ECONOMIAS DE ESCALA Y CAMBIOS EN LA PRODUCTIVIDAD: EL CASO DE LAS CAJAS DE AHORROS ESPAÑOLAS

E. Grifell-Tatjé y C. A. K. Lovell

I. INTRODUCCION

La «*productividad*» de una unidad económica de producción, o productor, se define como la *ratio* entre su *output* y su *input,* y «el cambio en la productividad» de dicho productor como el cambio en la mencionada *ratio.* La medida de la productividad y de los cambios en la misma resulta fácil en el caso irreal de que el productor utilice un solo *input* para obtener un solo *output.* Pero en el caso más general de múltiples *inputs* y múltiples *outputs,* la medida de la productividad y de los cambios en la misma requiere agregar los *inputs* y los *outputs* en sendos índices. Se han propuesto dos procedimientos generales para realizar dicha agregación: el Indice Ideal de Fisher (Fisher, 1922) y el Indice de Törnqvist (Törnqvist, 1936), que en ambos casos utilizan los precios para agregar las variables consideradas en los índices. Dado que se asume que los precios reflejan tanto los costes marginales de los *inputs* como los ingresos marginales de los *outputs,* ambos índices se apoyan en supuestos bastante firmes que se refieren al comportamiento optimizador de los productores.

Recientemente, el durante largo tiempo olvidado índice de productividad de Malmquist (Malmquist, 1953), ha adquirido relevancia, debido a las cuatro deseables propiedades que satisface. Primera, se basa en funciones de distancia, y por ello es muy apropiado en el contexto de múltiples *inputs* y múltiples *outputs*. Segunda, no requiere información sobre los precios para agregar las variables; y al no requerir esta información, no necesita que se postulen supuestos, quizá poco justificados, sobre la conducta de los productores. Tercera, es fácil de calcular utilizando técnicas de programación lineal: la utilización de esas técnicas (no paramétricas) implica que no es necesario postular supuestos tecnológicos, posiblemente poco justificados, para construirlo; además, las variables duales del problema de programación lineal nos suministran «precios sombra», con los que ponderar los *inputs* y los *outputs* para la construcción del índice. Por último, el índice de productividad de Malmquist se descompone en el producto de tres subíndices: un índice del cambio en la eficiencia técnica, que mide los movimientos de acercamiento o alejamiento de la frontera de producción definida por las empresas *best practice,* un índice de magnitud del cambio técnico, que mide la importancia de los desplazamientos de la frontera, y un índice del sesgo del cambio técnico, que mide la distorsión de los desplazamientos de la frontera de producción. Esta descomposición proporciona una buena aproximación de las causas explicativas de los cambios en la productividad.

Un inconveniente potencial del índice de productividad de Malmquist es que no incorpora la contribución de las economías de escala a los cambios en la productividad (Grifell y Lovell, 1994c). Por lo tanto, cuando se estima que las economías de escala son una causa importante de dichos cambios, el índice de productividad de Malmquist puede dar una imagen engañosa de los verdaderos cambios en la productividad. No obstante, Grifell y Lovell (1994d) han introducido un índice de productividad de Malmquist generalizado, que incorpora la contribución de las economías de escala a los cambios en la productividad. Este índice generalizado consiste en el producto de un factor, que mide la contribución de las economías de escala a los cambios en la productividad, por el índice de productividad de Malmquist propiamente dicho, que a su vez se desagrega en los subíndices ya mencionados. El índice generalizado se reduce al índice de Malmquist propiamente dicho, solamente en el caso de que las economías de escala no supongan una contribución significativa a los cambios en la productividad. El índice generalizado satisface las mismas y deseables propiedades que el índice de Malmquist propiamente dicho, y que ya se han expresado.

Nuestro objetivo fundamental es presentar y explicar el índice generalizado de Malmquist y proponer su utilización en un caso de múltiples *inputs* y múltiples *outputs*, en el que los precios, bien no pueden observarse, bien se estima que se han medido con errores, o bien se cree que no reflejan ni los costes marginales de los *inputs* ni los ingresos marginales de los *outputs*. Cada una de esas condiciones caracterizan a las cajas de ahorros españolas: utilizan múltiples recursos para proporcionar múltiples servicios, resulta difícil la imputación de precios con los datos disponibles, y el supuesto de maximización de beneficios que serviría de base para asumir que los precios de los *inputs* reflejan sus costes marginales y los de los *outputs* sus ingresos marginales, es de una validez cuestionable. Por tales razones, se propone utilizar el índice generalizado de Malmquist para medir y desagregar los cambios en la productividad de las cajas de ahorros durante el período de su liberalización, 1986-1991. Utilizaremos técnicas de programación lineal para calcular y desagregar dicho índice. Hemos constatado que la productividad disminuyó durante ese período a un ritmo medio anual del 3,7 por 100. El cambio técnico explica prácticamente toda esa disminución, en la que un retroceso técnico bastante rápido fue compensado en gran parte por un sesgo favorable. Las mejoras en la eficiencia técnica hicieron una pequeña, aunque positiva, contribución a los cambios en la productividad. Las economías de escala no hicieron contribución alguna a los cambios en la productividad, de modo que, en este caso, el índice de productividad de Malmquist propiamente dicho refleja adecuadamente dichos cambios. Sin embargo, es importante resaltar que esta afirmación se refiere a la media (geométrica) de todas las cajas de ahorros de la muestra. A título individual, algunas cajas experimentaron un aumento en la productividad y otras una disminución, y esos movimientos se debieron a causas muy diversas, entre las que se encontraban las contribuciones, tanto positivas como negativas, de las economías de escala. Por ello, si interesa resaltar la magnitud y la composición de los cambios en la productividad de determinadas cajas de ahorros, es esencial utilizar el índice generalizado de Malmquist.

