basadas en simulación histórica (75,100,150 y 250 días de período de observación), cuatro basadas en un modelo analítico equiponderado para los mismos períodos de observación que en el enfoque de simulación histórica y tres estimaciones basadas en el modelo analítico exponencial de Riskmetrics. Estos modelos se aplican a tres carteras distintas formadas por el IBEX-35, un bono nocional a diez años y una cartera mixta de IBEX y bono. El VaR se calcula en base diaria y para niveles de confianza del 95 por 100 y del 99 por 100.

Estimados los VaR diarios, se realiza un contrate histórico de dichas estimaciones frente a la realidad de los mercados para un período de 1.240 días. Los resultados son muy interesantes, y los podemos resumir en los siguientes puntos:

— Los modelos estimados muestran pautas de comportamiento muy diferentes, provocando que el importe del VaR varíe de forma importante de un modelo a otro para la misma cartera y fecha. Las diferencias pueden alcanzar hasta el 100 por 100 para carteras de renta variable, mientras que para las otras dos carteras la diferencia máxima es del 80 por 100. Obviamente, estas enormes diferencias no son aceptables desde el punto de vista de reguladores y usuarios, y nos demuestran la necesidad de cambiar de metodologías para la estimación de riesgos de mercado.

— En términos generales, los modelos se comportan de forma aceptable para un nivel de confianza del 95 por 100 pero fallan para niveles de confianza del 99 por 100.

— A niveles de confianza del 95 por 100, los modelos basados en simulación histórica infravaloran de forma significativa el riesgo de carteras de renta variable, pero lo estiman correctamente para las carteras de renta fija. Los modelos analíticos tienden a sobrevalorar el riesgo de las carteras de renta fija.

— En general, por el tamaño de las excepciones (pérdida potencial estimada menos resultado real de la cartera), los modelos de simulación histórica son los que presentan un comportamiento peor.

En cualquier caso, el estudio de Gento Marhuenda, señala la exigencia de tomar con precaución las estimaciones de los modelos VaR clásicos, dada su falta de fiabilidad por las diferentes hipótesis asumidas, sesgos de modelo, etc. En definitiva, la evidencia empírica refuerza la necesidad que hemos comentado en páginas anteriores de construir y utilizar nuevos modelos que superen los defectos de los modelos normales.

VI. A MODO DE CONCLUSIÓN

Proponemos una visión más compleja de la medición del riesgo de mercado, basada en un mejor ajuste de las distribuciones empíricas, que permite una estimación más ajustada del VaR, a la vez complementada con otras medidas de riesgo. No existen todavía reglas ni hábitos en cuanto a cómo operar desde una visión más amplia como la que sugerimos. Probablemente, en una primera etapa, estos parámetros complementarios que proponemos deban interpretarse como meros indicadores y sea la práctica misma de los gestores la que irá estableciendo su papel en cada caso concreto.

NOTAS

(1) El índice agrupa en un solo valor la volatilidad de los mercados de renta variable, renta fija y divisas de 28 países, así como la volatilidad de los tres principales mercados de materias primas.

(2) Es el enfoque adoptado por J.P. Morgan con su RiskMetrics.

(3) De todas las distribuciones posibles con los dos primeros momentos dados, la normal es aquella que maximiza la entropía, es decir, aquella que menos hipótesis suplementarias hace.

(4) Los ajustes de mixturas de normales han sido hechos con Matrisk, unas macros para Matlab escritas por Alberto Suarez, profesor de la Escuela Técnica Superior de Informática de la UAM.

(5) Obsérvese que la correlación entre Y_1 e Y_2 coincide con la magnitud conocida como la *normal rank correlation* de X_1 y X_2.

BIBLIOGRAFÍA

BARRA INTERNATIONAL, Ltd. (1985), *Applying Quantitative Methods to the International Bond and Stock Markets*, Barra International, París.

CARRILLO MENÉNDEZ, Santiago, *et al.*, *Simulaciones no gaussianas* (en preparación).

EMBRECHT, P.; KLÜPPELBERG, C., y MIKOSH, T. (1998), *Modelling Extremal Events*, Springer-Verlag.

EMBRECHT, P.; RESNICK, S., y SAMORODNITSKY, G. (1998), *Living on the Edge*, Risk 96 (enero).

GENTO MARHUENDA, P. (2000), *Evaluación de modelos VaR alternativos. Propuesta de un modelo para carteras de renta fija*, tesis doctoral, Universidad de Castilla-La Mancha.

HENDRICKS, Darryll (1996), "Evaluation of value-at-risk models using historical data", FRBNY Economic, *Policy Review*, abril.

HULL, J., y WHITE, A. (1998), *Journal of Derivatives*.

KOTZ, S., y NADARAJAH, S. (2000), *Extreme Value Distributions*, Imperial College Press.

LAMOTHE FERNÁNDEZ, P., y LEBER, M. A. (1996), "El riesgo de tipos de interés en las tesorerías bancarias", *Análisis Financiero*, nº 70, tercer trimestre, págs. 26-37.

REISS, R.D., y THOMAS, M. (1997) *Statistical Analysis of Extreme Values*, Birkhäuser.