El trabajo se organiza de la forma siguiente: en el apartado II se presenta y desagrega el índice generalizado de productividad de Malmquist; en el III aplicamos el mencionado índice a nuestra muestra de cajas de ahorros; y resumimos los resultados de esa aplicación en el IV. En el apéndice mostramos cómo utilizar las técnicas de programación lineal para calcular el índice generalizado de Malmquist y cada uno de sus cuatro componentes.

II. EL INDICE DE PRODUCTIVIDAD GENERALIZADO DE MALMQUIST

Sea x^t un vector estrictamente positivo de N *inputs* utilizados para producir un vector estrictamente positivo de M *outputs* y^t en el período t, t = 1,...,T. Una representación básica de la estructura de la tecnología con la que se utilizan los *inputs* para producir *outputs* viene dada por el «grafo» de la tecnología de la producción

$$GR^t = \{(x^t, y^t): x^t \text{ puede producir } y^t\}, \qquad t = 1,\dots,T \qquad [1]$$

que es el conjunto de todos los vectores *input-output* técnicamente posibles en el período *t*. Una representación alternativa de la estructura de la tecnología de producción viene dada por el conjunto de las «posibilidades de producción», que se define en términos de GR^t como

$$P^t(x^t) = \{y^t: (y^t, x^t) \in GR^t\}, \qquad t = 1,\dots,T \qquad [2]$$

Se admite que $P^t(x^t)$ es cerrado, acotado y convexo, y que presupone una fuerte disponibilidad de *inputs* y *outputs*. Una representación funcional de la estructura de la tecnología de la producción viene dada por la «función de distancia al *output*» de Shephard (1970)

$$D^t(x^t, y^t) = \min\{\theta : (y^t/\theta) \in P^t(x^t)\}, \qquad t = 1,\dots,T \qquad [3]$$

$D^t(x^t, y^t)$ proporciona una medida de la distancia desde (x^t, y^t) a la frontera de $P^t(x^t)$, siendo medida dicha distancia de forma radial en la dirección del *output.* $D^t(x^t, y^t) \leq 1$, con $D^t(x^t, y^t) = 1$ si, y sólo si, y^t es técnicamente eficiente, en el sentido de que y^t está en la frontera de $P^t(x^t)$. De hecho, la función de distancia al *output* es la recíproca de la medida de eficiencia técnica orientada al *output* de Debreu (1951) - Farrell (1957):

$$\begin{aligned}[D^t(x^t, y^t)]^{-1} &= DF^t(x^t, y^t) = \\ &= \max\{\delta : \delta \cdot y^t \in P^t(x^t)\} \qquad t = 1,\dots,T \qquad [4]\end{aligned}$$

$DF^t(x^t, y^t) \geq 1$, con $DF^t(x^t, y^t) = 1$ si, y sólo si, y^t es técnicamente eficiente.

$D^t(x^t, y^t)$ es una función de distancia al *output* «intra-período». Las funciones de distancia al *output* en «período-adyacente» se definen como:

$$D^t(x^{t+1}, y^{t+1}) = \min\{\theta : (y^{t+1}/\theta) \in P^t(x^{t+1})\}, \qquad [5]$$

y

$$D^{t+1}(x^t, y^t) = \min\{\theta : (y^t/\theta) \in P^{t+1}(x^t)\}, \qquad [6]$$

respectivamente. $D^t(x^{t+1}, y^{t+1})$ proporciona una medida de la distancia desde (x^{t+1}, y^{t+1}) a la frontera de $P^t(x^{t+1})$, mientras que $D^{t+1}(x^t, y^t)$ proporciona una medida de la distancia desde (x^t, y^t) a la frontera de $P^{t+1}(x^t)$; medidas ambas distancias de forma radial en la dirección del *output.* Como los datos de un período pueden o no ser obtenibles con la tecnología del período adyacente, $D^t(x^{t+1}, y^{t+1}) \gtreqless 1$ y $D^{t+1}(x^t, y^t) \gtreqless 1$. Con lo que ya estamos en disposición de definir el índice de productividad de Malmquist.

Definición 1: El índice de productividad de Malmquist para el período *t* viene dado por:

$$M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = D^t(x^{t+1}, y^{t+1})/D^t(x^t, y^t) \quad [7]$$

El índice de Malmquist para el período *t* compara los datos del período *t + 1* con los del período *t*, utilizando como referencia la tecnología del período *t*. Si (x^{t+1}, y^{t+1}) está más cerca que (x^t, y^t) respecto de la frontera de posibilidades de producción del período t, o si (x^{t+1}, y^{t+1}) está fuera de las posibilidades de producción del período *t*, en tales casos $D^t(x^{t+1}, y^{t+1}) > D^t(x^t, y^t)$, se habrá producido un incremento neto de la productividad entre los períodos *t* y *t + 1*. En otros casos, entre los períodos *t* y *t + 1* se habrá producido o bien un estancamiento $[D^t(x^{t+1}, y^{t+1}) = D^t(x^t, y^t)]$, o bien una disminución neta de la productividad $[D^t(x^{t+1}, y^{t+1}) < D^t(x^t, y^t)]$.

Grifell y Lovell (1994b) han demostrado que el índice de Malmquist para el período *t* se descompone de la forma siguiente:

$$M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})/D^t(x^t, y^t)$$
$$* \ D^t(x^t y^t) \ / \ D^{t+1}(x^t, y^t)$$
$$* \ [D^t(x^{t+1}, y^{t+1})/ D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})] \ / \ [D^t(x^t, y^t)/D^{t+1}(x^t, y^t)] \quad [8]$$

El primer componente en el lado derecho de [8] mide la contribución del cambio en la eficiencia técnica a los cambios en la productividad. Según que la eficiencia técnica mejore, permanezca constante, o empeore entre los períodos *t* y *t + 1*, se verificará $D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) \gtreqless D^t(x^t, y^t)$. El segundo componente mide la contribución del cambio técnico, medido a través del radio definido por los datos de *t*, a la productividad. Según que se haya producido o bien progreso técnico, o bien estancamiento, o bien retroceso técnico entre los períodos *t* y *t + 1*, se verificará $D^t(x^t, y^t) \gtreqless D^{t+1}(x^t, y^t)$. El tercer componente mide la contribución del sesgo del cambio técnico a los cambios en la productividad, por medio del cálculo de la *ratio* entre el cambio técnico, medido a lo largo de un radio utilizando los datos del período *t + 1*, respecto al cambio técnico medido a lo largo del radio con los datos de *t*. El componente del sesgo no contribuye al cambio en la productividad si el cambio técnico es neutral. Si el cambio en la tecnología es más (menos) favorable a lo largo de un radio definido por (x^{t+1}, y^{t+1}), que a lo largo del radio dado por (x^t, y^t), el componente del sesgo contribuye positivamente (negativamente) a los cambios en la productividad. Los tres componentes citados serán mayores, iguales o menores que 1, según que contribuyan positivamente, no contribuyan, o lo hagan negativamente a los cambios en la productividad. La magnitud del índice de productividad de Malmquist es el producto de las magnitudes de sus tres componentes.

La postura convencional considera que $M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) \gtreqless 1$, según que se produzca crecimiento, estancamiento o caída en la productividad entre los períodos *t* y *t + 1*, considerando la tecnología del período *t*. Sin embargo, si la tecnología del período *t* se caracteriza por rendimientos a escala no constantes, Grifell y Lovell (1994c) demuestran que $M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$ proporciona una medida incompleta de los cambios en la productividad, al ignorar la contribución de las economías de escala a dichos cambios. Por esta razón, se incluye el calificativo «neto» para describir el índice de los cambios en la productividad de Malmquist. En atención a ello, resulta conveniente la generalización del índice de productividad de Malmquist, incorporando la contribución de las economías de escala. El índice generalizado de productividad de Malmquist, debido a Grifell y Lovell (1994d) lo hace así, y proporciona un índice «bruto» de los cambios en la productividad.

Definición 2: El índice generalizado de productividad de Malmquist, para el período *t*, viene dado por

$$G^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) = M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1}) \cdot E^t(x^t, y^t, x^{t+1}) \quad [9]$$

donde

$$E^t(x^t, y^t, x^{t+1}) = S^t(x^{t+1}, y^t) \ / \ S^t(x^t, y^t) \quad [10]$$

El índice generalizado de productividad de Malmquist es el producto del índice de productividad de Malmquist durante el período *t*, por un término que capta la contribución de las economías de escala, según la tecnología del período *t*, a los cambios en la productividad. El índice de productividad de Malmquist se descompone, a su vez, en el producto de tres factores, tal y como hemos expuesto anteriormente. Por lo que el índice generalizado de productividad de Malmquist, se descompone en el producto de cuatro factores, que captan separadamente los efectos del cambio en la eficiencia técnica, del cambio técnico, del sesgo del cambio técnico, y de las economías de escala.

El factor de escala $E^t(x^t, y^t, x^{t+1})$ es la *ratio* entre la eficiencia de escala de (x^{t+1}, y^t) respecto de la eficiencia de escala de (x^t, y^t), medidas ambas en relación con la tecnología del período *t*. Si $E^t(x^t, y^t, x^{t+1}) = 1$, las economías de escala no aportan ninguna contribución a los cambios en la productividad, sea cual sea la naturaleza de las economías de escala que caractericen la tecnología del período *t*. Esto ocurre siempre que la eficiencia de escala no cambie entre los períodos *t* y *t + 1*, bien porque la tecnología del período *t* se caracterice por rendimientos a escala constantes, o bien porque el movimiento desde (x^t, y^t) a (x^{t+1}, y^{t+1}) no explote rendimientos a escala crecientes ni sufra las consecuencias de rendimientos a escala decrecientes, que podrían caracterizar la tecnología del período *t* en el intervalo $[(x^t, y^t)(x^{t+1}, y^{t+1})]$. $E^t(x^t, y^t, x^{t+1}) > 1$, si las economías de escala generan una contribución positiva a los cambios en la productividad. Esto ocurre siempre que la eficiencia de escala mejore entre los períodos t y $t + 1$, al expandirse la utilización de los *inputs* entre (x^t, y^t) y (x^{t+1}, y^{t+1}) o, si estos se contraen, en presencia de rendimientos a escala decrecientes. Por último, $E^t (x^t, y^t, x^{t+1}) < 1$, si las economías de escala suponen una contribución negativa a los cambios en la productividad. Esto ocurre siempre que la eficiencia de escala disminuya entre los períodos t y $t+1$, al expandirse la utilización de los *inputs* entre (x^t, y^t) y (x^{t+1}, y^{t+1}) o, si estos se contraen en presencia de rendimientos a escala crecientes.

Hay que tener presente que $M^t (x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$, y cada uno de sus tres componentes, se definen en términos de *ratios* de distancia a las funciones de producción. Se concluye esta sección demostrando que $E^t (x^t, y^t, x^{t+1})$ puede expresarse también en términos de esas *ratios* de distancia a las funciones de producción. Como la eficiencia de escala es la medida de la proximidad a la escala óptima, y dado que ésta se define como cualquier (x, y) que cumpla la condición de rendimientos a escala constantes, se deduce inmediatamente que

$$S^t (x^{t+1}, y^t) = D^tc\, (x^{t+1}, y^t)/D^t (x^{t+1}, y^t), \qquad [11]$$

y

$$S^t (x^t, y^t) = D^tc\, (x^t, y^t)/D^t (x^t, y^t), \qquad [12]$$

respectivamente, donde $D^tc\, (x^{t+1}, y^t)$ y $D^tc\, (x^t, y^t)$ son funciones de distancia, definidas en relación con la especificación de rendimientos a escala constantes, según la tecnología de producción del período t. De esto se deduce que el índice generalizado de productividad de Malmquist, y cada uno de sus cuatro componentes, se definen mediante *ratios* de distancia a las funciones de producción. En el apéndice mostramos cómo utilizar las técnicas de programación lineal para calcular tales distancias a las funciones de producción.

III. CAMBIOS EN LA PRODUCTIVIDAD DE LAS CAJAS DE AHORROS ESPAÑOLAS

En este apartado se emplea el índice generalizado de productividad de Malmquist, para la resolución del problema de la medida y la descomposición de los cambios en la productividad de las cajas de ahorros. Una línea de argumentación sugiere que la libertad, subsiguiente a la liberalización, debería crear una mayor oportunidad para reasignar recursos, lo que produciría un aumento en la productividad. Otra línea argumental, por el contrario, sugiere que la liberalización crea un entorno operativo desconocido, y que la incertidumbre resultante puede retrasar temporalmente las mejoras productivas. Nuestro interés radica en calcular el índice generalizado de productividad de Malmquist, para evaluar esas dos líneas de razonamiento. Estamos también interesados en descomponer dicho índice, para descubrir los factores que contribuyen a, o apartan de, los cambios en la productividad de las cajas de ahorros.

Para elaborar el índice generalizado de productividad de Malmquist se necesita información sobre las cantidades, aunque no sobre los precios, de los *inputs* utilizados y de los *outputs* producidos por las cajas de ahorros. Reconocemos que la especificación de los *inputs* y de los *outputs* en el negocio bancario es bastante controvertida; en nuestro caso, decidimos seguir el enfoque del valor añadido para la especificación de las variables. Suponemos que las cajas de ahorros suministran tres tipos de servicios a sus clientes, medido cada uno de ellos por el correspondiente número de cuentas: préstamos, cuentas corrientes y depósitos (por ejemplo, de ahorro). Suponemos, igualmente, que para proporcionar esas tres clases de servicios, las cajas de ahorros utilizan tres clases de recursos: trabajo, medido por el número de empleados, y gastos de materiales y de capital, medidos ambos en pesetas constantes de 1986. Disponemos de esta información sobre *inputs* y *outputs* de las cajas de ahorros durante el período 1986-1991. Las fusiones y adquisiciones producidas en el mismo determinaron una tendencia descendente en el tamaño de la muestra hacia los años finales del período muestral. Por otro lado, unas pocas cajas suministraron datos inadecuados o inconsistentes en algunos años, especialmente en aquellos en los que se produjeron fusiones, lo que redujo aún más el tamaño de la muestra. En consecuencia, disponemos de un panel desequilibrado, cuyo tamaño se va reduciendo, desde las 77 cajas de ahorros de 1986, hasta las 56 cajas de 1991.

Los datos se resumen en el cuadro núm. 1, y muestran una gran dispersión en el tamaño de las cajas, un rápido incremento en su dimensión media (debido en parte a las fusiones y adquisiciones ya mencionadas), un crecimiento del uso de los recursos más rápido que el de la provisión de los servicios, y una *ratio* de cuentas de préstamo respecto de cuentas corrientes y de depósito, creciente. Estas dos últimas observaciones justifican una mayor discusión. Es posible que la utilización de los recursos haya crecido más que la provisión de los servicios debido a que estos últimos se hayan medido con base al número de cuentas de cada tipo, en lugar de su valor. Si las cuentas incrementan su valor a lo largo del tiempo, el crecimiento constatado de la productividad será mayor si las cuentas se miden en términos de valor que si se miden en términos de número. La elección de la definición del *output*, entre número de cuentas o valor de los depósitos y préstamos, podría afectar el resultado final. Nos podemos encontrar en este caso, ya que el número medio de cuentas de préstamo aumentó

CUADRO NUM. 1
RESUMEN DE DATOS ESTADISTICOS SOBRE LAS CAJAS DE AHORROS ESPAÑOLAS (1986-1991)

	1986	*1987*	*1988*	*1989*	*1990*	*1991*
OUTPUTS						
Número de préstamos						
Media aritmética	51.612,1	58.106,6	65.218,0	66.639,1	82.203,9	98.343,5
Máximo	414.713	619.967	623.715	638.360	635.050	650.071
Mínimo	1.530	1.585	1.951	2.375	1.530	2.428
Número de cuentas corrientes						
Media aritmética	100.436,9	103.408,6	108.035,1	117.965,4	140.588,5	161.715,9
Máximo	1.049.263	962.070	969.390	1.179.197	2.055.452	2.125.309
Mínimo	1.988	2.401	2.816	2.979	3.129	3.271
Número de cuentas de ahorro						
Media aritmética	481.421,3	471.209,0	476.643,4	505.230,4	585.685,2	699.098,5
Máximo	4.404.166	4.095.697	4.095.697	5.225.599	5.963.328	7.957.320
Mínimo	3.470	5.457	8.315	10.264	9.694	13.492
INPUTS						
Número de empleados						
Media aritmética	835,1	851,6	904,5	973,0	1.181,8	1.392,8
Máximo	6.517	6.262	6.279	7.210	10.513	10.526
Mínimo	23	31	38	35	40	41
Gastos de material (millones de pesetas de 1986)						
Media aritmética	1.118,7	1.263,3	1.351,4	1.602,2	2.010,8	2.392,7
Máximo	10.655	11.529	13.458	16.240	23.781	24.035
Mínimo	26	35	36	52	61	55
Gastos en edificios (millones de pesetas de 1986)						
Media aritmética	640,3	771,7	809,4	952,0	1.276,6	1.763,7
Máximo	8.541	13.101	10.247	11.063	18.386	19.668
Mínimo	11	20	25	25	28	36
Número de cajas						
Población	77	77	77	76	64	56
Muestra	77	76	75	76	59	56

un 91 por 100 durante el período, en tanto que el valor medio lo hizo en un 139 por 100. De forma semejante, el número medio de cuentas de depósito (tanto corrientes como de ahorro) se incrementó en un 48 por 100 durante el período, mientras que el valor medio lo hizo un 80 por 100 (Fuentelsaz, 1994). Es decir, de ser eso así, nuestra utilización del número de cuentas para medir los servicios de las cajas de ahorros, produce una medida pesimista de los cambios en la productividad. Con el número de cuentas como *output* observamos que (cuadro núm. 1) el hecho de que la utilización de los recursos haya crecido según una tasa más rápida que la de la provisión de los servicios, sugiere de forma inmediata, sin que se precise mayor análisis, que nuestra medida de los cambios en la productividad mostrará un declive en la misma. Sin embargo, el hecho de que no todos los recursos hayan crecido a la misma tasa, junto al hecho de que tampoco todos los servicios lo hayan hecho a la misma tasa, implican que es necesaria una aproximación mediante alguna clase de índice para cuantificar los cambios en la productividad. El índice generalizado de productividad de Malmquist sirve para el doble objetivo de cuantificar los cambios en la productividad y de atribuirlos a cada uno de sus cuatro factores.

El cuadro núm. 2 resume los resultados del cálculo y la descomposición del índice generalizado de productividad de Malmquist. Las partidas de las cinco primeras columnas, son las medias geométricas de todas las cajas de ahorros que apare-

CUADRO NUM. 2

CAMBIOS EN LA PRODUCTIVIDAD DE LAS CAJAS DE AHORROS ESPAÑOLAS (1986-1991)

Indice	*1986-1987*	*1987-1988*	*1988-1989*	*1989-1990*	*1990-1991*	*1986-1991*
$G^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	0,998	0,942	0,959	0,942	0,973	0,963
$E^t(x^t, y^t, x^{t+1})$	0,997	0,993	0,988	0,997	1,002	0,995
$M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	1,001	0,950	0,971	0,945	0,971	0,967
Cambio en la eficiencia	0,997	1,024	1,046	1,002	1,018	1,017
Cambio técnico	0,935	0,902	0,922	0,915	0,899	0,915
Sesgo	1,074	1,029	1,007	1,031	1,060	1,040
Número de observaciones	74	72	73	54	45	

cen en cada pareja de años adyacentes. Las fusiones y adquisiciones motivan que algunas cajas desaparezcan en un determinado año, y que no se disponga de ellas para el análisis del período adyacente. En consecuencia, el número de observaciones de cada columna del cuadro núm. 2 es generalmente menor que los tamaños de las muestras ofrecidos en el cuadro núm. 1. Las partidas de la última columna son las medias geométricas de todas las cajas de ahorros durante el período considerado.

Los valores calculados de G^t $(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$ son menores que 1 en cada pareja de años adyacentes, lo que muestra que la productividad se redujo a una tasa media anual del 3,7 por 100. Dado que el cambio en la productividad fue prácticamente nulo en 1986-1987, toda la virtual rebaja en la productividad tuvo lugar durante 1987-1991. Esto sugiere que las cajas de ahorros tuvieron dificultades para ajustarse temporalmente a los cambios en su entorno operativo, derivados de la liberalización, y apoya la segunda de las líneas argumentales mencionadas anteriormente. Naturalmente, es posible que otros factores distintos a la liberalización hayan contribuido a la bajada en la productividad, pero la liberalización jugó un papel clave en ello. En Grifell y Lovell (1994a), sugerimos que el rápido incremento en el número de sucursales, que se produjo en ese período en respuesta a la liberalización, hizo que el incremento en la utilización de los *inputs* fuera mayor que el incremento en el número de cuentas de todo tipo. Durante ese período, las cajas incrementaron el número de sus sucursales en casi 3.000, algo más del 27 por 100 del total, y aunque esté claro que esas nuevas oficinas proporcionaron un mejor servicio a los clientes, ese mejor servicio no se tradujo en un incremento proporcional en el número de cuentas.

Aunque el sector de las cajas de ahorros en su conjunto experimentó una caída en su productividad durante el período, algunas cajas en particular ofrecieron un crecimiento en su productividad: las de Burgos C., Cataluña, Layetana, Madrid, y antes de su fusión, las de Granada G., Huelva, Pensiones y Vizcaya, entre otras.

Los valores calculados de E^t (x^t, y^t, x^{t+1}) que están próximos a la unidad en cada pareja de años adyacentes, sugieren que las economías de escala, cualquiera que sea su magnitud, no jugaron ningún papel en la caída medida de la productividad. Sin embargo, como las cajas de ahorros incrementaron, en general, su tamaño durante el período, se deduce que la mayoría de las cajas estaban operando en la región de tecnología de producción con rendimientos a escala casi constantes. De hecho, dos tercios de las observaciones mostraban valores de E^t (x^t, y^t, x^{t+1}) en el intervalo [0,99, 1,01]. Sólo las cajas de ahorros muy pequeñas han podido disfrutar de rendimientos a escala crecientes al aumentar su dimensión, y sólo las más grandes se han encontrado con rendimientos a escala decrecientes al expandirse. Por ejemplo, la media geométrica de E^t (x^t, y^t, x^{t+1}) para la Caja de Jaén, una entidad muy pequeña, fue 1,06, lo que sugiere que la explotación de economías de escala contribuyó de modo significativo al crecimiento de su productividad durante el período. Por otra parte, las medias geométricas de E^t (x^t, y^t, x^{t+1}) para las cajas de Madrid y Cataluña, todas ellas entidades muy grandes, fueron de 0,93 y 0,94, respectivamente, lo que indica que su expansión, en presencia de deseconomías de escala, perjudicó el crecimiento de su productividad.

El cuadro núm. 3 presenta evidencia adicional sobre la contribución de las economías de escala a los cambios en la productividad. A estos efectos, las cajas de ahorros se clasifican en tres grupos: las cajas pequeñas, que operan en la región de rendimientos a escala crecientes (E^t >1,01), una mayoría de cajas, que operan en la amplia región de rendimientos a escala casi constantes (0,99 < E^t <1,01), y las cajas grandes, que operan en la región de rendimientos a escala decrecientes (E^t < 0,99) . Durante todo el período, las cajas pequeñas fueron capaces de explotar rendimientos a escala crecientes mediante su crecimiento, y este factor contribuyó positivamente al crecimiento de su productividad (E^t = 1,0311). La mayoría de las cajas operaron en la región de rendimientos a escala casi constantes y, en consecuencia, las economías de escala prácticamente no contribuyeron al crecimiento de su productividad (E^t = 0,9994). Las cajas más grandes se

CUADRO NUM. 3

INDICE GENERALIZADO DE PRODUCTIVIDAD DE MALMQUIST E INDICE DE PRODUCTIVIDAD DE MALMQUIST (1986-1991)

	1986-1987	*1987-1988*	*1988-1989*	*1989-1990*	*1990-1991*	*1986-1991*
$E^t > 1,01$						
$G^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	0,8966	0,9742	0,9791	0,8320	0,9585	0,9263
$M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	0,8640	0,9329	0,9588	0,8126	0,9319	0,8984
$E^t(x^t, y^t, x^{t+1})$	1,0377	1,0443	1,0212	1,0238	1,0286	1,0311
NOBS	11	9	5	5	8	
$0,99 < E^t < 1,01$						
$G^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	1,0160	0,9457	0,9587	0,9712	0,9671	0,9715
$M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	1,0172	0,9454	0,9589	0,9727	0,9662	0,9718
$E^t(x^t, y^t, x^{t+1})$	0,9988	1,0003	0,9997	0,9984	1,0009	0,9994
NOBS	50	46	50	41	31	
$E^t < 0,99$						
$G^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	1,0186	0,9173	0,9557	0,8681	1,0204	0,9542
$M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	1,0610	0,9698	1,0086	0,8950	1,0506	0,9951
$E^t(x^t, y^t, x^{t+1})$	0,9600	0,9460	0,9475	0,9699	0,9712	0,9589
NOBS	14	17	18	8	6	
Muestra						
$G^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	0,9980	0,9424	0,9593	0,9416	0,9725	0,9625
$M^t(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$	1,0010	0,9495	0,9709	0,9449	0,9708	0,9672
$E^t(x^t, y^t, x^{t+1})$	0,9970	0,9925	0,9880	0,9965	1,0018	0,9952
NOBS	75	72	73	54	45	

encontraron con rendimientos a escala decrecientes al crecer, y este factor redujo sustancialmente el crecimiento de su productividad (E^t = 0,9589). De este modo, aunque las economías de escala prácticamente no contribuyeron al crecimiento de la productividad en el agregado de todas las cajas, tuvieron un impacto sustancial en el crecimiento de la productividad de las cajas pequeñas y grandes.

Como las medias calculadas de E^t (x^t, y^t, x^{t+1}) están próximas a la unidad en cada pareja de años adyacentes, las medias calculadas de M^t $(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$ están muy próximas a las medias calculadas de G^t $(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$ en cada pareja de años adyacentes. El índice de productividad de Malmquist subestima la verdadera tasa de caída de la productividad, en una cuantía muy pequeña en cuatro de los cinco subperíodos, y en un 0,4 por 100 en el conjunto de todos ellos.

Los tres componentes de M^t $(x^t, y^t, x^{t+1}, y^{t+1})$ explican casi por completo la caída de la productividad constatada en el conjunto de las cajas. La contribución del cambio en la eficiencia técnica es mayor que la unidad en cuatro de los cinco subperíodos, y la mejora en la eficiencia técnica motivó un crecimiento medio de la productividad del orden del 1,7 por 100 anual. Aunque no se puede saber si aumentó la eficiencia *absoluta* , se puede decir que se produjo una mejora en la eficiencia *relativa*, debido a que las cajas (en promedio mejoraron, aproximándose a la frontera de posibilidades de producción definida por las mejores, lo que contribuyó positivamente a los cambios en la productividad.

La causa real que está detrás de la caída productiva descansa en los desplazamientos de la frontera o en los componentes del cambio técnico y de su sesgo del índice de productividad de Malmquist. El cambio técnico, medido a través de un radio definido con los datos del primer período, se comportó según una tasa media anual de *menos* 8,5 por 100. Sin embargo, este efecto fue parcialmente compensado por un sesgo en el cambio técnico, que contribuyó positivamente a los cambios en la productividad a una tasa media anual del 4,0 por 100. Estos dos fenómenos contradictorios pueden explicarse del modo siguiente: en la primera parte del período las cajas, en especial las de mejor operatoria, tenían *ratios* relativamente elevados de número de cuentas de depósito respecto al número de cuentas de préstamo. Conforme avanzaba el período, las cajas aumentaron gradualmente sus *ratios* de préstamos respecto a depósitos, en una media del 29 por 100 desde el principio al final del período. El ajuste en la combinación de servicios en las cajas de mejor operatoria, causó un movimiento hacia dentro de la frontera de posibilidades de producción, en la región que mostraba una elevada *ratio* de depósitos respecto a préstamos. Esta es la explicación de la tasa negativa del cambio técnico a elevadas *ratios* de depósitos respecto a préstamos. Sin embargo, a medida que las cajas de mejor operatoria aumentaron sus *ratios* de préstamos respecto a depósitos, movieron hacia afuera la frontera de mejor operatoria, en la región que mostraba una *ratio* elevada de préstamos respecto a depósitos. Esta es la explicación del efecto positivo del sesgo.

Lo que falta es una explicación más profunda del movimiento observado en la combinación de productos de las cajas, en especial en las de mejor operatoria. Una explicación probable es que los tipos de interés crecientes durante el período indujeron a las cajas a expandir su cartera de préstamos. El aumento medio en los tipos aplicables a los préstamos de casi un uno por ciento, y el de casi dos puntos porcentuales en los tipos aplicables a los depósitos, supusieron un poderoso incentivo para que las cajas alterasen su combinación de servicios. Un segundo incentivo vino dado por la supresión del requisito que obligaba a las cajas de ahorros a invertir en títulos públicos antes de 1987. El aumento en el número de préstamos concedidos que siguió a este elemento de liberalización se ve claramente en el cuadro núm. 1. Sin embargo, otra explicación plausible es que el aumento de la competencia procedente de fondos de inversión y de otras fuentes, incitó a los clientes a buscar nuevas colocaciones para sus depósitos, desde las cajas hacia otros instrumentos de mayor rendimiento.

IV. RESUMEN Y CONCLUSIONES

Los dos índices generalmente aceptados para medir los cambios en la productividad, como son el Indice Ideal de Fisher y el Indice de Törnqvist, ofrecen la ventaja de que para su elaboración no se requiere la estimación o el cálculo de la estructura subyacente de la tecnología productiva. Sin embargo, tienen el inconveniente de requerir información sobre los precios y de imponer unas hipótesis de comportamiento a los agentes. El índice de productividad de Malmquist tiene precisamente la ventaja y el inconveniente contrarios: requiere la estimación o el cálculo de la estructura subyacente de la tecnología productiva, pero su elaboración no se basa en la información de los precios ni se fundamenta en hipótesis sobre el comportamiento de los agentes. Esto hace de él una técnica analítica atractiva para situaciones en las que la información sobre precios no existe o es de calidad dudosa, o en la que los supuestos sobre el comportamiento de los agentes no se consideran apropiados. La facilidad con la que puede calcularse, utilizando técnicas de programación lineal no paramétricas, hace que el problema de su cálculo sea poco importante. Además, el índice de productividad de Malmquist tiene la propiedad de poderse descomponer en el producto de sendos subíndices: de cambio en la eficiencia técnica, de la magnitud del cambio técnico, y del sesgo en el cambio técnico. El único inconveniente que subsiste, relativo a que no tiene en cuenta la contribución de las economías de escala a los cambios en la productividad, puede remediarse fácilmente utilizando el índice generalizado de productividad de Malmquist.

En el apartado II de este trabajo hemos presentado y desagregado el índice generalizado de productividad de Malmquist, y en el apéndice mostraremos cómo emplear las técnicas de programación lineal para calcularlo, así como para calcular también cada uno de sus cuatro componentes. En el III lo hemos aplicado a una muestra de cajas de ahorros durante el período de liberalización, 1986-1991. De esta forma, hemos encontrado que la productividad del conjunto descendió a una tasa media anual del 3,7 por 100. Una explicación plausible de esta caída es la costosa expansión de la red de sucursales que tuvo lugar durante el período, y que todavía no se ha reflejado en un aumento correspondiente de los depósitos y de los préstamos. Otra explicación plausible se refiere al gran número de fusiones producidas: no todas las cajas afectadas por dicho proceso fueron capaces de reducir sus costes mediante la generación de economías de escala, y en muchos casos, el proceso no se vio acompañado por la subsiguiente reducción de las sucursales remanentes. Es probable, sin embargo, que estas circunstancias contrarias a la productividad no duren mucho, y que conforme se realicen los ajustes subsiguientes a las fusiones y se cierren las sucursales sobrantes, se incremente la productividad y se verifique la perspectiva optimista de la liberalización.

APÉNDICE

Utilización de las técnicas de programación lineal para el cálculo de funciones de distancia al *output*

El índice de productividad de Malmquist y sus tres componentes contienen cuatro funciones de distancia al *output,* dos de ellas son funciones intra-período y otras dos funciones son relativas a períodos adyacentes. El factor de escala en el índice generalizado de productividad de Malmquist contiene tres funciones adicionales de distancia al *output,* dos referidas a períodos mixtos y otras dos definidas en relación con una tecnología de producción del período t de rendimientos a escala constantes. En consecuencia, el índice generalizado de Malmquist contiene un total de siete funciones de distancia al *output.* Ampliamos ahora la exposición de Färe *et al.* (1995), para mostrar cómo utilizar las técnicas de programación lineal para calcular cada una de las funciones de distancia al *output.*

Las funciones de distancia al *output* intra-período se calculan mediante las soluciones de los siguientes problemas de programación lineal:

$$[D^t(x^t, y^t)]^{-1} = \max \theta \qquad [A1]$$
$$\text{sujeto a} \quad \theta y^{ot} \leq Y^t\lambda^t$$
$$X^t\lambda^t \leq x^{ot}$$
$$\lambda^t \geq 0$$
$$e^T\lambda^t = 1,$$

en las que el superíndice «o» denota la evaluación del productor. Las matrices de datos son $Y^t = [y^{1t},...,y^{ot},...,y^{It}]$ y $X^t = [x^{1t},...,x^{ot},...,x^{It}]$, si hay I productores en la muestra. El vector de intensidad es $\lambda^t = [\lambda^{1t},...,\lambda^{It}]^T$, y el operador «T» indica trasposición. Este problema intra-período se resuelve para cada productor en cada período de tiempo, t = 1,...,T. Nos proporciona dos de las siete funciones de distancia al *output* necesarias para elaborar el indice generalizado de productividad de Malmquist, para cada productor.

Las funciones de distancia al *output* entre períodos adyacentes, se calculan mediante las soluciones de los siguientes problemas de programación lineal:

$$[D^t(x^{ot+1}, y^{ot+1})]^{-1} = \max \theta \qquad [A2]$$
$$\text{sujeto a} \quad \theta y^{o+1t} \leq Y^t\lambda^t$$
$$X^t\lambda^t \leq x^{ot+1}$$
$$\lambda^t \geq 0$$
$$e^T\lambda^t = 1,$$

y

$$[D^{t+1}(x^{ot}, y^{ot})]^{-1} = \max \theta \qquad [A3]$$
$$\text{sujeto a} \quad \theta y^{ot} \leq Y^{t+1}\lambda^{t+1}$$
$$X^{t+1}\lambda^{t+1} \leq x^{ot}$$
$$\lambda^{t+1} \geq 0$$
$$e^T\lambda^{t+1} = 1,$$

Ambos problemas de período adyacente se resuelven para cada productor en cada período de tiempo t = 1,...,T-1. Las cuatro funciones de distancia al *output* calculadas de [A1] a [A3] bastan para elaborar y desagregar el índice de productividad de Malmquist para cada productor en cada pareja de períodos adyacentes (t, t + 1), (t + 1, t + 2), y así sucesivamente. Para elaborar el término de escala en el índice generalizado de productividad de Malmquist, es necesario calcular tres funciones adicionales de distancia al *output*.

Las funciones de distancia al *output* de períodos mixtos se calculan del modo siguiente:

$$[D^t(x^{t+1}, y^t)]^{-1} = \max \theta \qquad [A4]$$
$$\text{sujeto a} \quad \theta y^{ot} \leq Y^t\lambda^t$$
$$X^t\lambda^t \leq x^{ot+1}$$
$$\lambda^t \geq 0$$
$$e^T\lambda^t = 1,$$

El problema de período mixto se resuelve para cada productor en cada período de tiempo, t = 1,...,T-1.

La recíproca de la función de distancia al *output* para un período *t* de rendimientos a escala constantes $D^tc(x^t, y^t)$, se calcula exactamente como $[D^t(x^t, y^t)]^{-1}$ se calculó en [A1], salvo que la restricción de convexidad $e^T\lambda^t = 1$, se elimine del problema de programación lineal. Por último, la recíproca de la función de distancia al *output* para el período mixto de rendimientos a escala constantes, $D^tc(x^{t+1}, y^t)$, se calcula exactamente como $[D^t(x^{t+1}, y^t)]^{-1}$ se calculó en [A4], salvo que la restricción de convexidad $e^T\lambda^t = 1$ se elimine del problema de programación lineal. Todo ello nos proporciona los cálculos de las siete funciones de distancia al *output*, necesarias para elaborar y descomponer el índice generalizado de productividad de Malmquist.

Cada uno de los problemas que se acaban de presentar constituye un problema de programación lineal y, por tanto, cada uno de ellos implica el planteamiento de un problema dual, que es también de programación lineal. Los problemas duales determinan los precios sombra de los *inputs* y los *outputs*, que minimizan el valor sombra de los *inputs*, bajo la condición de normalización en el valor sombra de los *outputs*. Según la teoría de la dualidad de la programación lineal, los valores óptimos de las funciones objetivo del primal y del dual son iguales. De ese modo $\theta^* = \Sigma\mu^* i/\Sigma\pi^* i$, donde «*» indica un valor óptimo, μ^*i son los precios sombra óptimos de los *inputs*, y π^*i los precios sombra óptimos de los *outputs*. Por razones de cálculo informático, resolvemos el problema primal para calcular las funciones de distancia al *output*, aunque el *software* también nos proporciona los valores de todos los precios sombra. En este trabajo no hemos utilizado dichos precios sombra. Sin embargo nos proporcionan una vía para profundizar en la conducta de los productores individuales, que nos revela los valores relativos que conceden a sus *inputs* y a sus *outputs*.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

DEBREU, G. (1951), «The Coefficient of Resource Utilization», *Econometrica*, 19:3 julio, págs. 273-292.

FÄRE, R.; GROSSKOPF, S.; LINDGREN, B., y ROOS, P. (1995), «Productivity Developments in Swedish Hospitals», en A. CHARNES, W. W. COOPER, A. Y. LEWIN y L. M. SEIFORD (eds.), *Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications,* Boston, Kluwer Academic Publishers.

FARRELL, M. J. (1957), «The Measurement of Productive Efficiency», *Journal of the Royal Statistical Society,* Series A, General, 120, págs. 253-281.

FISHER, I. (1922), *The Making of Index Numbers,* Boston, Houghton-Mifflin.

FUENTELSAZ, L. (1994), «Sobre la eficiencia de la actividad bancaria en España», *mimeo.*

GRIFELL-TATJÉ, E., y LOVELL, C. A. K. (1994a), «Deregulation and Productivity Decline: The Case of Spanish Saving Banks», Working Paper, Department of Economics, University of Georgia, Athens, GA, 30602, USA.

— (1994b), «A New Decomposition of the Malmquist Productivity Index», Working Paper, Department of Economics, University of Georgia, Athens, GA, 30602, USA.

— (1994c), «A Note on the Malmquist Productivity Index», *Economics Letters,* de próxima publicación.

— (1994d), «A Generalized Malmquist Productivity Index», Working Paper, Department of Economics, University of Georgia, Athens, GA, 30602, USA.

MALMQUIST, S. (1953), «Index Numbers and Indifference Surfaces», *Trabajos de Estadística,* 4, págs. 209-242.

SHEPHARD, R. W. (1970), *The Theory of Cost and Production Functions,* Princeton, Princeton University Press.

TÖRNQVIST, L. (1936), «The Bank of Finland's Consumption Price Index», *Bank of Finland Monthly Bulletin,* 10, págs. 1-8.